



۱۴۰۰



دفترچه شماره ۲  
آزمون اختصاصی

داخل کشور

## ویژه نظام آموزشی ۲-۳-۶

آزمون سراسری ورودی دانشگاه های کشور - ۱۴۰۰

گروه آزمایشی علوم انسانی

آزمون اختصاصی (سراسری انسانی ۱۴۰۰ داخل کشور- سازگار شده با نظام جدید)

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

تعداد سؤال: ۱۸۰ مدت پاسخگویی: ۱۶۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۵	تاریخ	۱۵	۱۸۶	۲۰۰	۲۵ دقیقه
۶	جغرافیا	۱۵	۲۰۱	۲۱۵	
۷	علوم اجتماعی	۲۰	۲۱۶	۲۳۵	۱۵ دقیقه
۸	فلسفه و منطق	۲۵	۲۳۶	۲۶۰	۲۵ دقیقه
۹	روان شناسی	۲۰	۲۶۱	۲۸۰	۱۵ دقیقه

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضی	۲۰	۱۰۱	۱۲۰	۲۵ دقیقه
۲	اقتصاد	۱۵	۱۲۱	۱۳۵	۱۰ دقیقه
۳	زبان و ادبیات فارسی	۳۰	۱۳۶	۱۶۵	۳۰ دقیقه
۴	زبان عربی	۲۰	۱۶۶	۱۸۵	۲۰ دقیقه



۱۱۶- یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این چهار کتاب، حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟

$$\frac{41}{42} \text{ (۴)} \quad \frac{20}{21} \text{ (۳)} \quad \frac{13}{14} \text{ (۲)} \quad \frac{19}{21} \text{ (۱)}$$

۱۱۷- برای اندازه‌گیری داده‌هایی که قابل مرتب‌کردن بوده و اختلاف بین مقادیر داده‌ها بامعنا است، از کدام مقیاس اندازه‌گیری استفاده می‌شود؟

$$\text{اسمی (۱)} \quad \text{نسبتی (۲)} \quad \text{ترتیبی (۳)} \quad \text{فاصله‌ای (۴)}$$

۱۱۸- میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟

$$(116, 188) \text{ (۱)} \quad (134, 170) \text{ (۲)} \quad (146, 158) \text{ (۳)} \quad (140, 164) \text{ (۴)}$$

۱۱۹- دامنه میان چارکی نمودار جعبه‌ای شامل ۱۰ داده، ۲۵ و اختلاف چارک اول با سیل‌ها ۳۸ و ۲۶ است. اگر کوچک‌ترین عضو داده‌ها ۳ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای چارک سوم، کدام است؟

$$120 \text{ (۱)} \quad 100 \text{ (۲)} \quad 64 \text{ (۳)} \quad 36 \text{ (۴)}$$

۱۲۰- تعداد کالاهای فروخته‌شده توسط یک فروشگاه در هفته‌های اول تا هفتم به صورت جدول زیر است:

هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد کالاهای فروخته‌شده	۸	x	۵	y	۱۵	۱۰	۱۲

پیش‌بینی‌ها نشان می‌دهد که تعداد کالایی که در هفته نهم به فروش می‌رسد ۸ کالا است. مقدار  $x + y$ ، کدام است؟

$$76 \text{ (۴)} \quad 50 \text{ (۳)} \quad 36 \text{ (۲)} \quad 26 \text{ (۱)}$$

BISTANKU



# سراسری ۱۴۰۰ داخل کشور

## پاسخ نامه آزمون اختصاصی رشته انسانی

### ریاضی

حالا قرار است تمام  $x$  ها را در  $\frac{-1}{3}$  ضرب و سپس با ۴ جمع کنیم، پس برای میانگین هم همین اتفاق می افتد:

$$\bar{y} = \frac{-1}{3}\bar{x} + 4 = \frac{-1}{3}\left(\frac{1}{2}\right) + 4 = \frac{-1}{6} + 4 = -\frac{1}{6} + \frac{24}{6} = \frac{23}{6}$$

۱۰۴- گزینه ۲ اعداد محدوده  $\frac{-2}{3} < x < \frac{-1}{3}$ ، اعدادی منفی هستند، پس جای  $|x|$  باید  $-x$  قرار دهیم:

$$y = [-2x + |x|] + x = [-2x - x] + x = [-3x] + x$$

به ازای  $\frac{-2}{3} < x < \frac{-1}{3}$ ، مقدار عبارت جزء صحیح را حساب می کنیم:

اگر طرفین  $\frac{-2}{3} < x < \frac{-1}{3}$  را در  $-3$  ضرب کنیم، جهت نامساوی ها تغییر می کند:

چون  $-3x$ ، بین ۱ و ۲ است، پس جزء صحیحش ۱ می شود:

$$[-3x] = 1$$

در نتیجه:

$$y = [-3x] + x = 1 + x$$

۱۰۵- گزینه ۱ معادله را طرفین وسطین می کنیم:

$$\frac{ax^2 + 2x}{x+1} = x^2 - x \Rightarrow ax^2 + 2x = x^2 + x - x^2 - x$$

$$\Rightarrow ax^2 - x^2 + 3x = 0$$

از  $x$  فاکتور می گیریم:

$$x(ax^2 - x^2 + 3) = 0 \Rightarrow x((a-1)x^2 + 3) = 0$$

یکی از جواب های این معادله  $x = 0$  است. تا این جا معادله ۱ جواب داشته است.

برای آن که معادله، کلاً ۳ ریشه داشته باشد باید معادله  $(a-1)x^2 + 3 = 0$  هم دو ریشه متمایز داشته باشد، یعنی دلتایش باید مثبت باشد:

$$(a-1)x^2 + 0x + 3 = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow B^2 - 4AC > 0 \Rightarrow 0^2 - 4(a-1)(3) > 0$$

$$\Rightarrow -12a + 12 > 0 \Rightarrow 12a < 12 \Rightarrow a < 1$$

### تذکر

جواب ما  $a < 1$  به دست آمد ولی اگر  $a = -2$  را انتخاب کنیم، معادله درجه دوم به شکل زیر درمی آید:

$$(a-1)x^2 + 3 = 0 \Rightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow -3(x^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

۱۰۱- گزینه ۲ جواب معادله «هزینه = درآمد»، نقطه سربه سر است.

$$R(x) = C(x) \Rightarrow \frac{-1}{4}x^2 + 8x = 4x + b$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}x^2 - 4x + b = 0 \xrightarrow{\times 4} x^2 - 16x + 4b = 0$$

معادله بالا باید ۲ جواب داشته باشد که اختلافشان ۱۲ واحد باشد.

از طرفی در معادله  $x^2 - 16x + 4b = 0$ ، مجموع ریشه ها برابر است با:

$$S = \frac{-(\text{ضریب } x)}{(\text{ضریب } x^2)} = \frac{-(-16)}{1} = 16$$

دو عدد که جمعشان ۱۶ و اختلافشان ۱۲ باشد، ۱۴ و ۲ هستند، پس معادله به شکل زیر بوده است:

$$(x-2)(x-14) = 0 \Rightarrow x^2 - 16x + 28 = 0$$

یعنی  $4b = 28$  باید  $b = 7$  باشد:

۱۰۲- گزینه ۲ صورت کسر اول را با اتحاد مزدوج تجزیه و کسر را ساده می کنیم:

$$\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} = \frac{(2x)^2 - (2-x)^2}{x+2}$$

$$= \frac{(2x+2-x)(2x-2+x)}{x+2}$$

$$= \frac{(x+2)(3x-2)}{x+2} = 3x-2$$

الان معادله به شکل روبه رو درآمده است: دو طرف را در  $x$  ضرب می کنیم:

$$3x^2 - 2x - 7 = 2x \Rightarrow 3x^2 - 4x - 7 = 0$$

مجموع ریشه های معادله درجه دو از رابطه  $S = \frac{-b}{a}$  به دست می آید که این جا برابر با  $S = \frac{4}{3}$  می شود.

