

الگو کار و تمرین

۸ ام ریاضی

آموزش و تمرین

کازم اجلالی، ارشک حمیدی، اشکان نعمتی



انتشارات
الگو

پیشتگفتار

این کتاب را براساس محتوای کتاب درسی ریاضی پایه هشتم و با هدف آموزش آسان و دقیق و تمرین بیشتر نوشته‌ایم. بنابراین کتاب حاضر مکمل کتاب درسی است. به همین دلیل، همه‌جا چارچوب‌های کتاب درسی را رعایت کرده‌ایم. در عین حال، با آوردن تمرین‌های زیاد و متنوع کوشیده‌ایم خلاهای موجود در کتاب درسی را نیز برطرف کنیم.

تقسیم‌بندی فصل‌ها و درس‌های کتاب درست مانند کتاب درسی است. در هر درس، مفاهیم اصلی را با بیانی روشن و با آوردن مثال‌هایی آموزنده معرفی کرده‌ایم و اگر لازم بوده، در انتهای درس با حل کردن مسئله‌های تکمیلی، روش استفاده از این مفاهیم را نشان داده‌ایم. در انتهای هر درس تمرین‌هایی برای کار مستقل دانش‌آموزان آورده‌ایم. همچنین، در انتهای هر فصل نمونه‌هایی از پرسش‌های چهارگزینه‌ای و امتحانی براساس مباحث همان فصل طرح کرده‌ایم.

وظیفه خود می‌دانیم که از همکاران عزیزمان در نشر الگو، جناب آقای دکتر آریس آقانیانس و خانم‌ها عاطفه ربیعی، مهدیه جمشیدی و زینب آدینه‌وند برای ویراستاری علمی کتاب، خانم فاطمه احدی برای حروف چینی و صفحه‌آرایی کتاب، خانم الهام اسماعیل‌زاده برای رسم شکل‌ها و خانم سکینه مختار مدیر واحد ویراستاری و حروف چینی تشکر و قدردانی کنیم.

مؤلفان



فهرست

- ۷۸ درس چهارم: زاویه‌های داخلی
۸۱ تمرین
۸۷ درس پنجم: زاویه‌های خارجی
۸۸ تمرین
۹۲ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۹۳ امتحان فصل سوم

فصل چهارم: جبر و معادله

- ۹۶ درس اول: ساده کردن عبارت‌های جبری
۹۹ تمرین
۱۰۴ درس دوم: پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری
۱۰۵ تمرین
۱۰۹ درس سوم: تجزیه عبارت‌های جبری
۱۱۱ تمرین
۱۱۵ درس چهارم: معادله
۱۱۸ تمرین
۱۲۴ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۱۲۵ امتحان فصل چهارم

فصل پنجم: بردار و مختصات

- ۱۲۸ درس اول: جمع بردارها
۱۳۲ تمرین
۱۳۸ درس دوم: ضرب عدد در بردار
۱۴۲ تمرین
۱۴۸ درس سوم: بردارهای واحد مختصات
۱۵۱ تمرین
۱۵۶ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۱۵۸ امتحان فصل پنجم
۱۶۰ امتحان نوبت اول

فصل اول: عددهای صحیح و گویا

- ۲ درس اول: یادآوری عددهای صحیح
۵ تمرین
۹ درس دوم: معرفی عددهای گویا
۱۴ تمرین
۲۰ درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا
۲۳ تمرین
۲۷ درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای گویا
۳۱ تمرین
۳۶ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۳۷ امتحان فصل اول

فصل دوم: عددهای اول

- ۴۰ درس اول: یادآوری عددهای اول
۴۴ تمرین
۴۸ درس دوم: تعیین عددهای اول
۴۹ تمرین
۵۳ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۵۴ امتحان فصل دوم

فصل سوم: چندضلعی‌ها

- ۵۸ درس اول: چندضلعی‌ها و تقارن
۶۱ تمرین
۶۵ درس دوم: توازی و تعامد
۶۷ تمرین
۷۱ درس سوم: چهارضلعی‌ها
۷۳ تمرین

