فیزیک ۳

دوازدهم

جلد اوّل

رشته ریاضی و فیزیک

مؤلفین:
امید برزوئی
علی پیمانی
علیرضا رمضانی
احمد سیدی
مهدی شیرزاد

ناظر علمی: غلامعلی محمدزاده

مقدمه:

«همه شناخت جهان از یک واقع‌گرایی کودکانه شروع می‌شود با این باور که هرچیزی دقیقاً همان است که دیده می‌شود. فکر می‌کنیم، سبزه، سبز است. سنگ، سخت است و برف، سرد است. امّا فیزیک، درک و تجربه‌ای را برای سبزی، سختی و سردی ایجاد می‌کند که با درکِ کودکانه اولیه بسیار فاصله دارد.» «برتراند راسل»

باور به افسانه‌ها: بخشی از فرهنگ عمومی

در داستانی که نقل می‌کنند، «ادموند هالی» (یار غار اسحاق نیوتون و هم او که دنباله‌دارِ هالی به نام او نامگذاری شده است)؛ از ملاقات خود با نیوتون یاد می‌کند و عنوان می‌دارد که نیوتون از فروافتادن سیبی از درخت با شگفتی به «قانون جهانی گرانش» پی برده است. ولی واقعیت این نیست.

نیوتون هیچ‌گاه از سقوط سیب تعجب نکرد. شگفتی او این بود که چرا ماه روی زمین سقوط نمی‌کند! ولی تمایل مردم، بیشتر به دانستن «علت سقوط سیب» بود تا «علت عدم سقوط ماه».

نیوتون نشان داد علت آن سقوط و علت این عدم سقوط، هر دو یکی است.

انبساط دنیای طبیعی، انقباض دنیای انسانی:

منشأ کیهان یک «مهبانگ[1] یا انفجار بزرگ» است. طبق یافته‌های کیهان‌شناسی، دنیا در حال انبساط و تورم است. ولی در مقابل، دنیای انسانی در حال انقباض و مینیاتوری شدن است. «مارشال مک لوهان»[2] در نیمه دوم قرن بیستم، با توجه به رواج رادیو و تلویزیون و البته در زمانی که هنوز اینترنت به این درجه از رشد و نفوذ نرسیده بود، عنوانِ «دهکده جهانی» را به کار برد و جهانِ با این عظمت را در حکم یک دهکده دانست[3]. در این دهکده جهانی، «نوشتن» کاری سهل و ممتنع است. یعنی هم کاری آسان و در عین حال کاری دشوار است. به دلیل دسترسی سریع و آسان به انواع منابع و مراجع، می‌توان رهِ صدساله را یک شبه پیمود و از خیلی دستاوردهای قبل به سرعت و آسانی بهره گرفت. در مقابل در این دهکده جهانی و دنیای شیشه‌ای، کوچک‌ترین خبط و خطای نویسندگان به سرعتِ برق وباد و پیش از آن که مجال تصحیح آن پیدا شود، منتشر می‌شود تا «سیه روی شود هر که در او غش باشد!!»

چرا تألیف گروهی؟

یک تألیف «واقعاً گروهی» باید دارای مشخصه‌ای باشد که در علوم اجتماعی به آن «ظهور ویژگی‌های جدید Emergence می‌گویند. یعنی چه؟ برای توضیح مطلب از یک توضیح کاملاً فیزیکی استفاده می‌کنیم.

فرض می‌کنیم دمای اتاقی که در آن درس می‌خوانید ۲۵ درجه سانتی‌گراد باشد. از شما می‌پرسیم که این دما دقیقاً به چه معنا است؟ احتمالاً پاسخ می‌دهید که این دما حاصل حرکت مولکول‌های هوا است و به نوعی به انرژی جنبشی مولکول‌های هوا مرتبط است. حالا اگر «فقط» یک مولکول از این مولکول‌ها را انتخاب کنیم، دمای آن مولکول چند درجه است؟ و شما به درستی پاسخ خواهید داد که: یک مولکول به تنهایی، دما ندارد. اصلاً دما، برای مولکول‌های منفرد تعریف نمی‌شود. دما برای تعداد زیادی از مولکول‌ها قابل تصور است.

حالا کمی رندی می‌کنیم. واقعاً هر یک مولکول چه سهمی در دمای ۲۵°C دارد؟ اگر بخواهیم صادقانه جواب دهیم، واقعاً هیچ سهمی ندارد. در واقع اگر شما دیواری در میانه اتاق بکشید و دیوار را به دو نیمه بخش کنید، دمای هر نیمه هنوز ۲۵°C است. حالا می‌پرسیم، اگر هر مولکول به تنهایی نقشی در دمای اتاق ندارد، پس اگر تمام مولکول‌های هوا را از اتاق خارج کنیم، آیا باز

---

۱. «مارشال مک لوهان» فیلسوف و جامعه‌شناس برجسته کانادایی

2 . Big Bang

۳. توضیح کامل‌تر در کتاب «مقدمه‌ای بر سیستم‌های پیچیده» نوشته «محمدرضا شعبانعلی»

هم اتاق $25^{\circ}C$ است؟ اینجاست که شما متوجه رندی ما می‌شوید و به سرعت جواب می‌دهید که این دیگر درست نیست. اگر مولکول‌های هوا نباشند، داستان متفاوت می‌شود، چون اصلاً دما به نوعی به انرژی جنبشی مولکول‌های هوا وابسته است.
درواقع دما، یک «ویژگی سطح بالا» یا «سطح کلان» است که بر اثر تک‌تک اعضای سیستم قابل مشاهده است. کافی است شما، دمای گاز را با کمیت دیگری مثل «جرم گاز» مقایسه کنید. جرم یک «ویژگی سطح پایین» است. درواقع سهم هر مولکول گاز در جرم کل گاز، سر راست و مشخص است. اگر شما اتاق را به دو نیمه مساوی تقسیم کنید، دقیقاً جرم گاز را به دو نیمه مساوی تقسیم کرده‌اید.
یک تألیف گروهی، باید چیزی مشابه یک «ویژگی سطح بالا» باشد؛ درواقع باید اثری از مجموعه بروز کند که «مساوی مجموع اثرات تک‌تک اعضاء نباشد» این‌که یک نفر درسنامه بنویسد، نفر دیگر سؤال بنویسد، احیاناً کسی هم سؤالات را حل کند و اشخاصی هم تست و جواب آن را فراهم کنند و سپس این موارد سرهم بندی شود، اصلاً شایسته و بایستهٔ یک تألیف گروهی نیست. در یک کار گروهی باید ویژگی‌هایی بروز کند که در کار تک‌تک افراد به تنهایی قابل مشاهده و ردگیری نیست.
در این کتاب‌ها، سعی کرده‌ایم تا حدّممکن، در اثر تعامل و چالش و بعضاً بحث و گفتگوهای نفس‌گیر، کتابی فراهم آوریم که واجد ویژگی‌هایی باشد که صرفاً سرجمع کار چند مؤلف نباشد؛ بلکه ویژگی تعاملی در همه بخش‌های کتاب جاری و ساری باشد.

اهداف اصلی کتاب را می‌توان در موارد زیر شماره کرد:
(۱) ارایه درسنامه‌ای دقیق، روان و بی‌پیرایه با انطباق کامل با کتاب نونگاشت درسی. گرچه مؤلفین نسبت به بعضی روش‌ها و سلیقه‌های کتاب درسی جدید، انتقاداتی دارند ولی به جدّ بر این باور هستند که مبنای اصلی باید همین کتاب درسی باشد و اساساً درگیر نمودن دانش‌آموزانِ مخاطب این کتاب با بحث‌های چالشی و اختلافی، کاری عبث و بی‌فایده می‌باشد.
(۲) حل مسایل فراوان مفهومی و محاسباتی در قالب یک شیب آموزشی منطقی.
هدف‌گیری ارائه مسایل، تعلیم فیزیک است نه خودنمایی بی‌معنا یا درگیر نمودن دانش‌آموز با مسایل بی‌هدف و پراکنده.
(۳) درگیر نمودن دانش‌آموزان با آزمون‌های تشریحی (با توجه به اهمیت بیشتری که امتحانات نهایی پیدا کرده‌اند.)
(۴) طراحی تست‌های «واقعاً تالیفی» مطابق با رویکرد جدید ارائه مطالب (خصوصاً در فصل (۳) (نوسان و موج) و فصل (۴) (برهم‌کنش امواج)) و پرهیز از ساخت تست‌های تصنّعی و تکراری.
(۵) ارائه مطالب جذّاب و خواندنی در قالب تاریخ علم، فناوری و مطالب طنزآمیز همراه با گرافیکی چشم‌نواز