۱۰۳- گزینه ۲ مجموع اعضای دامنه برابر است با:

$$-99 + (-98) + \dots + 0 + 1 + \dots + 98 + 99 + 100 = 100$$

با هم خنثی می شن!

تعداد این اعداد، ۲۰۰ تا است. میانگین اعضای دامنه را حساب می کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع اعضای دامنه}}{\text{تعداد}} = \frac{100}{200} = \frac{1}{2}$$



$$\left. \begin{aligned} a=0, b=0 &\Rightarrow (0,0) \\ a=0, b=1 &\Rightarrow (0,1) \\ a=0, b=2 &\Rightarrow (0,2) \\ a=1, b=0 &\Rightarrow (1,0) \\ a=1, b=1 &\Rightarrow (1,1) \\ a=1, b=2 &\Rightarrow (1,2) \\ a=2, b=0 &\Rightarrow (2,0) \\ a=2, b=1 &\Rightarrow (2,1) \\ a=2, b=2 &\Rightarrow (2,2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \{(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (2,4)\}$$

• اجتماع زوج مرتب‌های (۱) و (۲)، همان ۹ عضو مجموعه (۲) می‌شود (چون تمام اعضای (۱) در (۲) هستند)، پس  $f$ ، ۹ عضو دارد.

**توجه**

در صورت سؤال باید جای کلمه «تابع»، کلمه «رابطه» استفاده می‌شود.

۱۰۸- گزینه ۳ تابع  $f$ ، محور  $x$  را با طول ۱- قطع می‌کند، یعنی از نقطه  $(-1, 0)$  می‌گذرد:

$$y = a\left(\frac{1}{p}\right)^x + b \Rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{p}\right)^{-1} + b$$

$$\Rightarrow 0 = pa + b \Rightarrow b = -pa$$

(۲) تابع  $f$ ، محور  $y$  را با عرض ۲ قطع می‌کند، یعنی از نقطه  $(0, 2)$  می‌گذرد:

$$y = a\left(\frac{1}{p}\right)^x + b \Rightarrow 2 = a\left(\frac{1}{p}\right)^0 + b \Rightarrow 2 = a + b$$

$b = -pa$  را در معادله  $2 = a + b$  قرار می‌دهیم:

$$2 = a + (-pa) \Rightarrow a = -2$$

$$b = -2(-2) = 4$$

پس:

$$f(x) = -2\left(\frac{1}{p}\right)^x + 4$$

در نتیجه:

$$\xrightarrow{x=1} f(1) = -2\left(\frac{1}{p}\right) + 4 = -1 + 4 = 3$$

۱۰۹- گزینه ۱ تعدادی عدد با پایه یکسان در هم ضرب شده‌اند. کافی است پایه را بنویسیم و توان‌ها را با هم جمع کنیم:

$$\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^8} \times \frac{1}{3^{16}} \times \dots \times \frac{1}{3^{256}} = 3^{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{256}\right)}$$

اعداد  $\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots, \frac{1}{256}$ ، جملات یک دنباله هندسی با نسبت مشترک

$$r = \frac{1}{2}$$

تعداد جملات  $n = 7$  است: مجموع این ۷ جمله را حساب می‌کنیم:

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow S_7 = \frac{\frac{1}{4}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^7\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{127}{128}}{\frac{1}{2}} = \frac{127}{256}$$

پس عبارت داده‌شده، برابر با  $\frac{127}{256}$  است.

چون  $x = -1$  ریشهٔ مخرج معادلهٔ اولیه  $\left(\frac{ax^2 + 2x}{x+1} = x^2 - x\right)$

است، پس قابل قبول نیست و در این حالت معادله دارای دو جواب  $x = 1$  و  $x = 0$  است، پس جواب درست این سؤال،  $a < 1$  و  $a \neq -2$  است.

تنها گزینه‌ای که هر دو شرط  $a < 1$  و  $a \neq -2$  را پوشش می‌دهد،  $a < -2$  است.

۱۰۶- گزینه ۱ اول باید معادلهٔ سهمی  $f(x)$  را بنویسیم:

$$y = ax^2 + bx + c$$

این سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد. پس نقطهٔ  $(0, 0)$  در معادلهٔ بالا صدق می‌کند:  $0 = 0 + 0 + c \Rightarrow c = 0$

تا این جا ضابطه به صورت  $y = ax^2 + bx$  درآمد.

نقطهٔ  $(1, 1)$  رأس سهمی است، پس در آن صدق می‌کند:

$$1 = a(1)^2 + b(1) \Rightarrow a + b = 1$$

یک بار هم طول رأس را مساوی ۱ قرار می‌دهیم:

$$\frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a$$

با جای گذاری  $b = -2a$  در معادلهٔ  $a + b = 1$  داریم:

$$a + (-2a) = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$b = -2(-1) = 2$$

پس:

در نتیجه ضابطهٔ سهمی به صورت  $f(x) = -x^2 + 2x$  است.

• حالا برویم سراغ ضابطهٔ تابع خطی  $g$ . این تابع از دو نقطهٔ  $(0, 1)$  و  $(1, 0)$  می‌گذرد.

شیب را حساب می‌کنیم:

$$m = \frac{0-1}{1-0} = -1$$

پس ضابطهٔ تابع خطی به شکل  $y = -x + b$  است. چون عرض از مبدأ ۱ است، پس جای  $b$ ، ۱ می‌گذاریم:

$$g(x) = -x + 1$$

معادلهٔ  $f(x) = g^2(x)$  را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x) = (g(x))^2 \Rightarrow -x^2 + 2x = (-x+1)^2$$

$$\Rightarrow -x^2 + 2x = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{4}{2} = 2$$

مجموع ریشه‌های این معادله برابر است با:

۱۰۷- گزینه ۲ اعضای هر دو مجموعه را می‌نویسیم:

$$\textcircled{1} \{ (a, a^2); a = 0, 1, 2 \} \leftarrow \text{یعنی جای } a \text{ باید اعداد } 0, 1, 2 \text{ را در زوج مرتب } (a, a^2) \text{ قرار دهیم:}$$

$$\left. \begin{aligned} a=0 &\Rightarrow (0,0) \\ a=1 &\Rightarrow (1,1) \\ a=2 &\Rightarrow (2,4) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \{(0,0), (1,1), (2,4)\}$$

$$\textcircled{2} \{ (a, a+b) \mid a, b \in \{0, 1, 2\} \} \leftarrow \text{جای } a \text{ و } b \text{ باید اعداد } 0, 1, 2 \text{ را در زوج مرتب } (a, a+b) \text{ قرار دهیم:}$$

۱۱۰- گزینه ۲

جملات اول، سوم و پنجم، بر حسب  $x$  هستند:  
 $4x, x, x - \frac{3}{2}$   
 حاصل ضرب اولی و آخری برابر است با وسطی به توان ۲:  
 $(4x)(x - \frac{3}{2}) = (x)^2 \xrightarrow{\text{ساده می کنیم}} (4)(x - \frac{3}{2}) = x$   
 $\Rightarrow 4x - 6 = x \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$   
 با جای گذاری  $x = 2$ ، پنج جمله به صورت زیر درمی آیند:

$\frac{1}{2}, y, 2, z, 8$   
 می دانیم اگر  $a, b$  و  $c$ ، سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، آن گاه  $b^2 = ac$   
 برای سه جمله اول  $(\frac{1}{2}, z, 2)$  این رابطه را می نویسیم:

$$z^2 = (\frac{1}{2})(2) \Rightarrow z^2 = 1 \Rightarrow |z| = 1$$

$$z^2 = (8)(2) \Rightarrow z^2 = 16 \Rightarrow |z| = 4$$

برای سه جمله آخر  $(2, y, \frac{1}{2})$  هم این رابطه را می نویسیم:

$$y^2 = 2(\frac{1}{2}) \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow |y| = 1$$

$$|x| + |y| + |z| = 2 + 1 + 4 = 7$$

پس:

۱۱۱- گزینه ۱

(۱) نسبت جمله پانزدهم به ششم، برابر با ۶ است.  
 $\frac{a_{15}}{a_6} = 6 \Rightarrow \frac{a_1 + 14d}{a_1 + 5d} = 6 \Rightarrow 6a_1 + 30d = a_1 + 14d$   
 $\Rightarrow 5a_1 = -16d \Rightarrow a_1 = \frac{-16}{5}d$   
 (۲) مجموع ۱۰ جمله اول، -۲۶ شده:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d)$$

$$\Rightarrow -26 = 5(2a_1 + 9d) \Rightarrow -26 = 10a_1 + 45d$$

در معادله بالا، جای  $a_1$ ،  $\frac{-16}{5}d$  قرار می دهیم:

$$-26 = 10(-\frac{16}{5}d) + 45d \Rightarrow -26 = -32d + 45d$$

$$\Rightarrow 13d = -26 \Rightarrow d = -2$$

را حساب می کنیم:

$$a_1 = \frac{-16}{5}d = \frac{-16}{5}(-2) = \frac{32}{5}$$

جمله یازدهم برابر است با:

$$a_{11} = a_1 + 10d = \frac{32}{5} + 10(-2) = \frac{32}{5} - 20 = \frac{32}{5} - \frac{100}{5}$$

$$= \frac{-68}{5} = -13\frac{4}{5}$$

۱۱۲- گزینه ۲

یک بار  $n = 15$  را در رابطه بازگشتی قرار می دهیم:  
 $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1 \xrightarrow{n=15} a_{16} = \frac{1}{a_{15}} + 1$   
 $\Rightarrow \frac{1597}{987} = \frac{1}{a_{15}} + 1 \Rightarrow \frac{1597}{987} - 1 = \frac{1}{a_{15}}$   
 $\Rightarrow \frac{610}{987} = \frac{1}{a_{15}} \xrightarrow{\text{معکوس می کنیم}} a_{15} = \frac{987}{610}$

حالا که  $a_{15}$  را داریم،  $n = 14$  را در رابطه بازگشتی قرار می دهیم:

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1 \xrightarrow{n=14} a_{15} = \frac{1}{a_{14}} + 1$$

$$\Rightarrow \frac{987}{610} = \frac{1}{a_{14}} + 1 \Rightarrow \frac{987}{610} - 1 = \frac{1}{a_{14}}$$

$$\Rightarrow \frac{377}{610} = \frac{1}{a_{14}} \xrightarrow{\text{معکوس می کنیم}} a_{14} = \frac{610}{377}$$

۱۱۳- گزینه ۲  
 برای گزاره‌ای که در صورت سؤال آمده و هر ۴ گزاره‌ای که در گزینه‌ها آمده‌اند، یک جدول ارزش گذاری می نویسیم:

۴	$(p \Rightarrow q) \vee r$	T	T	T	T	T	F	T	T
۲	$\sim p \vee q \vee r$	T	T	T	T	T	F	T	T
۲	$(p \wedge q) \vee r$	T	T	T	T	T	F	F	F
۱	$p \Rightarrow (q \vee r)$	T	T	T	T	T	F	T	T
صورت سؤال	$(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$	T	T	T	T	T	F	T	T
	$p \Rightarrow q$	T	F	T	T	T	F	T	T
	$p \wedge q$	T	F	F	F	T	F	F	F
	$q \vee r$	T	T	T	T	T	F	T	F
	$p \vee q$	T	T	T	F	T	T	T	F
	$\sim p$	F	F	T	T	F	F	T	T
	$r$	T	T	T	T	F	F	F	F
	$q$	T	F	T	F	T	F	T	F
	$p$	T	T	F	F	T	T	F	F

ستون مربوط به گزاره ۲ با چهار ستون دیگر متفاوت است.



پس:  $P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{5}{210} = \frac{1}{42}$

در نتیجه:  $P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{42} = \frac{41}{42}$

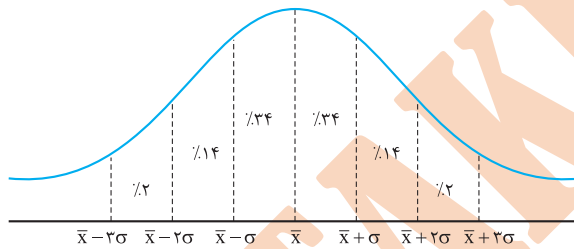
گزینه ۱۱۷

نسبت مقادیر داده‌ها، معنا دارد	اختلاف بین مقادیر داده‌ها، معنا دارد	قابل مرتب‌کردن	ترتیبی
x	x	✓	✓
x	✓	✓	فاصله‌ای
✓	✓	✓	نسبتی

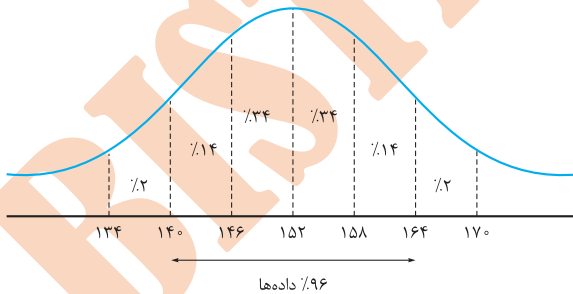
سؤال در مورد معنادار بودن یا نبودن «نسبت مقادیر داده‌ها» حرفی نزده، پس این اطلاعات در مورد هر دو مقیاس «فاصله‌ای» و «نسبتی» درست است. یعنی جواب هم می‌تواند ۲ باشد هم ۴. در کلیدی که سازمان سنجش عزیز داده جواب ۲ بود.

گزینه ۱۱۸

واریانس داده‌ها ۳۶ است، پس انحراف معیار برابر است با:  $\sigma^2 = 36 \Rightarrow \sigma = 6$   
در حالت کلی، توزیع داده‌ها روی منحنی نرمال به صورت زیر است:



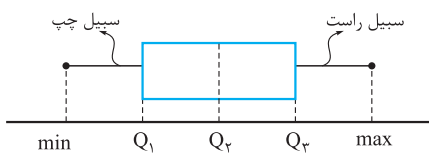
با جای گذاری  $\bar{x} = 152$  و  $\sigma = 6$ ، در نمودار بالا، داریم:



پس ۹۶ درصد داده‌ها بین ۱۴۰ تا ۱۶۴ قرار دارند.

گزینه ۱۱۹

صورت کلی نمودار جعبه‌ای به شکل زیر است:



دامنه میان‌چارکی ۲۵ است، پس:

$$Q_3 - Q_1 = 25 \Rightarrow Q_3 = Q_1 + 25$$

کوچک‌ترین داده، ۳ است:  $\min = 3$

گزینه ۱۱۴ اگر هر دو گزاره  $p \Rightarrow q$  و  $\sim p \Rightarrow q$  درست باشند، باید گزاره  $q$  درست باشد ولی در مورد گزاره  $p$  چیزی نمی‌توان گفت.  
پس گزاره  $p$  را دلخواه و گزاره  $q$  را درست می‌گیریم و برای ۴ گزاره داده‌شده، جدول می‌کشیم.