فصل ششم: مثلث

- ۱۶۴ درس اول: رابطه فیثاغورس
- ۱۶۶ تمرین
- ۱۷۱ درس دوم: شکل‌های هم‌نهشت
- ۱۷۳ تمرین
- ۱۷۸ درس سوم: مثلث‌های هم‌نهشت
- ۱۸۱ تمرین
- ۱۸۵ درس چهارم: هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه ...
- ۱۸۷ تمرین
- ۱۹۰ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- ۱۹۲ امتحان فصل ششم

فصل هفتم: توان و جذر

- ۱۹۶ درس اول: توان
- ۱۹۸ تمرین
- ۲۰۴ درس دوم: تقسیم اعداد توان‌دار
- ۲۰۶ تمرین
- ۲۱۱ درس سوم: جذر تقریبی
- ۲۱۲ تمرین
- ۲۱۶ درس چهارم: نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد
- ۲۱۷ تمرین
- ۲۲۰ درس پنجم: خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها ...
- ۲۲۱ تمرین
- ۲۲۶ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- ۲۲۷ امتحان فصل هفتم

فصل هشتم: آمار و احتمال

- ۲۳۰ درس اول: دسته‌بندی داده‌ها
- ۲۳۲ تمرین
- ۲۳۷ درس دوم: میانگین داده‌ها
- ۲۳۹ تمرین
- ۲۴۴ درس سوم: احتمال یا اندازه‌گیری شانس
- ۲۴۶ تمرین
- ۲۵۱ درس چهارم: بررسی حالت‌های ممکن
- ۲۵۳ تمرین
- ۲۵۶ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- ۲۵۷ امتحان فصل هشتم

فصل نهم: دایره

- ۲۶۰ درس اول: خط و دایره
- ۲۶۳ تمرین
- ۲۶۸ درس دوم: زاویه‌های مرکزی
- ۲۷۰ تمرین
- ۲۷۵ درس سوم: زاویه‌های محاطی
- ۲۷۷ تمرین
- ۲۸۳ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
- ۲۸۵ امتحان فصل نهم
- ۲۸۷ امتحان پایانی

فصل اول

عددهای صحیح و گویا





درس اول: یادآوری عددهای صحیح



انواع عددهای صحیح

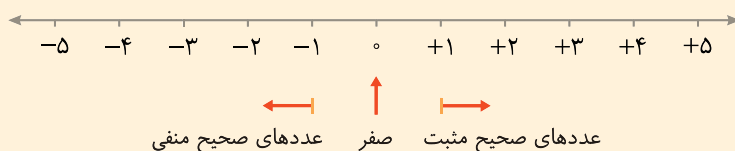
عددهای صحیح سه دسته هستند:

عددهای صحیح مثبت: $+1, +2, +3, \dots$

عدد صفر: 0

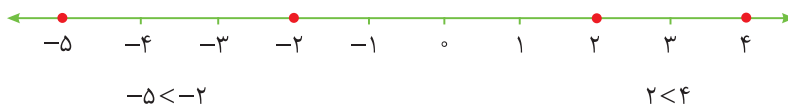
عددهای صحیح منفی: $-1, -2, -3, \dots$

می‌توانیم عددهای صحیح را به صورت زیر روی محور اعداد نشان دهیم:



مقایسه عددهای صحیح

- از هر دو عدد مثبت، عددی که نقطه نمایش آن روی محور اعداد به مبدأ نزدیک‌تر است، کوچک‌تر است.
- از هر دو عدد منفی، عددی که نقطه نمایش آن روی محور اعداد به مبدأ نزدیک‌تر است، بزرگ‌تر است.



قرینه عددهای صحیح

قرینه هر عدد را با گذاشتن علامت «-» در سمت چپ این عدد نشان می‌دهیم.