این اثر در قالب سه مجلّد، به شکل زیر تنظیم شده است:
- جلد (۱): سینماتیک ـ دینامیک
- جلد (۲): نوسان و موج ـ برهم‌کنش امواج
- جلد (۳): آشنایی با فیزیک اتمی ـ آشنایی با فیزیک هسته‌ای

مؤلّفین نهایت سعی خود را کرده‌اند، که اثری مفید و بی‌غلط ارائه کنند. امیدواریم که سعی ما اثری خوب و شایسته را رقم زده باشد.
دراینجا بر خود لازم می‌دانیم از راهنمایی‌های ارزنده جناب استاد غلامعلی محمودزاده به عنوان معلّمی پیشکسوت و نویسنده‌ای چیره‌دست و صاحب سبک در حوزه آموزش فیزیک، قدردانی نماییم. همچنین از زحمات اعضای محترم واحد طراحی و تایپ، سرکار خانم‌ها، «سمانه‌ایمانفرد»، «حمیده نوروزی»، «ملیحه محمدی آندرس» و «رضیه صفریان» بسیار سپاسگزاریم. درخاتمه مراتب تشکر و قدردانی ویژه‌ای از مدیریّت توانمند و محترم مجموعه وزین مبتکران **جناب آقای یحیی دهقانی** به جهت حمایت ویژه و فراهم نمودن کلیه امکانات در نشر این کتاب، ابراز می‌داریم.

گریه شام و سحر، شکر که ضایع نگشت
قطره بارانِ ما، گوهر یکدانه شد

تابستان ۹۸

فهرست

عنوان | صفحه

فهرست

عنوان | صفحه

این همه نقش عجب بر در و دیوار وجود

هر که فکرت نکند، نقش بود بر دیوار

حرکت شناسی

فصل ۱

«یوسین بولت» از جامائیکا رکورددار دو ۱۰۰ متر، این مسافت را در ۹/۵۸ ثانیه دویده است؛ اگر ۳ ثانیهٔ اول با شتاب ثابت و در ادامه با سرعت ثابت دویده باشد، شتاب ابتدای دویدن او چقدر است؟

این یک مسئلهٔ حرکت‌شناسی است.

در تصویر مقابل چه می‌بینید؟! ... در نگاه اول یک پول سکه‌ای بـه چشـم مـی‌خـورد. ولـی منظور، آن تراشه کوچکی است که وسط این سکه، قرار گرفته است. منظور از این تصویر، بیان کوچکی این تراشه است؟ ... ولی این تراشه چیست؟

با «**سامانه جهانی مکان‌یابی**» GPS آشنایی دارید. کاربرد این سامانه، مبتنی بر ارتبـاط گیرنـده GPS با ماهواره‌های مربوطه است، و هرکجا که این ارتباط قطع شود، تعیین موقعیـت از کـار می‌افتد. برای بعضی متحرک‌ها (مثل زیردریایی‌هـا) کـه اساسـاً کـاربرد GPS نـاممکن اسـت. سامانه بدیل دیگری که برای تعیین موقعیت هیچ نیازی به ارتباط با مـاهواره یـا رادار خـارجی ندارد، سامانه INS است:

«**سامانه ناوبری لخت**» Inerttal **Navlgauon** System اساس عملکرد INS مبتنی بر این است که با دانسـتن: «مکـان اولیـه»، «سـرعت اولیـه» و «شتاب متحرک در هر لحظه» می‌توان تمام مسیر آینده متحرک را پیدا کرد... به همین دلیل کافی است، سیستم متحرک، مجهز به یک شتاب‌سـنج دقیـق باشد. البته برای حرکت‌های دوبعدی و سه‌بعدی برای آگاهی از چرخش و تغییر متحرک، ژیروسکوپ هم لازم است ... سیستم‌های اولیـه INS خیلـی بزرگ و جاگیر بودند ولی امروزه در ابعاد مینیاتوری (مشابه تراشه وسط سکه در شکل بالا) ساخته می‌شوند ... هرجا کـه کـاربرد GPS عملـی نباشـد، استفاده از INS الزامی می‌شود. ایده INS از مفاهیم اولیه سینماتیک، گرفته شده است.

مقدمه

از طلوع تا غروب خورشید، پرواز پرندگان، شنا کردن ماهیان در دریا، تعیین و محاسبهٔ مسیرتوپ بیسبال یا سفینهٔ فضایی و ... بـه‌طـور کلی، بررسی چگونگی حرکت یک جسم، همواره مورد توجه بشر بوده است. در علم فیزیک نیز، شناخت و توصیف حرکت اجسام، یکی از مباحث مهمی است که به آن پرداخته می‌شود و زمینه‌ساز درک بهترِ دیگر بخش‌های علم فیزیک و به‌ویژه، مکانیک است.

آشنایی با حرکت اجسام را **حرکت‌شناسی** (*سینماتیک*[1]) می‌گویند که مهم‌ترین شاخهٔ علوم فیزیکی است.

حرکت‌شناسی به تحلیل و بررسی حرکت‌های مختلفِ جسم می‌پردازد؛ بدون آن‌که به عامل ایجاد کنندهٔ این حرکت‌ها (نیرو) توجه کند.

با استفاده ازرابطه‌های حاکم درحرکت‌شناسی، می‌توانیم ویژگی‌های حرکت یـک جسـم را تحلیـل کنـیم. ایـن ویژگـی‌هـا عبارتنـد از کمیت‌هایی که به وسیلهٔ دو کمیت بنیادی **مکان** و **زمان** تعریف می‌شوند.

در این فصل، چگونگی حرکت یک جسم در مدل‌های ساده‌ای که اغلبِ حرکت‌هـای طبیعـی را شـامل مـی‌شـود؛ بـا اسـتفاده از ایـن کمیت‌ها بررسی خواهیم کرد.

شناخت حرکت

اگر ذره با گذشت زمان، مکان استقرار خود را ترک کند، حرکت ایجاد می‌شود.

ردّ پای مکان متحرک از آغاز تا پایانِ حرکت، شکلی را ایجاد می‌کند که مسیر حرکت و به اختصار «**مسیر**» نامیـده مـی‌شـود. در واقـع مسیر حرکت، مجموعه نقاطی است که متحرک در هنگام حرکت از آن‌ها عبور می‌کند.

حرکت اتومبیل در رَمپ پارکینگ طبقاتی، نمونه‌ای از حرکت ذره در مسیر سه‌بعدی (فضایی) است.

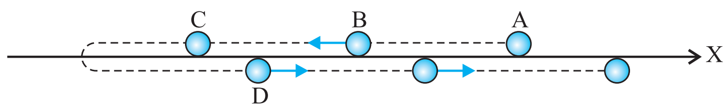
هم‌چنین حرکتِ یک برگ جدا شده از درخت به دلیل وزش باد، در مسیر سه‌بعدیِ پیچیده‌ای انجـام مـی‌شـود. (البتـه بررسـی چنـین حرکت‌هایی از این نوع، خارج از برنامهٔ این کتاب است.)

هر نقطه از مسیر حرکت یک جسم، مکان جسم نام دارد. اندازه‌گیری مکان جسم فقط با وجود «مبدأ مکان» امکان‌پذیر است.

1. Kinematics

مبدأ مکان

هنگامی که از مبدأ مکان صحبت می‌شود در یک دیدگاه رایج، ممکن است دو واژهٔ «مبدأ» و «شروع» هم‌مفهوم تلقی شوند. بـه فـرض اگر متحرکی مطابق شکل داده شده از نقطهٔ A شروع به حرکت کرده و در طی مسیر حرکت از نقاط B و C و D و ... عبور کرده باشد، ممکن است، پرسش شود: «مبدأ مکان متحرک کجاست؟» و نیز ممکن است در یک لحظه نقطهٔ A را به عنـوان مبـدأ مکـان در نظر بگیریم.

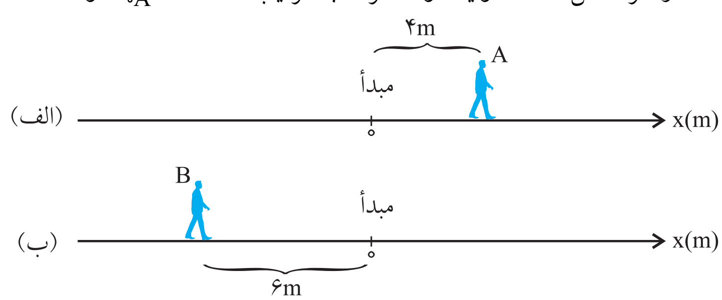


واقعیت این است که این تصور اشتباه است. هر نقطهٔ دلخواهی را به عنوان مبدأ مکان می‌توان در نظر گرفت.
برای این‌که مکان متحرک را در هر لحظه بتوان مشخص کرد، از *مبدأ مکان* کمک می‌گیریم.