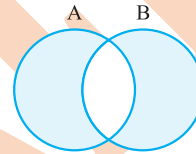
p	q	$\sim q$	$q \vee p$	$p \wedge q$
T	T	F	T	T
F	T	F	T	F

$(q \vee p) \Rightarrow q$	$(q \vee p) \Rightarrow p$	$p \wedge \sim q$	$(q \vee p) \Rightarrow (p \wedge q)$
T	T	F	T
T	F	F	F

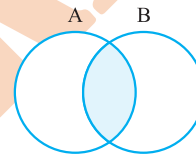
فقط ارزش گزاره ۱، همواره درست است.

گزینه ۱۱۵

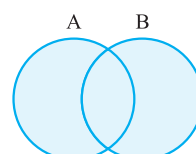
مجموعه  $(A-B) \cup (B-A)$  به صورت روبه‌رو است:



مجموعه  $A \cap B$  نیز به صورت روبه‌رو است:

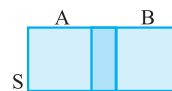


اگر دو مجموعه متمم هم باشند، اجتماعشان برابر با S می‌شود. اجتماع دو مجموعه بالا به صورت روبه‌رو است:



این مجموعه همان  $A \cup B$  است که باید با S برابر باشد.

در واقع نمودار ون این سؤال، این شکلی است:



گزینه ۱۱۶

تعداد کل کتاب‌ها برابر است با:  $5 + 3 + 2 = 10$  می‌خواهیم ۴ کتاب از بین این ۱۰ کتاب انتخاب کنیم:

$$n(S) = \binom{10}{4} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$$

متمم پیشامد «این ۴ کتاب، حداقل در ۲ موضوع باشند»، پیشامد A

«هر ۴ کتاب، در یک موضوع باشند» است.  $A'$

تعداد اعضای پیشامد  $A'$  را حساب می‌کنیم.

برای آن که هر ۴ کتاب در یک موضوع باشند باید هر ۴ کتاب، ریاضی باشد (حالت دیگری ندارد، چون تعداد کتاب‌های دو دسته دیگر، کم‌تر از ۴ است):

$$n(A') = \binom{5}{4} = 5$$



جای  $x + y$ ، حرف  $a$  را قرار می‌دهیم تا حروف با هم قاطی نشن:

$$A = (4, \frac{a+5}{7})$$

معادله خط گذرنده از نقطه میانگین  $A(4, \frac{a+5}{7})$  و نقطه انتهایی  $B(7, 12)$  را باید بنویسیم.

بعد در این معادله، اگر  $x = 9$  قرار دهیم باید  $y = 8$  به ما بدهد، یعنی نقطه  $C(9, 8)$  هم باید روی این خط باشد. پس بهتر است خودمان را اذیت نکنیم! حالا که قرار است این سه نقطه روی یک خط باشند، پس شیب خط گذرنده از  $B$  و  $C$  باید با شیب خط گذرنده از  $A$  و  $B$  برابر باشد:

$$\left. \begin{aligned} m_{BC} &= \frac{8-12}{9-7} = -2 \\ m_{AB} &= \frac{12 - \frac{a+5}{7}}{7-4} = \frac{\frac{84-a-5}{7}}{3} = \frac{34-a}{21} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{34-a}{21} = -2 \Rightarrow 34-a = -42 \Rightarrow a = 76$$

پس:

$$x + y = 76$$

حالا می‌رسیم به جایی که باید مسئله را در ۲ حالت جلو ببریم:

(۱) اختلاف چارک اول با سبیل چپ (منظورش ابتدای سبیل چپ یعنی  $min$ )، ۲۶ است:  $Q_1 - 3 = 26 \Rightarrow Q_1 = 29$

$$Q_3 = Q_1 + 25 = 29 + 25 = 54$$

(۲) اختلاف چارک اول با سبیل چپ، ۳۸ است:

$$Q_1 - 3 = 38 \Rightarrow Q_1 = 41$$

$$Q_3 = Q_1 + 25 = 41 + 25 = 66$$

در نتیجه مجموع مقادیر ممکن برای  $Q_3$  برابر است با:

$$54 + 66 = 120$$

۱۲۰- گزینه **د** مختصات نقطه میانگین را پیدا می‌کنیم:

$$\text{میانگین هفته‌ها} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

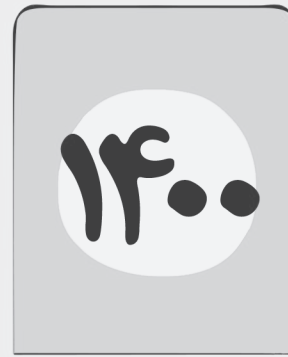
$$\text{میانگین تعداد کالا} = \frac{8+x+5+y+15+10+12}{7}$$

$$= \frac{x+y+5}{7}$$

$$A = (4, \frac{x+y+5}{7})$$

مختصات نقطه میانگین:





دفترچه شماره ۲  
آزمون اختصاصی

خارج از کشور

## ویژه نظام آموزشی ۲-۳-۶

آزمون سراسری ورودی دانشگاه های کشور - ۱۴۰۰

گروه آزمایشی علوم انسانی

آزمون اختصاصی (سراسری انسانی ۱۴۰۰ داخل کشور- سازگار شده با نظام جدید)

نام و نام خانوادگی: شماره داوطلبی:

تعداد سؤال: ۱۸۰ مدت پاسخگویی: ۱۶۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۵	تاریخ	۱۵	۱۸۶	۲۰۰	۲۵ دقیقه
۶	جغرافیا	۱۵	۲۰۱	۲۱۵	
۷	علوم اجتماعی	۲۰	۲۱۶	۲۳۵	۱۵ دقیقه
۸	فلسفه و منطق	۲۵	۲۳۶	۲۶۰	۲۵ دقیقه
۹	روان شناسی	۲۰	۲۶۱	۲۸۰	۱۵ دقیقه

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
۱	ریاضی	۲۰	۱۰۱	۱۲۰	۲۵ دقیقه
۲	اقتصاد	۱۵	۱۲۱	۱۳۵	۱۰ دقیقه
۳	زبان و ادبیات فارسی	۳۰	۱۳۶	۱۶۵	۳۰ دقیقه
۴	زبان عربی	۲۰	۱۶۶	۱۸۵	۲۰ دقیقه

ریاضی

۱۰۱- فرض کنید تابع درآمد شرکتی به ازای تولید  $x$  محصول از یک کالا به صورت  $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 30x$  و تابع هزینه به صورت  $C(x) = ax + 18$  باشد. اگر بیشترین سود این شرکت به ازای تولید ۹ واحد کالا باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۲۱ (۱)      ۱۸ (۲)      -۲۱ (۳)      -۳۹ (۴)

۱۰۲- اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله  $1 = \frac{9x^2 - (x+3)^2}{2x-3} - \frac{2}{x}$ ، کدام است؟

- صفر (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)      ۱ (۳)       $\frac{3}{2}$  (۴)

۱۰۳- فرض کنید  $f(x) = \frac{2x-1}{[x] - \text{sign}(x)}$ ، بر مجموعه  $\{4, 0, 1, 2, 5, -2\}$  تعریف شده باشد. ماکزیمم عضو مجموعه برد تابع  $f$ ، کدام است؟

- $\frac{4}{3}$  (۱)      ۳ (۲)       $\frac{3}{2}$  (۳)      ۴ (۴)