الف) $(+3)$ قرینه $-(+3) = -3$

ب) (-5) قرینه $-(-5) = +5$



قرینه صفر خود صفر است.

قرینه قرینه هر عدد، خود آن عدد است.

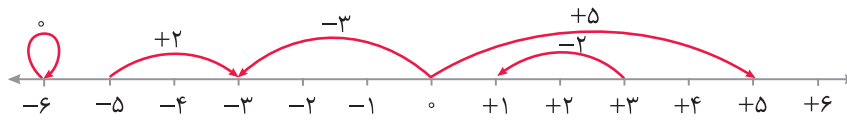
الف) $(+5)$ قرینه $-(+5) = -5$ قرینه $-(-5) = +5$

ب) (-4) قرینه $-(-4) = +4$ قرینه $-(+4) = -4$



حرکت روی محور اعداد

جهت حرکت روی محور اعداد را می‌توانیم با عددهای علامت‌دار نشان دهیم. اگر حرکت به سمت راست باشد، مقدار جابه‌جایی را با عددی مثبت نشان می‌دهیم. اگر حرکت به سمت چپ باشد، مقدار جابه‌جایی را با عددی منفی نشان می‌دهیم. اگر هیچ حرکتی نکنیم، مقدار جابه‌جایی را با عدد صفر نشان می‌دهیم.



قوانین جمع کردن و تفریق دو عدد صحیح

- اگر هر دو عدد مثبت باشند، جمع کردن آن‌ها مانند جمع کردن دو عدد طبیعی است.
- اگر هر دو عدد منفی باشند، برای جمع کردن آن‌ها، بدون در نظر گرفتن علامت منفی، این دو عدد را مانند دو عدد طبیعی با هم جمع می‌کنیم و مقدار به‌دست آمده را با علامت منفی می‌نویسیم. در حقیقت، ابتدا قرینهٔ عددها را با هم جمع می‌کنیم، سپس، حاصل جمع را قرینه می‌کنیم.
- اگر یکی از دو عدد منفی و دیگری مثبت باشد و بدون در نظر گرفتن علامت، عدد مثبت بزرگ‌تر باشد، برای جمع کردن این دو عدد، اختلاف دو عدد بدون علامت را پیدا می‌کنیم و مقدار به‌دست آمده را با علامت مثبت می‌نویسیم.
- اگر یکی از دو عدد منفی و دیگری مثبت باشد و بدون در نظر گرفتن علامت، عدد منفی بزرگ‌تر باشد، برای جمع کردن این دو عدد، اختلاف دو عدد بدون علامت را پیدا می‌کنیم و مقدار به‌دست آمده را با علامت منفی می‌نویسیم.
- برای تفریق دو عدد صحیح، ابتدا تفریق را به جمع تبدیل می‌کنیم، سپس مقدار آن را حساب می‌کنیم.

جمع کردن چند عدد صحیح



به چند طریق می‌توانیم مقدار $-3+2-7$ را حساب کنیم:

- ۱) $-3+2-7=(-3+2)-7=-1-7=-1+(-7)=-8$
- ۲) $-3+2-7=-3+(2-7)=-3+(2+(-7))=-3+(-5)=-8$
- ۳) $-3+2-7=(-3-7)+2=(-3+(-7))+2=-10+2=-8$



- الف) $-9-4+2-1=(-9-4)+2-1=(-9+(-4))+2-1=-13+2-1=(-13+2)-1$
 $=-11-1=-11+(-1)=-12$
- ب) $-7-8+7+8=(-7+7)+(-8+8)=0+0=0$



برای محاسبهٔ مقدار عبارت $1+2+3+\dots+98+99+100$ می‌توانیم عددها را به صورت زیر دسته‌بندی کنیم:

$$1+2+3+\dots+98+99+100=(1+100)+(2+99)+(3+98)+\dots+(50+51)$$

به این ترتیب، عددها به پنجاه جفت دسته‌بندی می‌شوند که مجموع عددهای هر جفت برابر ۱۰۱ است. در نتیجه،

$$1+2+3+\dots+98+99+100=(1+100)+(2+99)+(3+98)+\dots+(50+51)=50 \times 101=5050$$

ضرب کردن عددهای صحیح

علامت حاصل ضرب دو عدد صحیح را در جدول مقابل نوشته‌ایم:

×	+	-
+	+	-
-	-	+



قانون ضرب کردن عددهای صحیح

- برای ضرب کردن چند عدد صحیح غیر صفر، ابتدا آن‌ها را بدون در نظر گرفتن علامت‌هایشان در هم ضرب می‌کنیم، سپس علامت حاصل ضرب را با استفاده از جدول قبل تعیین می‌کنیم.
- حاصل ضرب چند عدد صحیح که صفر هم در میان آن‌ها هست، برابر صفر است.



$$7 \times 4 = 28$$

$$(-) \times (+) = (-)$$

الف) $(-7) \times (+4) = -28$

$$6 \times 9 = 54$$

$$(-) \times (-) = (+)$$

ب) $(-6) \times (-9) = +54$

$$5 \times 12 = 60$$

$$(-) \times (-) = (+)$$

پ) $(-5) \times (-12) \times (-9) = ((-5) \times (-12)) \times (-9) = (+60) \times (-9) = -540$

ت) $(-9) \times (-11) \times (0) \times (+4) \times (0) = 0$



- در ضرب چند عدد صحیح، اگر تعداد عددهای منفی زوج باشد، حاصل ضرب عددی مثبت است.
- در ضرب چند عدد صحیح، اگر تعداد عددهای منفی فرد باشد، حاصل ضرب عددی منفی است.

دو عدد منفی

الف) $(-2) \times (+3) \times (-4) = +(2 \times 3 \times 4) = +24$

سه عدد منفی

ب) $(-12) \times (-6) \times (-2) = -(12 \times 6 \times 2) = -144$

چهار عدد منفی

پ) $(-7) \times (-5) \times (-3) \times (-6) = +(7 \times 5 \times 3 \times 6) = +630$

قانون تقسیم کردن دو عدد صحیح

- برای تقسیم دو عدد صحیح، عمل تقسیم را بدون در نظر گرفتن علامت‌های این دو عدد انجام می‌دهیم، سپس علامت حاصل تقسیم را به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$(+)\div(+)=(+)$$

$$(+)\div(-)=(-)$$

$$(-)\div(+)=(-)$$

$$(-)\div(-)=(+)$$



$$9 \div 3 = 3$$

$$(+)\div(+)=(+)$$

الف) $(+9) \div (+3) = +3$

$$15 \div 3 = 5$$

$$(+)\div(-)=(-)$$

ب) $(+15) \div (-3) = -5$

$$27 \div 9 = 3$$

$$(-)\div(+)=(-)$$

پ) $(-27) \div (+9) = -3$

$$48 \div 16 = 3$$

$$(-)\div(-)=(+)$$

ت) $(-48) \div (-16) = +3$

ترتیب انجام عملیات

ترتیب انجام عملیات در محاسبات به صورت زیر است:

- پراتزها
- ضرب و تقسیم از سمت چپ
- جمع و تفریق



الف) $-12 \div 3 - 6 = (-12) \div 3 + (-6) = ((-12) \div 3) + (-6) = (-4) + (-6) = -10$

ب) $15 \div (-5) \times 3 + 1 = (15 \div (-5)) \times 3 + 1 = (-3) \times 3 + 1 = ((-3) \times 3) + 1 = -9 + 1 = -8$

پ) $-5 \times (-6 \times (-2) + 2) = (-5) \times ((-6) \times (-2) + 2) = (-5) \times (((-6) \times (-2)) + 2) = (-5) \times (12 + 2) = (-5) \times 14 = -70$



- الف) قرینه عدد -13 عدد 13 است.
- ب) حاصل عبارت $12 - 4 \times 2$ برابر -32 است.
- پ) $\frac{\sqrt{36}}{3}$ عدد طبیعی نیست.
- ت) هر عدد طبیعی عددی صحیح است.