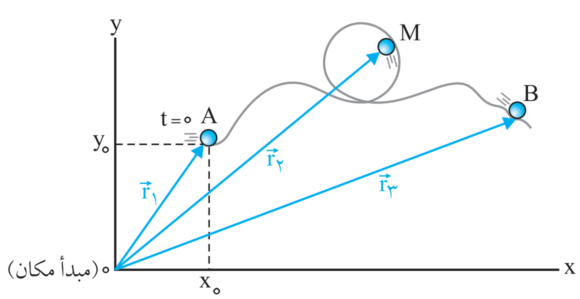
توجه: در حرکت ذره بر روی خط راست، مسیر حرکت یک خط راست (و نه لزوماً افقی) است. که می‌توان همین مسیر را به عنوان یک محور فرض کـرد (محور x).

توجه: مبدأ مکان، لزوماً مکان اولیهٔ جسم **نیست**. مکان اولیهٔ متحرک مکان استقرار جسم در لحظهٔ شروع حرکت است. به عبارت کامل‌تـر، مکـان اولیـهٔ متحرک، مکان جسم در «لحظهٔ شروع بررسی حرکتِ جسم» است. مکان متحرک در $t=0$، مکان اولیه گفته می‌شود و با x_0 نمایش می‌دهند.

با این دیدگاه در شکل زیر، اگر لحظهٔ بررسی حرکت جسم را در شکل (الف)، مکان A و در شکل (ب) مکان B در نظر بگیریم، با توجه به مبدأ مکان مشخص شده در هر شکل، مکان اولیهٔ دو متحرک به ترتیب $x_{0A}=+4\,m$ و $x_{0B}=-6\,m$ می‌باشد.



توجه: ممکن است مسیر حرکت ذره در دو بُعد و یا به عبارتی **حرکت در صفحه** باشد. حرکت را در صفحه‌ای در نظر می‌گیریم که از دو محور عمود بر همِ x و y تشکیل شده باشد. مبدأ مکانِ چنین دستگاهی (دستگاه کارتزین یا دکارتی)، محل تلاقی دو محور x و y است.



نمایش مسیر در چنین صفحه‌ای را نمایش مسیر در مختصات دکارتی می‌نامیم.
شکل روبه‌رو، مسیر حرکت ذره‌ای را از نقطهٔ A تا B نشان می‌دهـد.
مبدأ حرکت (مکان اولیه) نقطهٔ A است بـه‌طـوری کـه $x_{0A}=x_A$ و $y_0=y_A$ است.
زیرنویس ۰ (صفر) نشان‌دهندهٔ آغاز حرکت است.

بردار مکان

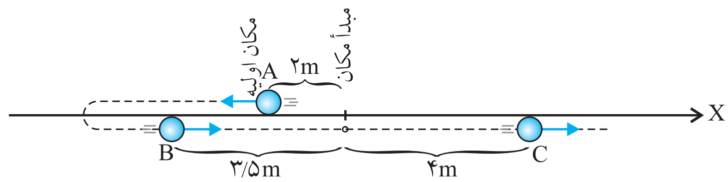
امیر در وسط یک سالن ایستاده است و چشمان امیر (در یک نوع بازی گروهی) بسته است. فرض کنید با راهنمایی هـم‌تیمـی‌هـایش، امیر با چشمان بسته قرار است مکان یکی از اعضای تیم حریف را مشخص کند. یکی از هم‌تیمی‌های امیر به او می‌گوید: بردیا (از تیم حریف) در فاصلهٔ ۲ متری او قرار دارد. به نظر شما آیا امیر می‌تواند دقیقاً محل او را تشخیص دهد؟
به یقین پاسخ منفی است. با کمی تأمل درمی‌یابیم برای تعیین مکان یک جسم، غیر از فاصله، به جهت نیز نیاز داریم. بنـابراین احتیـاج داریم تا مکان یک جسم را با یک «بردار» مشخص کنیم. این بردار را **«بردار مکان»** می‌گوییم.

بردار مکان برداری است که ابتدای آن مبدأ مکان و انتهای آن نقطه‌ای از مسیر حرکت است که جسم (یا ذرّه) در آن مکان قرار دارد.

بردار مکان را با $\vec{r}$ نمایش می‌دهند. در شکل بالا $\vec{r}_۱=\overrightarrow{OA}$ بردار مکان اولیـهٔ ذره اسـت. $\vec{r}_۲=\overrightarrow{OM}$ و $\vec{r}_۳=\overrightarrow{OB}$ بردارهـای مکـان متحرک در نقطه‌های M و B است.

مثال: مطابق شکل زیر، بردار مکان متحرک را برای نقاط A و B و C بنویسید:

پاسخ:

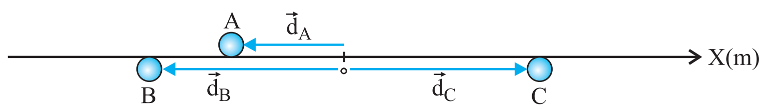


۱) بردار مکانِ جسم در نقطهٔ A برابر است با: $\vec{r}_A=\vec{r}_۰=-۲\vec{i}$ **بردار مکان اولیه**

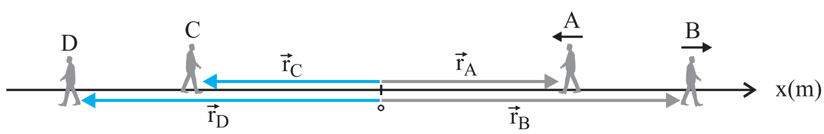
۲) بردار مکانِ جسم در نقطهٔ B برابر است با: $\vec{r}_B=-۳/۵\vec{i}$

۳) بردار مکانِ جسم در نقطهٔ C برابر است با: $\vec{r}_C=+۴\vec{i}$

در حرکت یک بعدی (حرکت بر خط راست) می‌توانیم برای سهولت بردار مکان را با $d=x\vec{i}$ نمایش دهیم. x می‌تواند مثبت، صـفر یا منفی باشد.



توجه: در شکل زیر، بردارهای مکان متحرک در لحظه‌های مختلف نمایش داده شده است. دقت کنید که جهت حرکت ذره، لزوماً در جهت بردار مکانِ ذره **نیست**.



مکان	علامت مکان x	جهت حرکت متحرک در این مکان
A	مثبت	در جهت منفی محور x
B	مثبت	در جهت مثبت محور x
C	منفی	در جهت مثبت محور x
D	منفی	در جهت منفی محور x

مبدأ زمان $(t=۰)$

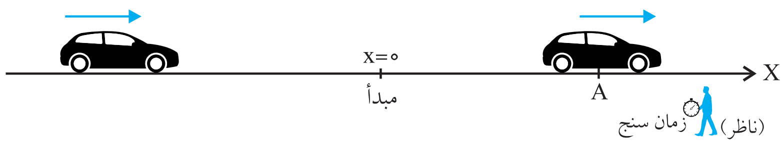
بررسی این موضوع را با طرح یک پرسش کلیدی، آغاز می‌کنیم:

پرسش: آیا $t=۰$ لحظهٔ شروع حرکت است؟

پاسخ: خیر؛ لحظهٔ $t=۰$ (مبدأ زمان) یعنی لحظهٔ شروع بررسی حرکت جسم. فرض کنید، ما به عنوان شخصی (ناظر) که می‌خواهد حرکت جسم را مورد بررسی قرار دهد یک زمان‌سنج (کرونومتر) در دستان خود داریم. در یک لحظه زمان‌سنج را به کار می‌اندازیم. لحظهٔ شـروع به کار این زمان‌سنج را مبدأ زمان گفته و با $t=۰$ نشان می‌دهیم.

توجه: دقت کنید که ممکن است، متحرک، حرکت خود را پیش از این لحظه $(t=۰)$، آغاز کرده باشد، ولی ما از $t=۰$ حرکت آن را مـورد بررسـی قـرار می‌دهیم. مثلاً در شکل زیر متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. هنگامی که ناظر زمان سنج خود را به کار می‌اندازد، متحرک را در نقطه A مـی‌بینـد

این لحظه را مبدأ زمان $(t=0)$ می‌نامیم و مکان متحرک در این لحظه را «مکان اولیهٔ متحرک» می‌گوییم؛ چون مکان اولیه مربوط به لحظهٔ $(t=0)$ است، مکان اولیه را با x_0 نشان می‌دهیم.