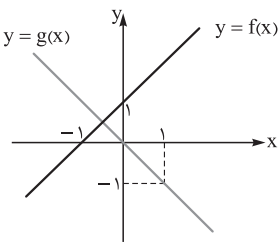
۱۰۴- فرض کنید  $f(x) = |x-1|$ ،  $g(x) = [2x]$  و  $h(x) = \text{sign}(-x)$  باشد، ضابطه  $y = 2f(x) - h(x)g(x)$  در بازه  $-\frac{3}{4} < x < -1$ ، کدام است؟

- $3x-2$  (۱)       $5-2x$  (۲)       $-2x+2$  (۳)       $-8x-4$  (۴)

۱۰۵- اگر معادله  $\frac{x^2-a}{x+3} = 2x-1$ ، دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، محدوده تغییرات  $a$ ، کدام می‌تواند باشد؟

- $a < 9$  (۱)       $a > 9$  (۲)       $a < \frac{37}{4}$  (۳)       $a > \frac{37}{4}$  (۴)

۱۰۶- فرض کنید نمودار تابع‌های خط راست  $y = f(x)$  و  $y = g(x)$  در صفحه مختصات مطابق شکل مقابل داده شده باشند. قدرمطلق اختلاف



جواب‌های معادله  $\frac{f^2(x)}{g(x)} = 2$ ، کدام است؟

- $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)       $\sqrt{3}$  (۲)       $2\sqrt{3}$  (۳)       $3\sqrt{3}$  (۴)

۱۰۷- فرض کنید  $f = \{(x, x^2) \mid x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$  و  $g = \{(x, x^3) \mid x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$  دو تابع در صفحه مختصات باشند. تعداد عناصر برد تابع  $y = \frac{g}{f}(x)$ ، کدام است؟

- ۱۱ (۱)      ۱۰ (۲)      ۶ (۳)      ۵ (۴)

۱۰۸- نمودار تابع با ضابطه  $y = a(\frac{1}{3})^x$  در نقطه‌ای به عرض ۴ محور  $y$  را قطع می‌کند. مقدار تابع در  $x = -2$ ، کدام است؟

- $\frac{4}{9}$  (۱)       $\frac{9}{4}$  (۲)      ۲۷ (۳)      ۳۶ (۴)

۱۰۹- اگر  $3^A \times 12^B = \frac{\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^8} \times \frac{1}{9^{22}} \times \frac{1}{9^{64}}}{\frac{1}{3^2} \times \frac{1}{4^2} \times \frac{1}{3^8} \times \frac{1}{4^8}}$  باشد، مقدار  $A+B$ ، کدام است؟

- $-\frac{13}{32}$  (۱)       $\frac{13}{32}$  (۲)       $\frac{13}{16}$  (۳)       $-\frac{13}{16}$  (۴)

۱۱۰- اگر  $x, x+1, x-1, y, z$  جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار  $xyz$ ، کدام است؟

- ۲ (۱)      ۴ (۲)      ۸ (۳)      ۱۶ (۴)

۱۱۱- جمله پنجم یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ناصفر، واسطه هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است. اگر جمله پنجم دنباله ۷ باشد، جمله صد و یکم دنباله، کدام است؟

- ۲۰۰ (۱)      ۱۷۵ (۲)      ۱۵۰ (۳)      ۱۲۵ (۴)

۱۱۲- جمله دهم دنباله بازگشتی  $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$  و  $a_1 = 1$ ، کدام است؟

- $\frac{55}{34}$  (۱)       $\frac{144}{89}$  (۲)       $\frac{610}{377}$  (۳)       $\frac{89}{55}$  (۴)

۱۱۳- جدول ارزشی کدام گزاره با جدول ارزشی گزاره  $(r \wedge (p \Rightarrow q)) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ ، یکسان نیست؟

- $p \vee q \vee r$  (۱)       $(p \wedge \sim q) \vee r$  (۲)       $\sim (p \Rightarrow q) \vee r$  (۳)       $(p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)$  (۴)

۱۱۴- ارزش گزاره  $\sim q \Rightarrow (\sim(p \leftrightarrow q) \wedge p)$ ، کدام است؟

- (۱) همواره درست است. (۲) همواره نادرست است. (۳) به ارزش  $q$  بستگی دارد. (۴) به ارزش  $p$  بستگی دارد.

۱۱۵- اگر  $A \subseteq B'$  باشد، حاصل  $((A - B) \cup (B - A))'$ ، کدام است؟

- (۱)  $A \cap B$  (۲)  $A' \cap B'$  (۳)  $A \cup B$  (۴)  $A' \cup B'$

۱۱۶- در یک بازی ۱۶ نفره به هر نفر یکی از شماره‌های ۳، ۴، ۵، ...، ۱۸ را تخصیص می‌دهیم. سه تاس را پرتاب می‌کنیم و اعداد روشده را با یکدیگر جمع می‌کنیم. شخصی که آن شماره را داشته باشد، انتخاب می‌شود. احتمال این که شخص صاحب شماره ۱۰ انتخاب شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{10}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{7}$

۱۱۷- برای اندازه‌گیری ویژگی افراد یا اشیاء با دقت زیاد از کدام مقیاس اندازه‌گیری، استفاده می‌شود؟

- (۱) اسمی (۲) نسبی (۳) ترتیبی (۴) فاصله‌ای

۱۱۸- در یک جامعه با میانگین ۴۰، تقریباً ۶۸ درصد داده‌ها بین ۳۵ و ۴۵ قرار می‌گیرند. واریانس داده‌ها، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۴۰

۱۱۹- جمعیت ده کشور دنیا برحسب میلیون نفر به صورت داده‌های روبه‌رو است.

۸۵، ۱۰۵۰، ۲۴۰، ۸۵، ۶۵، ۳، ۸، ۴۲، ۲۵، ۳۶

نسبت دامنه کل به دامنه میان چارکی، کدام است؟

- (۱)  $12/35$  (۲)  $17/45$  (۳)  $19/35$  (۴)  $19/55$

۱۲۰- مقدار بارندگی یک شهر در روزهای مختلف هفته اول سال، برحسب میلی‌متر، به صورت جدول زیر است.

روز	شنبه	یک‌شنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنج‌شنبه	جمعه
مقدار بارندگی (میلی‌متر)	۱۲	۱۱	۵	۱۳	۷	۱۵	x

در جدول فوق داده  $x$  معلوم است. پیش‌بینی می‌شود مقدار بارندگی این شهر روز سه‌شنبه هفته جدید ۱۵ میلی‌متر باشد، میانگین مقدار بارندگی

در هفته اول سال، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲)  $10/8$  (۳)  $11/2$  (۴) ۱۴



# سراسری ۱۴۰۰ خارج از کشور

## پاسخ نامه آزمون اختصاصی رشته انسانی

### ریاضی

۱۰۱- گزینه ۱ تابع سود را می نویسیم:

$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = \left(-\frac{1}{4}x^2 + 30x\right) - (ax + 18)$$

$$\Rightarrow P(x) = \underbrace{-\frac{1}{4}x^2}_A + \underbrace{(30-a)x}_B - \underbrace{18}_C$$

بیشترین مقدار سود، در  $x_s$  آن رخ می دهد که طبق گفته سوال باید ۹ باشد:

$$x_s = -\frac{B}{2A} \Rightarrow 9 = -\frac{(30-a)}{2(-\frac{1}{4})} \Rightarrow 9 = \frac{30-a}{1} \\ \Rightarrow a = 21$$

۱۰۲- گزینه ۲ صورت کسر اول را با اتحاد مزدوج، تجزیه و کسر را ساده می کنیم:

$$\frac{9x^2 - (x+3)^2}{2x-3} = \frac{(3x)^2 - (x+3)^2}{2x-3} \\ = \frac{(3x+x+3)(3x-x-3)}{2x-3} = \frac{(4x+3)(2x-3)}{2x-3} \\ = 4x+3$$

الان معادله به شکل روبه رو درآمده است: دو طرف را در  $x$  ضرب می کنیم:

$$4x^2 + 3x - 2 = x \Rightarrow 4x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\div 2 \rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$$

در معادله بالا، رابطه  $a+c=b$ ، بین ضرایب برقرار است. پس ریشه های معادله  $x_1 = -1$  و  $x_2 = -\frac{c}{a} = \frac{1}{2}$  می باشند.