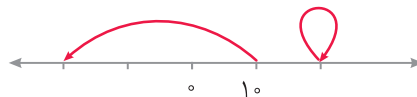
- الف) عددهای و عددهای صحیح نامنفی کوچکتر از 2 هستند.
- ب) قرینه عدد با خودش برابر است.
- پ) 98 بزرگترین عدد طبیعی دورقمی است.

پرسش‌های دو گزینه‌ای

الف) حاصل عبارت $32 - 8 \div 2 \times 3$ کدام است؟

- ۱) 36
- ۲) 20

ب) حرکت‌های روی محور اعداد زیر نشان‌دهنده کدام اعداد صحیح هستند؟



- ۱) صفر و -30
- ۲) 20 و -20

پ) علامت‌های «+» و «-» به چه ترتیبی از راست به چپ داخل قرار گیرند تا حاصل عبارت برابر 11 شود؟

2 (-5) 4

- ۱) + و -
- ۲) + و +

ت) کدام روش در محاسبه مقدار عبارت $-8 + 7 - 9 - 3$ درست است؟

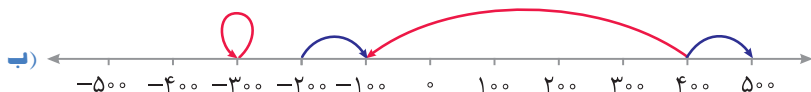
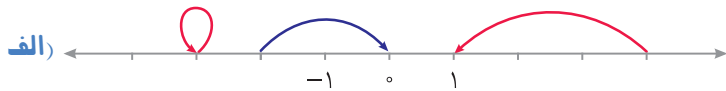
۱) $-8 + 7 - 9 - 3 = -1 - 6 = -7$ ۲) $-8 + 7 - 9 - 3 = -1 - 12 = -13$





تمرین‌های تشریحی

۱) برای هر حرکت روی محور اعداد یک عدد بنویسید.



۲) برای هر یک از اعداد زیر حرکتی روی محور اعداد رسم کنید.

$+20, -30, 0, -10, +40$



۳) قرینه هر عدد را بنویسید.

الف) $11: \dots$

ب) $-14: \dots$

پ) $-(-9): \dots$

ت) $0: \dots$

ث) $- (+ (- (+18))) : \dots$

ج) $- (- (- (20))) : \dots$

۴) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $5-9=$ ب) $-8-13=$

پ) $-11+24=$ ت) $14-(-2)-19=$

ث) $-5 \times 6=$ ج) $-9 \times (-7)=$

ج) $-52 \div (-13)=$ د) $-28 \div 7=$

د) $-(-8)-15+(-10)=$ ه) $-22-33+44-55=$

ه) $-31-(-42)+(-60)-56=$

۵) با توجه به ترتیب عملیات، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $-3-6 \times 4=$

ب) $-24 \div 3 \times 2-9=$

پ) $18-11 \times 2+39 \div 13=$

ت) $-3-4 \times (-2-(3-10))=$

ث) $6 \times 3 \div 2-4 \times 4+7=$

ج) $-2 \times 2-2 \div 2-2=$

۶) با دسته‌بندی مناسب، حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $-۲۳+۵۰+۳۶-۲۷-۱۶=$

ب) $-۷۰+۴۸-۳\times ۵+۲\times ۱۱=$

پ) $-۸-۳۶-۵۲+۹\times ۴+۶۰=$

ت) $-۴\times ۶+۸\times ۵-۱۳-۲\times ۸=$

۷) مانند نمونه، طبیعی یا صحیح بودن هریک از عددهای جدول را مشخص کنید.