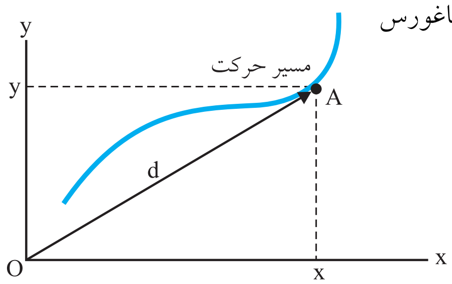


توجه: طول بردار مکان، فاصلهٔ ذره تا مبدأ مکان را نشان می‌دهد. این فاصله را معمولاً با d نشان می‌دهیم.

طول بردار مکانی ذره متحرک در صفحه مختصات دکارتی، بر اساس رابطهٔ فیثاغورس به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$d=\sqrt{x^2+y^2}$$

که در آن x و y مختصات مکان ذره است.



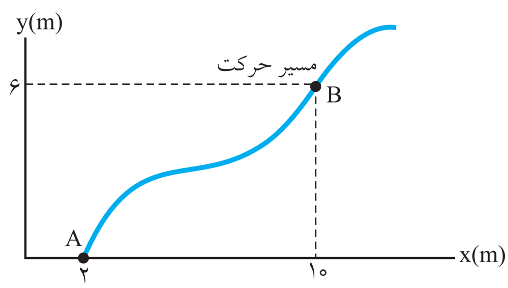
مثال: **شکل مقابل، مسیر حرکت ذره را در صفحهٔ مختصات دکارتی نشان می‌دهد. نقطهٔ A مکان اولیهٔ ذره است.**

الف) بردار مکان اولیهٔ جسم را برحسب بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسید.

ب) بردار مکان ذره را در نقطهٔ B برحسب بردارهای یکّهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسید.

پ) فاصلهٔ اولیهٔ ذره تا مبدأ مکان چه مقدار است؟

ت) فاصلهٔ ذره در نقطهٔ B تا مکان اولیه را محاسبه کنید.



پاسخ: الف) حرکت در $t=0$ از نقطهٔ A شروع شده است. بنابراین

$$\vec{r}_0=\vec{r}_A=x_0\vec{i}+y_0\vec{j}=+2\vec{i}$$

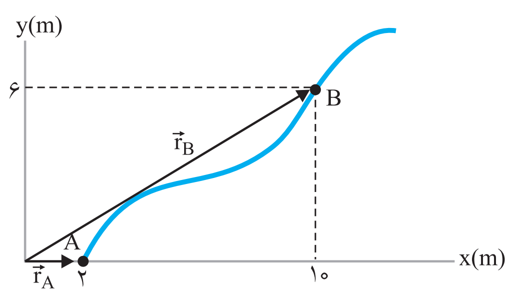
ب)

$$\vec{r}_B=x_B\vec{i}+y_B\vec{j}=10\vec{i}+6\vec{j}$$

پ)

$$d_A=|\vec{r}_0|=2m$$

ت)



$$d=\sqrt{6^2+(10-2)^2}=10m$$

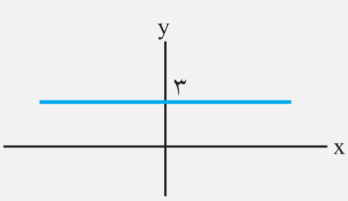
توجه: معادلهٔ مسیر ذره در صفحه به شکل $y=f(x)$ است.

یادآوری ریاضی:

به نمونه‌هایی از معادلهٔ سادهٔ مسیر حرکت ذره در صفحه توجه کنید:

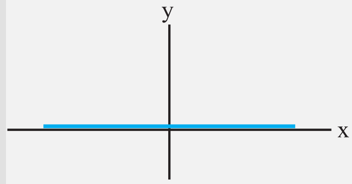
الف) $y=+3m$

مسیر حرکت خط راست افقی مطابق شکل روبه رو است:



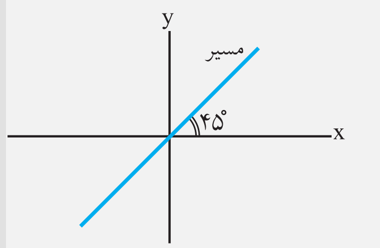
ب) $y=۰$

مسیر حرکت، منطبق بر محور x است.



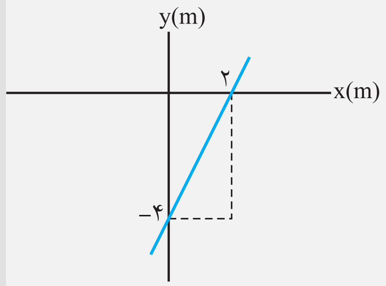
پ) $y=x$

مسیر حرکت، خط راست منطبق بر نیمساز $(y-x)$ است.



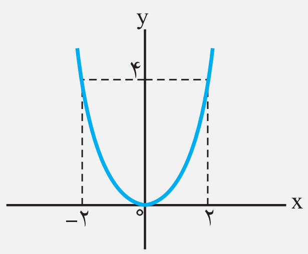
ت) $y=۲x-۴$

مسیر حرکت، خط راستی است که از دو نقطهٔ $A\Big|_{-۴}^{۰}$ و $B\Big|_{۰}^{+۲}$ عبور می‌کند.



ث) $y=x^۲$

مسیر حرکت سهمی شکل است.



ج) $y=-x^۲+۷x-۱۰$

$$y=-x^۲+۷x-۱۰=-(x^۲-۷x+۱۰)=-(x-۲)(x-۵)$$

مسیر حرکت سهمی شکل است. از آن‌جا که ضریب $x^۲$، مقدار منفی است سهمی دارای قله(ماکزیمم) است.

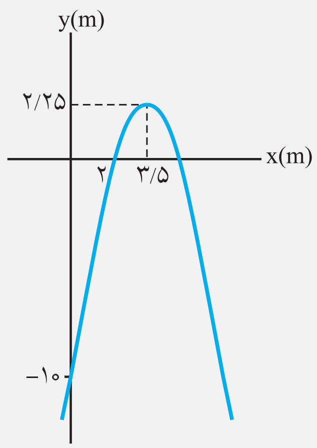
$$x=۰\rightarrow y=-۱۰m$$

$$y=۰\rightarrow x_۱=۲m\ ,\ x_۲=۵m$$

طول رأس سهمی $x=\dfrac{x_۱+x_۲}{۲}=\dfrac{۲+۵}{۲}=۳/۵$

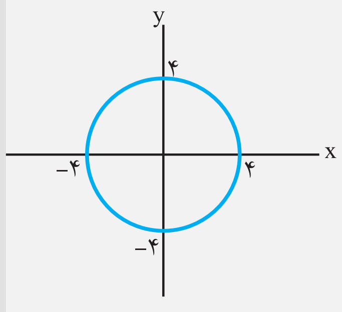
$$\rightarrow y=-(x-۲)(x-۵)\Rightarrow y=-(۳/۵-۲)(۳/۵-۵)=+۲/۲۵$$

$$x=۳/۵m\rightarrow y=۲/۲۵m$$



چ) $x^۲+y^۲=۱۶$

مسیر حرکت، دایره‌ای با شعاعِ $۳m$ و مرکز دایره مبدأ مختصات می‌باشد.



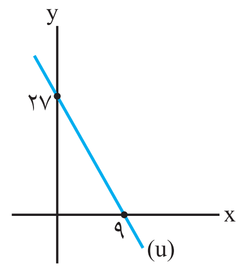
بردار مکان

بردار $\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}$ بردار مکان متحرک را در صفحه مختصات دکارتی نشان می‌دهد. اگر x و y به‌صورت تابعی از زمان تعریف شده باشند، بردار مکان به‌صورت $\vec{r}=f(t)\vec{i}+g(t)\vec{j}$ نشان داده می‌شود. در این صورت $x=f(t)$ و $y=g(t)$ است.