قدرمطلق تقاض ریشه های این معادله برابر است با:

$$|x_2 - x_1| = \left|\frac{1}{2} - (-1)\right| = \frac{3}{2}$$

۱۰۳- گزینه ۲ مقدار تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{[x]-\text{sign}(x)}$  را به ازای

$x$  های دامنه، حساب می کنیم:

$$\bullet f(-2/5) = \frac{2(-2/5)-1}{[-2/5]-\text{sign}(-2/5)} = \frac{-6}{-3-(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\bullet f(2/1) = \frac{2(2/1)-1}{[2/1]-\text{sign}(2/1)} = \frac{4/2-1}{2-1} = 3/2$$

$$\bullet f(0/8) = \frac{2(0/8)-1}{[0/8]-\text{sign}(0/8)} = \frac{1/6-1}{0-1} = -5/6$$

$$\bullet f(4) = \frac{2(4)-1}{[4]-\text{sign}(4)} = \frac{8-1}{4-1} = \frac{7}{3} = 2/3$$

پس برد تابع  $f$ ، مجموعه  $\{3, 3/2, -5/6, 7/3\}$  است و عضو ماکزیمم این مجموعه، عدد  $3/2$  است.

۱۰۴- گزینه ۲ ضابطه هر ۳ تابع را به ازای دامنه  $-\frac{3}{2} < x < -1$ ، به شکل ساده تر می نویسیم:

۱) به ازای  $-\frac{3}{2} < x < -1$ ، عبارت  $x-1$  منفی می شود، پس

$$f(x) = |x-1| = -x+1$$

قرینه اش از قدرمطلق خارج می شود: اگر طرفین نامساوی  $-\frac{3}{2} < x < -1$  را در ۲ ضرب کنیم، داریم:

$$-3 < 2x < -2$$

عددی که بین  $-3$  و  $-2$  باشد، جزء صحیحش  $-3$  می شود:

$$g(x) = [2x] = [-2 \text{ و } -3] = -3$$

۲) به ازای  $-\frac{3}{2} < x < -1$ ، عدد  $-x$ ، عددی مثبت می شود، پس خروجی تابع  $\text{sign}$  آن، ۱ می شود:

$$h(x) = \text{sign}(-x) = \text{sign}(\text{عدد مثبت}) = 1$$

حالا ضابطه تابع خواسته شده را می نویسیم:

$$y = 2f(x) - h(x)g(x) \Rightarrow y = 2(-x+1) - (1)(-3)$$

$$= -2x + 2 + 3 = 5 - 2x$$

۱۰۵- گزینه ۱ معادله را طرفین وسطین می کنیم:

$$\frac{x^2 - a}{x + 3} = 2x - 1 \Rightarrow 2x^2 + 6x - x - 3 = x^2 - a$$

$$\Rightarrow \underbrace{1x^2}_A + \underbrace{5x}_B + \underbrace{a-3}_C = 0$$

برای آن که معادله دو ریشه متمایز داشته باشد، باید دلتایش مثبت باشد:

$$\Delta > 0 \Rightarrow B^2 - 4AC > 0 \Rightarrow 5^2 - 4(1)(a-3) > 0$$

$$\Rightarrow 25 - 4a + 12 > 0 \Rightarrow 37 > 4a \Rightarrow a < \frac{37}{4}$$

در محدوده  $a < \frac{37}{4}$ ، عدد ۹ هم قرار دارد که داستان را به طرز عجیبی عوض می کند.

به ازای  $a = 9$ ، معادله به شکل روبه رو درمی آید:

$$\frac{x^2 - 9}{x + 3} = 2x - 1$$

صورت کسر را با اتحاد مزدوج تجزیه می کنیم و پس از ساده کردن کسر، معادله را حل می کنیم:

$$\frac{(x-3)(x+3)}{x+3} = 2x-1 \Rightarrow x-3 = 2x-1 \Rightarrow x = -2$$

پس به ازای  $a = 9$ ، معادله فقط یک جواب دارد.

با شرطهای  $a < \frac{37}{4}$ ،  $a \neq 9$ ، تنها گزینه ای که می تواند درست باشد،  $a < 9$  است.



۱۰۸- گزینه ۱ تابع، محور عرض‌ها را در ۴ قطع می‌کند. پس از

$$y = a\left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow 4 = a\left(\frac{1}{3}\right)^0 \Rightarrow 4 = a$$

پس ضابطه تابع به شکل  $y = 4\left(\frac{1}{3}\right)^x$  درمی‌آید.

مقدارش به ازای  $x = -2$ ، برابر است با:

$$y = 4\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 4 \times 9 = 36$$

۱۰۹- گزینه ۱ اعداد صورت کسر را با پایه ۳ می‌نویسیم:

$$\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^8} \times (3^2)^{\frac{1}{3^2}} \times (3^2)^{\frac{1}{3^2}} \times \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^8} \times 3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times \frac{1}{3^4}$$

پایه‌ها برابرند، پس توان‌ها را جمع می‌کنیم:

$$3^{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)} = 3^{\frac{15}{32}}$$

در مخرج، اعداد با پایه ۳ را در هم و اعداد با پایه ۴ را در هم

ضرب می‌کنیم:  $\left(\frac{1}{3^2} \times \frac{1}{3^8}\right) \times \left(\frac{1}{4^2} \times \frac{1}{4^8}\right) = 3^{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)} \times 4^{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)}$

$$= 3^{\frac{5}{8}} \times 4^{\frac{5}{8}} = 12^{\frac{5}{8}}$$

$$\frac{3^{\frac{15}{32}}}{12^{\frac{5}{8}}}$$

کل کسر سمت چپ تساوی‌مان، این شد:

$$\frac{3^{\frac{15}{32}}}{12^{\frac{5}{8}}}$$

عدد  $12^{\frac{5}{8}}$  را به صورت می‌آوریم و توانش را قرینه می‌کنیم:

$$3^{\frac{15}{32}} \times 12^{-\frac{5}{8}}$$

پس تساوی به شکل مقابل درمی‌آید:  $3^{\frac{15}{32}} \times 12^{-\frac{5}{8}} = 3^A \times 12^B$

$$A = \frac{15}{32} \text{ و } B = -\frac{5}{8}$$

پس در نتیجه:

$$A + B = \frac{15}{32} - \frac{5}{8} = \frac{15 - 20}{32} = -\frac{5}{32}$$

۱۱۰- گزینه ۲

نکته

اگر  $a$ ،  $b$ ،  $c$ ، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن‌گاه:  $b^2 = ac$

الان  $x-1$ ،  $x$ ،  $x+2$ ، سه جمله متوالی دنباله هندسی‌اند، پس:

$$(x)^2 = (x-1)(x+2) \Rightarrow x^2 = x^2 + x - 2 \Rightarrow x = 2$$

با جای‌گذاری  $x = 2$ ، پنج جمله به صورت زیر درمی‌آیند:

$$y, 1, 2, 4, z$$

سه عدد  $1, y, z$  و  $2$  سه جمله متوالی‌اند، پس:

$$1^2 = (2)(y) \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$

سه عدد  $2, 4, z$  سه جمله متوالی‌اند، پس:

$$4^2 = (2)(z) \Rightarrow z = 8$$

$$xyz = 2\left(\frac{1}{2}\right)(8) = 8$$

پس:

۱۱۱- گزینه ۲

نکته

اگر  $b$  واسطه هندسی  $a$  و  $c$  باشد، آن‌گاه:  $b^2 = ac$

۱۰۶- گزینه ۲ ضابطه هر دو تابع را باید بنویسیم:

۱) تابع  $f$  از دو نقطه  $A(0, 1)$  و  $B(-1, 0)$  می‌گذرد.

$$m = \frac{0-1}{-1-0} = 1$$

شیب خط را حساب می‌کنیم:

تا این‌جا معادله خط به شکل  $y = x + b$  است. چون عرض از مبدأ

خط ۱ است، پس به جای  $b$ ، ۱ قرار می‌دهیم:  $f(x) = x + 1$

۲) تابع  $g$  از دو نقطه  $C(0, 0)$  و  $D(1, -1)$  می‌گذرد.

$$m = \frac{-1-0}{1-0} = -1$$

شیب خط را حساب می‌کنیم:

تا این‌جا معادله خط به شکل  $y = -x + b$  است. چون عرض از مبدأ

خط، صفر است، پس جای  $b$ ، صفر قرار می‌دهیم:  $g(x) = -x$

معادله  $\frac{f^2(x)}{g(x)} = 2$  را تشکیل می‌دهیم:

$$\frac{(f(x))^2}{g(x)} = 2 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{-x} = 2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = -2x$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

دلتای معادله را حساب می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4(1)(1) = 12$$

خ‌ها برابر است با:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{3}}{1}$$

$$= -2 \pm \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -2 + \sqrt{3} \\ x_2 = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$$

قدرمطلق اختلاف جواب‌ها برابر است با:

$$|x_1 - x_2| = |-2 + \sqrt{3} - (-2 - \sqrt{3})|$$

$$= |2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

۱۰۷- گزینه ۲ اول دامنه و ضابطه هر دو تابع را می‌نویسیم:

خروجی

۱) از  $f = \{(x, x^2) \mid x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$  نتیجه می‌گیریم

اگر  $x$  وارد تابع شود،  $x^2$  از آن خارج می‌شود، یعنی ضابطه  $f$  به صورت  $f(x) = x^2$  است و دامنه‌اش هم اعداد صحیح از  $-5$  تا  $+5$  است.

خروجی

۲) از  $g = \{(x, x^3) \mid x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$  نتیجه می‌گیریم

اگر  $x$  وارد تابع شود،  $x^3$  از آن خارج می‌شود، یعنی ضابطه  $g$  به صورت  $g(x) = x^3$  است و دامنه‌اش هم اعداد صحیح از  $-5$  تا  $+5$  است.

دامنه تابع  $\frac{g}{f}$  را حساب می‌کنیم:

$$D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\}$$

دامنه توابع  $f$  و  $g$ ، یکسان است. تابع  $f(x)$  به ازای  $x = 0$ ،

مقدارش صفر می‌شود، پس باید  $x = 0$  را از دامنه  $\frac{g}{f}$  حذف کنیم:

$$D_{\frac{g}{f}} = \{\pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1\}$$

ضابطه تابع  $\frac{g}{f}$  را تشکیل می‌دهیم:

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x^3}{x^2} = x$$

چون  $\frac{g}{f}$ ، تابع همانی شد، پس همان اعضای دامنه‌اش، برد را تشکیل

می‌دهند:  $R_{\frac{g}{f}} = D_{\frac{g}{f}} = \{\pm 5, \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1\}$

این مجموعه، ۱۰ عضو دارد.



$$\begin{aligned} &\xrightarrow{(1)} \sim(p \Rightarrow q) \vee (r \wedge (p \Rightarrow q)) \\ &\xrightarrow{(2)} \sim(p \Rightarrow q) \vee r \quad \text{طبق قانون (۴):} \\ &\xrightarrow{(3)} \underbrace{\sim(p \Rightarrow q) \vee r}_{\text{۳}} \end{aligned}$$

به ۳ رسیدیم، پس حذفش می‌کنیم و به ساده کردن گزاره‌مان ادامه می‌دهیم:

$$\xrightarrow{(1)} \sim(p \Rightarrow q) \vee r \xrightarrow{(1)} \sim(\sim p \vee q) \vee r$$

به ۲ هم رسیدیم، پس حذفش می‌کنیم و باز هم ادامه می‌دهیم تا به ۱ یا ۴ برسیم:

$$(p \wedge \sim q) \vee r \xrightarrow{\text{جابه‌جایی}} r \vee (p \wedge \sim q)$$

$$\xrightarrow{(2)} (r \vee p) \wedge (r \vee \sim q)$$

$$\xrightarrow{\text{جابه‌جایی در پرانتز دوم}} (r \vee p) \wedge (\sim q \vee r)$$

$$\xrightarrow{\text{عکس خاصیت ۱ در پرانتز دوم}} (r \vee p) \wedge (q \Rightarrow r)$$

پس جواب ۱ است.

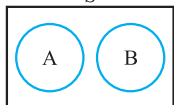
برای گزاره داده‌شده، جدول ارزش گزاره رسم می‌کنیم:

گزینه ۱

$\sim q$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge p$	$\sim(p \Leftrightarrow q)$	$(p \Leftrightarrow q)$	$(p \Leftrightarrow q)$	$\sim q$	$q$	$p$
T	F	T	T	T	F	T	T
T	T	F	F	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T	F
F	T	F	F	F	T	F	F

پس همواره درست است.

۱۱۵- گزینه ۲ اگر A زیرمجموعه B' باشد،



یعنی A و B، هیچ اشتراکی ندارند.

در این جا، جمله پنجم دنباله حسابی، واسطه هندسی بین جمله سوم و نهم آن است، یعنی:

$$(a_5)^2 = (a_3)(a_9)$$

تساوی بالا را بر حسب  $a_1$  و  $d$  می‌نویسیم:

$$(a_1 + 4d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 8d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 8a_1d + 16d^2 = a_1^2 + 10a_1d + 16d^2$$

$$\Rightarrow 8a_1d = 10a_1d \Rightarrow 2a_1d = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \vee d = 0$$

سؤال گفته اختلاف مشترک، صفر نیست، پس باید  $a_1 = 0$  باشد.

جمله پنجم، ۷ است، پس:

$$a_1 + 4d = 7 \Rightarrow 0 + 4d = 7 \Rightarrow d = \frac{7}{4}$$

با داشتن  $a_1 = 0$  و  $d = \frac{7}{4}$ ، جمله صد و یکم را حساب می‌کنیم:

$$a_{101} = a_1 + 100d = 0 + 100 \cdot \left(\frac{7}{4}\right) = 25 \times 7 = 175$$

۱۱۲- گزینه ۱ جملات را به ترتیب از  $a_1$  تا  $a_{10}$ ، حساب می‌کنیم.