عدد	+۹	-۴	۰	$\frac{۱۵}{۵}$	$-\frac{۷}{۲}$	$\sqrt{۶۴}$	$-۳^۴$	$(-۳)^۴$	$\frac{۳}{۸}$	$-(-۲۸)$	$\frac{۰}{۷}$	$\frac{-۱۱}{۱}$
طبیعی	✓											
صحیح	✓											

۸) عددهای صحیح بین -۷ و ۶ را بنویسید.

۹) در هر مورد، عددهای خواسته شده را بنویسید.

الف) عددهای صحیح کوچکتر از -۵

ب) عددهای صحیح بزرگتر از -۶

پ) عددهای طبیعی کوچکتر از ۷

ت) عددهای طبیعی بین -۴ و ۴

۱۰) هریک از عبارتهای داده شده چه عددی را نشان می‌دهد؟

الف) کوچکترین عدد طبیعی

ب) کوچکترین عدد صحیح نامنفی

ج) بزرگترین عدد طبیعی دورقمی فرد

۱۱) در جاهای خالی، علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت بزرگترین مقدار ممکن شود و سپس مقدار آن را به دست آورید.

الف) $(-۸) \square (+۷) \square (-۲) \square (-۳)$

ب) $(+۶) \square (-۵) \square ۲ \times (-۳) \square ۴$

۱۲) در جاهای خالی، علامت «+» یا «-» را طوری قرار دهید که حاصل عبارت کوچکترین مقدار ممکن شود و سپس مقدار آن را به دست آورید.

الف) $(-۱۹) \square (+۱۷) \square (-۱۴) \square -۱۰$

ب) $۴ \times ۵ \square (-۳) \times (-۷) \square -۲ \times ۴$

	۱	۳
	۰	
-۳		

۱۳) جدول مقابل را طوری کامل کنید که حاصل جمع عددهای هر ردیف، هر ستون و دو قطر مساوی شود.



۱۴) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $۱۰^۲ - ۹^۲ + ۸^۲ - ۷^۲ =$

ب) $۵^۳ - ۴^۳ + ۳^۳ - ۲^۳ + ۱^۳ =$

۱۵) عبارت زیر را در نظر بگیرید.

$$۱ + ۲ + ۳ + \dots + ۲۹۸ + ۲۹۹ + ۳۰۰$$

الف) چند جفت عدد با هم جمع می‌شود؟

ب) حاصل جمع هر جفت از اعداد چند است؟

پ) حاصل عبارت چند می‌شود؟

تمرین‌های ویژه

۱) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(۱۵-۱)(۱۴-۱)(۱۳-۱)\dots(-۱۳-۱)(-۱۴-۱)(-۱۵-۱) =$

ب) $۱ - ۲ + ۳ - ۴ + \dots - ۱۰۰ =$

پ) $(۱۰۰-۵) + (۹۹-۵) + (۹۸-۵) + \dots + (۳-۵) + (۲-۵) + (۱-۵) =$

ت) $(۱-۲)(۱+۲) + (۳-۴)(۳+۴) + \dots + (۹۹-۱۰۰)(۹۹+۱۰۰) =$

۲) حاصل عبارت $۱۶ + ۱۷ + ۱۸ + \dots + ۱۱۵$ را به دست آورید.

(راهنمایی: اگر از هر عدد ۱۵ واحد جدا کنید، به حاصل جمع $۱ + ۲ + \dots + ۱۰۰$ می‌رسید.)

۳) حاصل عبارت $۲ + ۴ + ۶ + \dots + ۱۹۸ + ۲۰۰$ را بیابید.