اگر بتوانیم از حل معادله‌های $x=f(t)$ و $y=g(t)$، رابطه‌ای مستقل از زمان بین x و y بیابیم به‌طوری که y را به‌صورت تابعی از x بنویسیم، به معادلهٔ اخیر، معادلهٔ مسیر حرکت می‌گوییم.[1]

مثال: بردار مکان ذره‌ای که در صفحهٔ مختصات xoy حرکت می‌کند در SI به‌صورت $\vec{r}=(-t^{۲}+۲t+۶)\vec{i}+(۳t^{۲}-۶t+۹)\vec{j}$ است. مسیر حرکت این ذره، در کدام گزینه به درستی بیان شده است؟

۱) دایره　　۲) سهمی　　۳) بیضی　　۴) خط راست

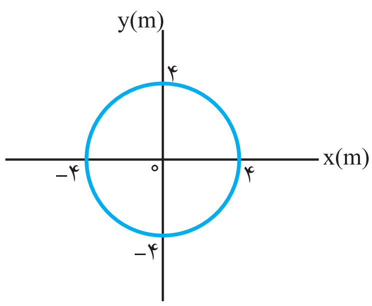


پاسخ: گزینهٔ ۴ صحیح است.

$$x=-t^{۲}+۲t+۶ \xrightarrow{\times ۳} ۳x=-۳t^{۲}+۶t+۱۸$$
$$y=۳t^{۲}-۶t+۹ \longrightarrow \underline{y=۳t^{۲}-۶t+۹}$$
$$۳x+y=۲۷ \Rightarrow y=-۳x+۲۷ \rightarrow$$ مسیر حرکت خط است

خط (u) مسیر حرکت ذره در صفحه است.

مثال: بردار مکان ذره‌ای که در صفحه حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $\vec{r}=(۴\sin ۲t)\vec{i}+(۴\cos ۲t)\vec{j}$ است. معادلهٔ مسیر حرکت را به‌دست آورید و شکل مسیر را در دستگاه مختصات رسم کنید.

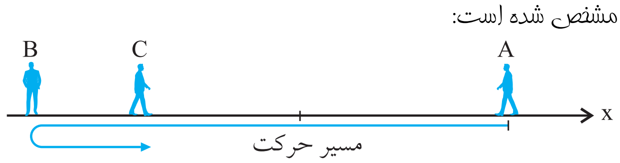


پاسخ:

$$\left.\begin{matrix} x=۴\sin ۲t \\ y=۴\cos ۲t \end{matrix}\right\} \Rightarrow x^{۲}+y^{۲}=۴^{۲}[\sin^{۲}(۲t)+\cos^{۲}(۲t)] \Rightarrow x^{۲}+y^{۲}=۴^{۲}$$

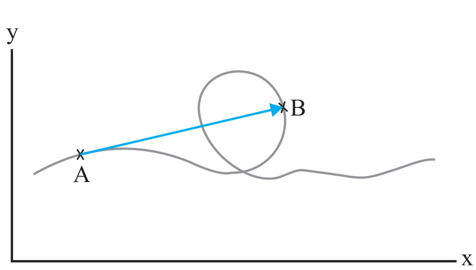
مسیر حرکت دایره‌ای به شعاع ۴ متر و مرکز $(۰,۰)$ است.

توجه: وقتی حرکت در یک بُعد باشد، مسیر حرکت را یکی از محورهای مختصات می‌گیریم. مثلاً در شکل زیر مسیر حرکت متحرکی که ابتدا از مکان A به B و سپس به C رفته با رنگ آبی مشخص شده است:



جابه‌جایی

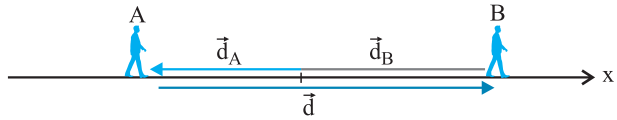
در شکل رو به رو، مسیر حرکت متحرکی را در صفحهٔ مختصات xoy مشاهده می‌کنیم. این متحرک در لحظهٔ $t_{۱}$ از نقطهٔ A و در لحظهٔ $t_{۲}$ $(t_{۲}>t_{۱})$ از نقطهٔ B عبور کرده‌است. بردار $\overrightarrow{AB}$، بردار جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ $t_{۱}$ تا لحظهٔ $t_{۲}$ است.



«بردار جابه‌جایی» متحرک در بازهٔ زمانی $t_{۱}$ تا $t_{۲}$ عبارت است از برداری که ابتدای آن، مکان ذره در لحظهٔ $t_{۱}$ و انتهای آن مکان ذره در لحظهٔ $t_{۲}$ باشد. ابتدا و انتهای بردار جابه‌جایی روی مسیر حرکت قرار دارد.

۱. از آن‌جا که مبحث معادلهٔ مسیر حرکت در صفحه، خارج از برنامهٔ این کتاب است. به جهت آشنایی و برای درک بهتر فقط به ارائهٔ دو مثال بسنده کرده‌ایم.

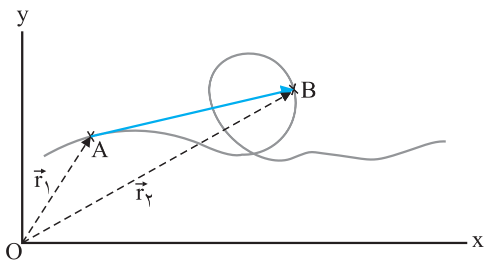
توجه: اگر مسیر حرکت ذره بر روی خط راست باشد، بردار جابه‌جایی در هر بازهٔ زمانی، منطبق بر مسیر حرکت خواهد بود. فرض کنید که در شکل بالا متحرکی از مکان A روی محور x تا مکان B روی محور جابه‌جا شده باشد. در این صورت بردار جابه‌جایی از A تا B به صورت زیر است:



$\vec{d}_A$ بردار مکان جسم در نقطه A

$\vec{d}_B$ بردار مکان جسم در نقطه B

$\vec{d}=\vec{d}_B-\vec{d}_A$ بردار جابه‌جایی جسم از A تا B



توجه: در نمودار بالا، می‌توانیم بردار جابه‌جایی ذره را توسط بردارهای مکانی ذره بنویسیم.

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}\Rightarrow \vec{r}_1+\overrightarrow{AB}=\vec{r}_2\Rightarrow \overrightarrow{AB}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=\Delta\vec{r}$$

توجه: اگر بردارهای $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ برحسب بردارهای یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ داده شوند:

$$\begin{matrix} t=t_1:\vec{r}_1=x_1\vec{i}+y_1\vec{j} \\ t=t_2:\vec{r}_2=x_2\vec{i}+y_2\vec{j} \end{matrix} \Rightarrow \text{بردار جابه‌جایی}=\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}$$

به عنوان مثال اگر $\vec{r}_1=-2\vec{i}+3\vec{j}$ و $\vec{r}_2=4\vec{i}-\vec{j}$ (SI) باشند، بردار جابه‌جایی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(4\vec{i}-\vec{j})-(-2\vec{i}+3\vec{j})\Rightarrow\Delta\vec{r}=6\vec{i}-4\vec{j}$$

توجه: در حرکت بر خط راست بردارهای مکانی ذره را با $\vec{d}_1$ و $\vec{d}_2$ و بردار جابه‌جایی را با $\vec{d}$ نمایش می‌دهیم. به عنوان نمونه، در حرکت بر روی محور x اگر بردار مکان ذره‌ای در لحظهٔ $t_1=2s$ برابر $\vec{d}_1=-6\vec{i}$ و در لحظهٔ $t_2=5s$ برابر $\vec{d}_2=4\vec{i}$ باشد بردار جابه‌جایی جسم (در مدت ۳ ثانیه از t_1 تا t_2) برابر است با:

$$\vec{d}=\vec{d}_2-\vec{d}_1=(4\vec{i})-(-6\vec{i})=10\vec{i}$$

توجه: وقتی می‌گوییم بر روی محور x بردار جابه‌جایی $\vec{d}=+3\vec{i}$ است یعنی متحرک به اندازهٔ $3\,m$ در جهت مثبت محور x جابه‌جا شده است. (این‌که متحرک در این جابه‌جایی تغییر جهت داده باشد یا نه، در محاسبهٔ جابه‌جایی تاثیری ندارد.)

شکل بالا نشان می‌دهد که بردار جابه‌جایی ذره، مستقل از نوع دستگاه مختصات انتخابی است و به شکل مسیر حرکت بستگی ندارد.

مسافت

«مسافت پیموده شده»، طول مسیر حرکت است که همواره به‌صورت یک کمیت نرده‌ای و مثبت بیان می‌شود.

توجه: اگر جهت حرکت تغییر نکند مسافت پیموده شده در هر بازهٔ زمانی با اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی، برابر است.