طبق رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ ، هر جمله‌ای برابر با معکوس

جمله قبلی‌اش به علاوه یک است:

$$\bullet a_2 = \frac{1}{a_1} + 1 = \frac{1}{1} + 1 = 2$$

$$\bullet a_3 = \frac{1}{a_2} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\bullet a_4 = \frac{1}{a_3} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$\bullet a_5 = \frac{1}{a_4} + 1 = \frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5}$$

$$\bullet a_6 = \frac{1}{a_5} + 1 = \frac{5}{8} + 1 = \frac{13}{8}$$

$$\bullet a_7 = \frac{1}{a_6} + 1 = \frac{8}{13} + 1 = \frac{21}{13}$$

$$\bullet a_8 = \frac{1}{a_7} + 1 = \frac{13}{21} + 1 = \frac{34}{21}$$

$$\bullet a_9 = \frac{1}{a_8} + 1 = \frac{21}{34} + 1 = \frac{55}{34}$$

$$\bullet a_{10} = \frac{1}{a_9} + 1 = \frac{34}{55} + 1 = \frac{89}{55}$$

۱۱۳- گزینه ۱

نکته

قوانین زیر در جبر گزاره‌ها، قابل استفاده هستند:

۱)  $(A \Rightarrow B) \equiv (\sim A \vee B)$

۲)  $\begin{cases} \sim(A \vee B) \equiv \sim A \wedge \sim B \\ \sim(A \wedge B) \equiv \sim A \vee \sim B \end{cases}$

۳)  $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

۴)  $\begin{cases} A \vee \sim A \equiv T \\ A \wedge \sim A \equiv F \end{cases}$

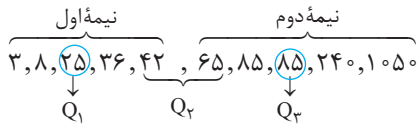
گزاره داده‌شده در صورت سؤال را با قوانین بالا، ساده می‌کنیم:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (r \wedge (p \Rightarrow q))$$





۱۱۹- گزینه ۲ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:  
۳, ۸, ۲۵, ۳۶, ۴۲, ۶۵, ۸۵, ۸۵, ۲۴۰, ۱۰۵۰  
میان و چارک اول و سوم را پیدا می‌کنیم:



دامنه میان‌چارکی برابر است با:  
 $IQR = Q_3 - Q_1 = 85 - 25 = 60$

دامنه تغییرات کل داده‌ها برابر است با:  
 $R = \max - \min = 1050 - 3 = 1047$

پس:  
 $\frac{R}{IQR} = \frac{1047}{60} = \frac{349}{20} = 17/45$

۱۲۰- گزینه ۲ به روزهای هفته اول، اعداد ۱ تا ۷ را نسبت می‌دهیم. در این صورت سه‌شنبه هفته بعد،  $X = 11$  می‌شود. ضمناً جای  $X$ ، از حرف  $k$  استفاده می‌کنیم تا حروف قاطعی نشوند:

x	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
y	۱۲	۱۱	۵	۱۳	۷	۱۵	k

نقطه میانگین را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

$$\bar{y} = \frac{12+11+5+13+7+15+k}{7} = \frac{63+k}{7}$$

پس مختصات نقطه میانگین،  $A = (4, \frac{63+k}{7})$  است.

معادله خط گذرنده از نقطه میانگین  $A = (4, \frac{63+k}{7})$  و نقطه انتهایی یعنی  $B = (7, k)$  را می‌نویسیم:

$$m = \frac{k - \frac{63+k}{7}}{7-4} = \frac{6k-63}{21}$$

به ساده‌سازی می‌کنیم:  
 $m = \frac{2k-21}{7}$

معادله خط:  $y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - k = \frac{2k-21}{7}(x-7)$

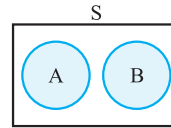
سؤال گفته در سه‌شنبه هفته بعد ( $x=11$ ) مقدار بارندگی ۱۵ میلی‌متر ( $y=15$ ) است، پس نقطه  $(11, 15)$  روی این خط است:

$$15 - k = \frac{2k-21}{7}(11-7) \Rightarrow 15 - k = \frac{4k-84}{7}$$

$$\Rightarrow 7k - 84 = 105 - 4k \Rightarrow 11k = 189 \Rightarrow k = \frac{189}{11} = \frac{63}{5} = 12/6$$

میانگین  $y$ های هفته اول را حساب می‌کنیم:

$$\bar{y} = \frac{63+k}{7} = \frac{63+12/6}{7} = \frac{75/6}{7} = 10/8$$



مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  به صورت روبرو می‌شود:

این مجموعه، همان  $A \cup B$  است.

متمم  $A \cup B$ ، می‌شود  $(A \cup B)'$ ، که طبق دموگان برابر با  $A' \cap B'$  است.

۱۱۶- گزینه ۲ تعداد کل حالات در پرتاب سه تاس را حساب می‌کنیم:

$$n(S) = \frac{6}{\text{تاس اول}} \times \frac{6}{\text{تاس دوم}} \times \frac{6}{\text{تاس سوم}} = 216$$

حالا باید حالت‌هایی که مجموع اعداد ۳ تاس، ۱۰ می‌شود را بشماریم (مشون‌گر!)

- تاس اول ۱ بیاید، باید جمع ۲ تاس دیگر ۹ باشد که ۴ حالت دارد.
  - تاس اول ۲ بیاید، باید جمع ۲ تاس دیگر ۸ باشد که ۵ حالت دارد.
  - تاس اول ۳ بیاید، باید جمع ۲ تاس دیگر ۷ باشد که ۶ حالت دارد.
  - تاس اول ۴ بیاید، باید جمع ۲ تاس دیگر ۶ باشد که ۵ حالت دارد.
  - تاس اول ۵ بیاید، باید جمع ۲ تاس دیگر ۵ باشد که ۴ حالت دارد.
  - تاس اول ۶ بیاید، باید جمع ۲ تاس دیگر ۴ باشد که ۳ حالت دارد.
- جمع کل حالات برابر است با:

$$n(A) = 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 = 27$$

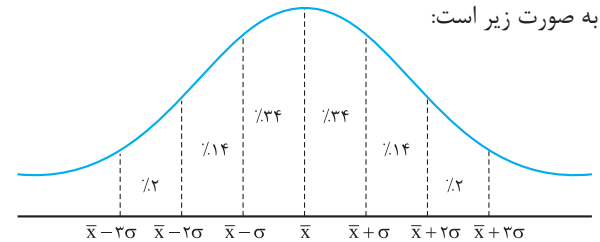
پس:  
 $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{27}{216} = \frac{3^3}{6^3} = (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$

۱۱۷- گزینه ۲ کتاب درسی سال دهم در صفحه ۸۰، می‌فرماید:

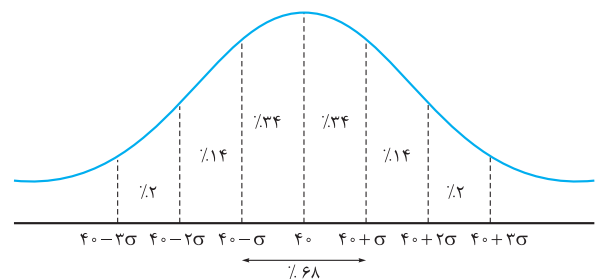
«در مقیاس فاصله‌ای به دلیل استفاده از لوازم یا قواعد دقیق، اندازه‌گیری ویژگی افراد یا اشیا به دقت انجام می‌شود.»

۱۱۸- گزینه ۲ در حالت کلی توزیع داده‌ها روی منحنی نرمال

به صورت زیر است:



با فرض این که  $\bar{x} = 40$  باشد، نمودار نرمال به صورت زیر درمی‌آید:



۶۸ درصد داده‌ها بین  $40 - \sigma$  و  $40 + \sigma$  هستند، پس این دو مقدار

به ترتیب باید ۳۵ و ۴۵ باشند:  
 $\begin{cases} 40 - \sigma = 35 \Rightarrow \sigma = 5 \\ 40 + \sigma = 45 \Rightarrow \sigma = 5 \end{cases}$

هر کدام از دو معادله بالا را حل می‌کردیم، فرقی نداشت. ما هر دو را حل کردیم. خلاصه چون  $\sigma = 5$  شد، پس واریانس برابر با  $\sigma^2 = 25$  می‌شود.