توجه: مسافت پیموده شده را با نماد L و اندازه بردار جابه‌جایی را با نماد d نمایش می‌دهیم و در حالت کلی: $\mathbf{L\geq d}$ است.

ایستگاهِ زمان

به چند مطلب و کلیدواژه‌های متداول توجه کنید:

۱) منظور از بازهٔ زمانی بین دو لحظهٔ t_1 تا t_2 یعنی: $\Delta t=t_2-t_1$

۲) منظور از، «ثانیهٔ nاُم حرکت»، حرکت در مدت یک ثانیه از $t_1=n-1$ ثانیه تا $t_2=n$ ثانیه است.

به عنوان نمونه، حرکت در ثانیه پنجم یعنی بازهٔ زمانی $4_s\leq t\leq 5_s$

۳) T ثانیهٔ nاُم حرکت یعنی بازهٔ زمانی حرکت به مدت T ثانیه از $t_۱ = (n-۱)T$ تا $t_۲ = nT$ است.
به عنوان نمونه، حرکت در ۳ ثانیهٔ پنجم یعنی: بازهٔ زمانی به مدت ۳ ثانیه که از $t_۱ = ۱۲_s$ تا $t_۲ = ۱۵_s$ است.

تندی متوسط

مسافت طی شده در واحد زمان، تندی متوسط متحرک است: $S_{av} = \frac{L}{\Delta t}$

در این رابطه، S_{av} تندی متوسط (برحسب $\frac{m}{s}$)

L مسافت طی شده (برحسب متر)

Δt بازهٔ زمانی (برحسب ثانیه)است که متحرک در طی آن، مسافت L را پیموده است.

توجه: تندی متوسط یک کمیت نرده‌ای همواره مثبت است .

سرعت متوسط

سرعت متوسط متحرک برابر است با نسبت بردار جابه‌جایی به زمان انجام این جابه‌جایی: $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$

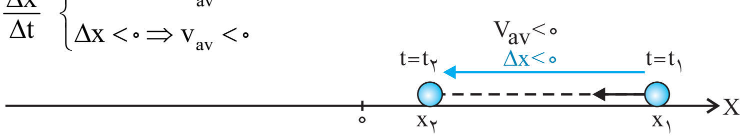
در این رابطه، $\vec{d} = \overrightarrow{AB}$ بردار جابه‌جایی متحرک، از نقطهٔ A تا نقطهٔ B است و Δt مدت زمانی است که در طیِّ آن، مسیر حرکتِ A تا B انجام شده است.

سرعت متوسط $\vec{v}_{av}$ کمیتی برداری و در SI با یکای متر بر ثانیه $(\frac{m}{s})$ است.

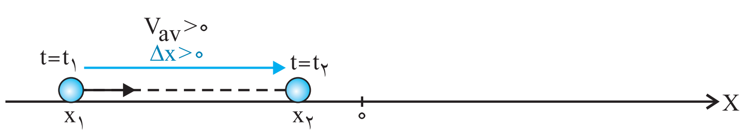
توجه: اگر حرکت متحرک روی محور x انتقاب کنیم ، سرعت متوسط به‌صورت زیر خواهد شد:

$$\vec{d} = \Delta x\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = (\frac{\Delta x}{\Delta t})\vec{i}$$

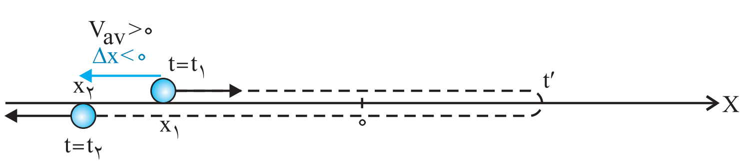
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \begin{cases} \Delta x > ۰ \Rightarrow v_{av} > ۰ \\ \Delta x < ۰ \Rightarrow v_{av} < ۰ \end{cases}$$

(الف)


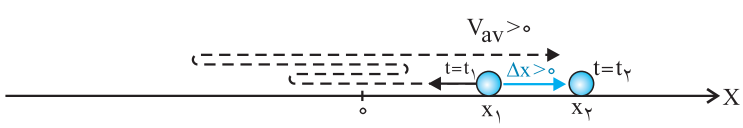
در این حالت، جابه‌جایی منفی است، گرچه مکان‌های متحرک در این دو لحظه مثبت است.

(ب)


در این حالت، جابه‌جایی مثبت است، گرچه مکان‌های متحرک در این دو لحظه منفی است.

(پ)


در این حالت، جابه‌جایی تا لحظهٔ t' مثبت و از t' تا $t_۲$ منفی است ولی جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ منفی است.

(ت)


در این حالت، متحرک ۳ بار تغییر جهت داده است و جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ مثبت است.

توجه: اگر مسیر حرکت خط راست بوده و تغییر جهت نداشته باشیم، اندازهٔ سرعت متوسط همان تندی متوسط است.

حرکت بر خط راست

معادلهٔ مکان ـ زمان

فرض کنید ذره‌ای بر روی محور x، در حال حرکت باشد. به‌طوری که در هر لحظهٔ دلخواه، مکان متحرک قابل اندازه‌گیری باشد. به این ترتیب x تابعی از زمان (t) قابل بیان خواهد بود و می‌توان مکان متحرک را به شکل x=f(t) معرفی کرد.

معادلهٔ مکان ـ زمان $x=f(t)$ به هر شکل ریاضی (ساده یا پیچیده) باشد، مسیر حرکت متحرک بر روی خط راست است.

به عنوان نمونه به مثال های زیر توجه کنید:

۱) $x=t+۲$ ۲) $x=t^{۲}-۵t+۶$ ۳) $x=۳\sin t$

شکل مسیر حرکت در مورد(۱)، نیم خطی افقی است که از $x=+۲$ آغاز می شود.

شکل مسیر حرکت در مورد (۲) از مکان $x_{۰}=+۶$ آغاز می‌شود.

در مورد (۳)، $x=۳\sin t$ در SI نشان می‌دهد که مسیر حرکت ذره پاره‌خطی به طول $۶m$ از $x_{۱}=-۳m$ تا $x_{۲}=+۳m$ است.(چرا؟)

توجه: به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان می‌توان مکان اولیهٔ جسم، و مکان جسم در هر لحظه، مسافت طی شده و جابه‌جایی در هر بازهٔ زمانی دلخواه را مشخص کرد و همچنین می‌توان سرعت متوسط و تندی متوسط را در هر بازهٔ زمانی دلخواه محاسبه نمود.

مثال: معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x=t^{۲}-۵t+۶$ است.

الف) در چه لحظه یا لحظه‌هایی متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

ب) مکان اولیهٔ متحرک در SI چه‌قدر است؟

پ) جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دوم چند متر است؟

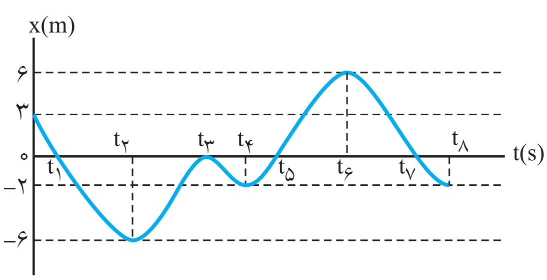
پاسخ:

الف) $x=۰\Rightarrow t^{۲}-۵t+۶=۰\Rightarrow t=۲s\ ,\ t=۳s$ (مبدأ مکان)

ب) $t=۰\Rightarrow x_{۰}=+۶m$

پ) ثانیهٔ دوم $\rightarrow ۱s\le t\le ۲s\Rightarrow\begin{cases}t_{۱}=۱s\Rightarrow x_{۱}=۲m\\ t_{۲}=۲s\Rightarrow x_{۲}=۰\end{cases}\Rightarrow$ (جابه‌جایی) $\Delta x=۰-۲\Rightarrow\Delta x=-۲m$

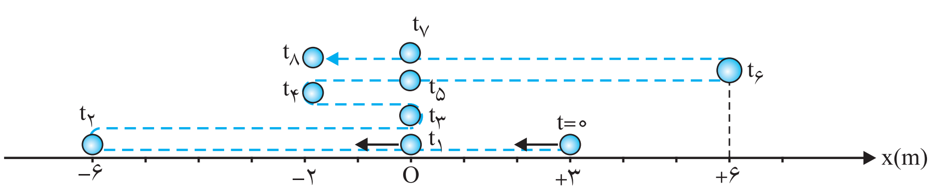
نمودار مکان ـ زمان



فرض کنید متحرکی بر روی محور x حرکت می‌کند. می‌توان مکان و موقعیت حرکت این متحرک را، در یک نمودار که محور عمودی آن x (مکان متحرک) و محور افقی t (زمان) باشد، نمایش داد. مانند نمودار مکان ـ زمان در شکل روبه‌رو.

وضعیت حرکت متحرک را با گذشت زمان روی محور xها نشان می‌دهیم:

(تمام مسیرهای خطچین بر هم منطبق هستند.)

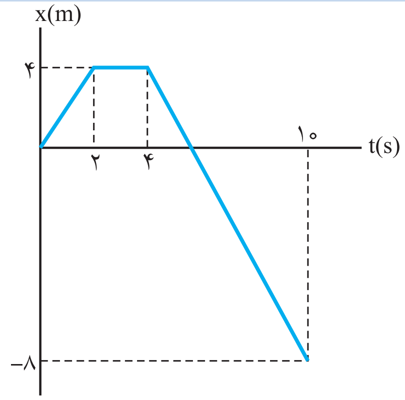


متحرک در لحظه‌های $t_{۲}$، $t_{۳}$، $t_{۴}$ و $t_{۶}$ تغییر جهت می‌دهد.

متحرک در لحظه‌های $t_{۱}$، $t_{۳}$ ، $t_{۵}$ و $t_{۷}$ از مبدأ عبور می‌کند.

توجه: نقاط ماکزیمم و می‌نیمم نسبی در منحنی مکان ـ زمان، لحظه‌های تغییر جهت متحرک است.

مثال: **نمودار مکان ـ زمان متحرکی در SI به‌صورت شکل مقابل است.**



الف) چه مدت، جسم ساکن بوده است؟

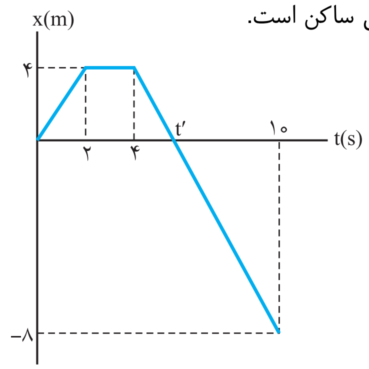
ب) در چه لحظه‌ای متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است؟

پ) جابه‌جایی متحرک در مدت $10s$ ابتدایی حرکت چند متر است؟

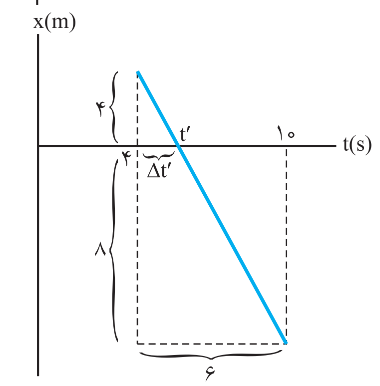
ت) مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1=0$ تا $t_2=10s$ چند متر است؟

پاسخ:

الف) در بازهٔ زمانی $t_1=2s$ تا $t_2=4s$ مکان متحرک $x=+4m$ بوده و تغییر نکرده است. یعنی ساکن است.



ب) در لحظهٔ $t=t'$ متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است:



$$\frac{\Delta t'}{6}=\frac{4}{12}\Rightarrow \Delta t'=2s\Rightarrow t'=6s$$

پ) $\Delta x=x_2-x_1=[(-8\,m)-(+4\,m)]=-12m$ جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_1=0$ تا $t_2=10s$

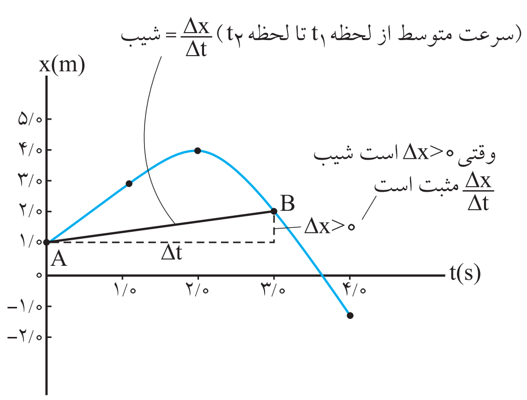
ت) مسافت طی شده در بازهٔ زمانی $t_1=0$ تا $t_2=10s$ برابر است با:

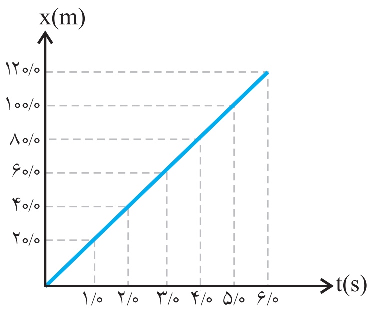
$$L=\underbrace{4m}_{\text{در بازهٔ زمانی } t_1=0 \text{ تا } t_2=4s}+\underbrace{12m}_{\text{در بازهٔ زمانی } t_1=4s \text{ تا } t_2=10s}=16m$$

سرعت متوسط در نمودار $(x-t)$

نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل زیر داده شده است. پاره‌خط بین دو نقطهٔ A و B از نمودار مکان ـ زمان، رسم شده است. نسبت $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ برابر شیب پاره‌خطی که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند. این نسبت برابر با سرعت متوسط متحرک در بازهٔ t_1 تا t_2 است. بنابراین:

سرعت متوسط متحرک بین دو لحظه از زمان، برابر شیب پاره‌خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان ـ زمان را به یک‌دیگر وصل می‌کند.





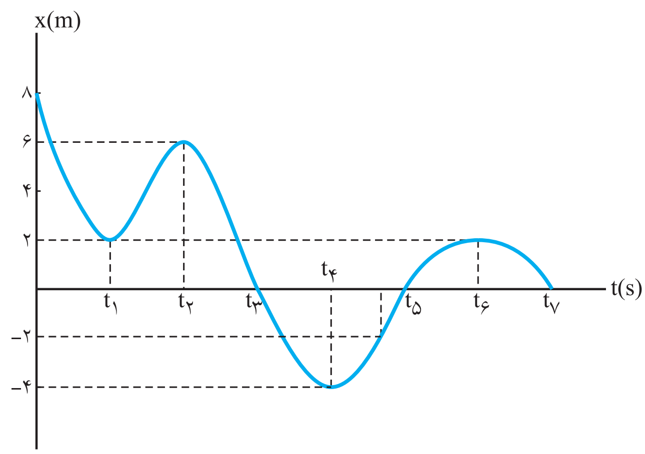
مثال: نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی (۰s تا ۱s)، (۱s تا ۳s)، (۱s تا ۵s) محاسبه می‌کنید. نتایج به‌دست آمده را با هم مقایسه و تفسیر کنید.

پاسخ: در بازهٔ زمانی ۰s تا ۱s: $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲۰-۰}{۱-۰}=۲۰\frac{m}{s}$

در بازهٔ زمانی ۱s تا ۳s: $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۶۰-۲۰}{۳-۱}=۲۰\frac{m}{s}$

در بازهٔ زمانی ۱s تا ۵s: $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۰۰-۲۰}{۵-۱}=\frac{۸۰}{۴}=۲۰\frac{m}{s}$

نتیجه: از آن‌جا که شیب نمودار $(x-t)$ ثابت است، اگر در هر بازهٔ زمانی دلخواه دیگری نیز سرعت متوسط متحرک را حساب کنیم، خواهیم دید که همین مقدار برای آن به‌دست می‌آید.



مثال: نمودار مکان ـ زمان شکل داده شده مربوط به متحرکی است که بر روی محور x ها در حال حرکت است.

الف) در کدام بازه‌های زمانی، متحرک در حال دور شدن از مبدأ مکان است؟

ب) جهت حرکت چند بار و در چه لحظه‌هایی تغییر کرده است؟

پ) تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=t_7$ چند $\frac{m}{s}$ است؟ $(t_7=۱۰s)$

پاسخ: الف) در بازه‌های زمانی (t_1 تا t_2)، (t_3 تا t_4)، (t_5 تا t_6)

ب) ۴ بار در لحظاتِ t_1، t_2، t_4 و t_6

پ) برای محاسبهٔ تندی متوسط ابتدا باید مسافت طی شده در بازهٔ زمانی $t_1=۰$ تا $t_7=۱۰s$ را بیابیم:

$$L=(۸-۲)+(۶-۲)+(۶-(-۴))+(۲-(-۴))=۲۶m$$

$$S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{۲۶m}{۱۰s}=۲/۶\frac{m}{s}$$

تندی لحظه‌ای و سرعت لحظه‌ای

تندی متحرک در هر لحظه از زمان را **تندی لحظه‌ای** می‌نامند.

سرعت متحرک در هر لحظه از زمان را **سرعت لحظه‌ای** گویند. سرعت کمیت برداری است که تندی و جهت حرکت را نشان می‌دهد.

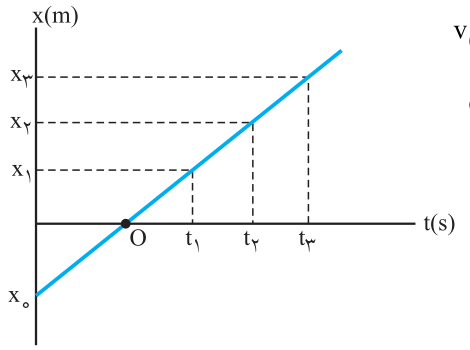
اندازهٔ سرعت لحظه‌ای برابر تندی لحظه‌ای در آن لحظه است.

توجه: برای سادگی سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای را به ترتیب به صورت سرعت و تندی بیان می‌کنیم.

توجه: در حرکت جسم بر خط راست، سرعت لحظه‌ای را به جای $\vec{v}$ به‌صورت v به‌کار می‌بریم. هرگاه متحرک در جهت مثبت محور x حرکت کند $v>۰$ و هرگاه در جهت منفی محور حرکت کند $v<۰$ است.

مثال: از روی نمودار مکان ـ زمان توضیح دهید در چه صورت سرعت لحظه‌ای متحرک همواره با سرعت متوسط آن برابر است.

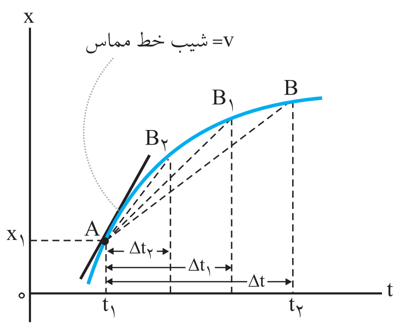
پاسخ: هرگاه نمودار $(x-t)$ یک خط با شیب ثابت باشد، سرعت متوسط در تمام بازه‌های زمانی مقداری یکسان و ثابت است. مانند شکل زیر:



$$v_{(t)} = \underbrace{v_{av}}_{\text{(در هر بازهٔ زمانی)}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

بنابراین در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر با سرعت لحظه‌ای است.

سرعت لحظه‌ای در نمودار مکان ـ زمان



سرعت متوسط بین هر دو لحظهٔ دلخواه، برابر شیب پاره‌خطی است که نمودار مکان ـ زمان را در آن دو لحظه به هم وصل می‌کند. همان‌طور که در شکل روبه‌رو دیده می‌شود اگر Δt به تدریج کوچک و کوچک‌تر شود، نقطهٔ B به نقطهٔ A نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود. با کوچک شدن تدریجی Δt، نقطهٔ B به نقطهٔ A نزدیک می‌شود. در این صورت پاره‌خط واصل بین این دو نقطه، در حالتی که بازهٔ زمانی Δt خیلی‌خیلی کوچک شود، به خط مماس بر نمودار نقطهٔ A میل می‌کند.

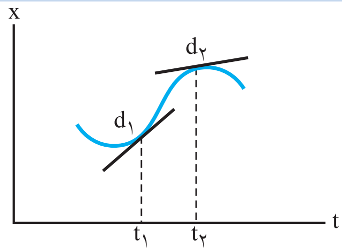
سرعت لحظه‌ای: حدّ سرعت متوسط است وقتی که بازهٔ زمانی بسیار بسیار کوچک باشد و به سمت صفر میل کند.

در حرکت بر روی خط راست می‌توان نوشت:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} v_{av} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

در این حالت شیب خط مماس در نقطهٔ A، برابر سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است.

شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در هر لحظهٔ دلخواه t برابر سرعت در آن لحظه است.



مثال: شکل مقابل نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. d_1 و d_2 خط‌های مماس بر منحنی را در دو لحظهٔ متفاوت نشان می‌دهند. در کدام لحظه تندی متحرک بیش‌تر است؟

پاسخ: با توجه به شکل، اندازهٔ شیب خط d_1 بیش‌تر از اندازهٔ شیب خط d_2 است. بنابراین تندی متحرک در لحظهٔ t_1 بیش‌تر از تندی متحرک در لحظهٔ t_2 است.

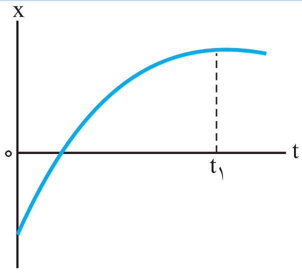
هم‌چنین شیب هر دو خط مثبت است بنابراین سرعت نیز در هر دو لحظهٔ t_1 و t_2 مثبت است یعنی متحرک در جهت محور x حرکت کرده است.

$v_1 > v_2 > 0$

مثال: **شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.**

الف) از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t_۱$ تندی متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

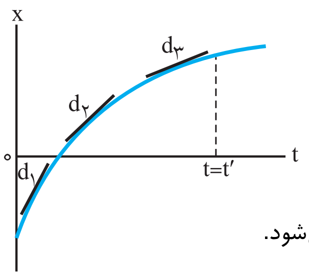
ب) اگر در لحظهٔ t' خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، تندی متحرک در این لحظه چه‌قدر است؟



پاسخ: الف) تندی متحرک در حال کاهش است. اگر شیب خط‌های مماس را در نقطه‌های مختلف رسم کنیم، مشاهده می‌کنیم که اندازهٔ شیب این خط‌ها در حال کاهش است.

$$\text{شیب خط } d_۳ < \text{شیب خط } d_۲ < \text{شیب خط } d_۱$$

$$\Rightarrow v_۳ < v_۲ < v_۱$$



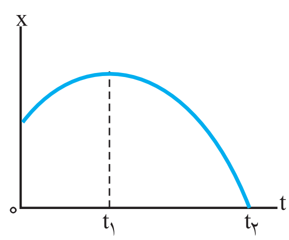
ب) در این لحظه خط مماس بر نمودار $(x-t)$ افقی با شیب صفر است. بنابراین سرعت متحرک صفر می‌شود.

حرکت تندشونده ـ حرکت کندشونده

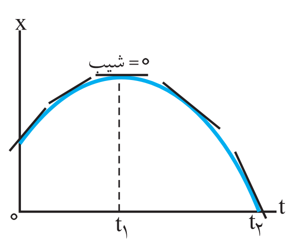
هرگاه با گذشت زمان، تندی رو به افزایش باشد، حرکت متحرک، تُندشونده است.

اگر با گذشت زمان، تندی کاهش یابد، حرکت متحرک، کُندشونده است.

مثال: **نمودار مکان ـ زمان یک متحرک که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. نوع حرکت متحرک را در بازه‌های زمانی $(۰,t_۱)$ و $(t_۱,t_۲)$ بررسی کنید.**

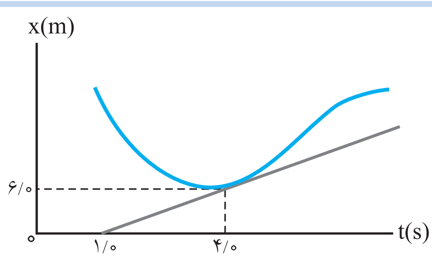


پاسخ: به شکل روبه‌رو توجه کنید. شیب نمودار مکان ـ زمان در چند نقطه رسم شده است. تندی متحرک در هر لحظه با اندازهٔ شیب نمودار مکان ـ زمان برابر است. در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ **اندازهٔ شیب** در حال کاهش است و به مقدار صفر می‌رسد. در نتیجه در این بازهٔ زمانی، حرکت کُندشونده است.



در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، **اندازهٔ شیب**، در حال افزایش است و در این بازهٔ زمانی، حرکت تندشونده است.

مثال: **شکل مقابل نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد. خط مماس بر منحنی در لحظهٔ $t=۴s$ رسم شده است. سرعت متحرک را در این لحظه پیدا کنید.**



پاسخ: سرعت متحرک در هر لحظه برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان است:

$$\text{شیب خط مماس در } (t=۴s) = \frac{۶-۰}{۴-۱} \Rightarrow v_{(۴)} = ۲\frac{m}{s}$$