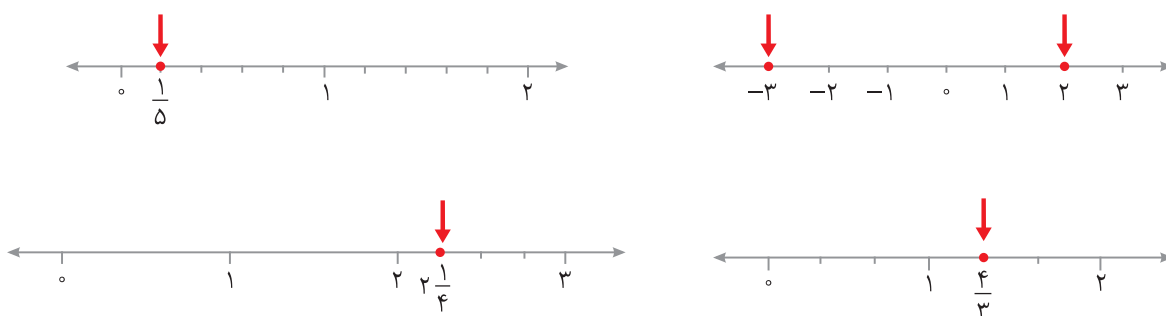
(راهنمایی: این اعداد به ترتیب ۲ برابر اعداد ۱، ۲، ... و ۱۰۰ هستند.)

۴) حاصل عبارت $۳ + ۵ + ۷ + \dots + ۹۹$ را به دست آورید.

درس دوم: معرفی عددهای گویا

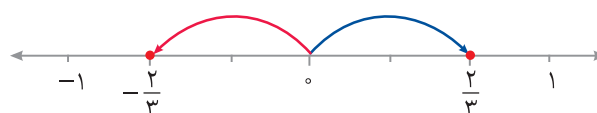


پیش از این، طرز نمایش عددهای صحیح، عددهای کسری و عددهای مخلوط را روی محور اعداد آموخته‌اید. مثلاً، نمایش عددهای -3 ، 2 ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{4}{3}$ و $2\frac{1}{4}$ روی محور اعداد به صورت زیر است:

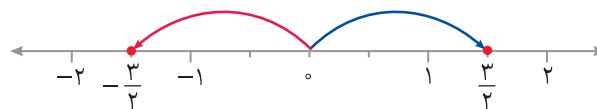


قرینه عددهای کسری

همان‌طور که قرینه عددهای صحیح را روی محور اعداد مشخص می‌کردیم، می‌توانیم قرینه عددهای کسری را روی محور اعداد مشخص کنیم.



$$\frac{2}{3} \text{ قرینه } = -\frac{2}{3}$$



$$\frac{3}{2} \text{ قرینه } = -\frac{3}{2}$$

همه کسرهایی که با آنها آشنا شده‌اید، قرینه دارند.



الف) $\frac{1}{4} \text{ قرینه } = -\frac{1}{4}$

ب) $\frac{13}{5} \text{ قرینه } = -\frac{13}{5}$

ب) $7\frac{1}{8} \text{ قرینه } = -7\frac{1}{8}$



عددهای کسری منفی

عددهای کسری منفی هم داریم که هریک از آن‌ها قرینه کسری مثبت است.

مثال $-\frac{7}{5}$ عددی کسری و منفی است، که قرینه $\frac{7}{5}$ است.

می‌توانیم قرینه هر عدد کسری منفی را هم مشخص کنیم.



الف $-\frac{3}{4}$ قرینه $\frac{3}{4}$ $\Rightarrow -(-\frac{3}{4}) = \frac{3}{4}$ ب $-\frac{9}{5}$ قرینه $\frac{9}{5}$ $\Rightarrow -(-\frac{9}{5}) = \frac{9}{5}$

عددهای مخلوط منفی

عددهای مخلوط منفی هم داریم که هریک از آن‌ها قرینه یک عدد مخلوط مثبت است.

مثال $-2\frac{1}{2}$ عددی مخلوط و منفی است و می‌توان نوشت

$$-2\frac{1}{2} = -(2\frac{1}{2}) = -\frac{5}{2}$$

بنابراین $-2\frac{1}{2}$ قرینه $\frac{5}{2}$ یا $2\frac{1}{2}$ است.

مثال می‌خواهیم کسر $-\frac{17}{3}$ را به عدد مخلوط تبدیل کنیم. ابتدا کسر $\frac{17}{3}$ را به عدد مخلوط تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$$

بنابراین $-\frac{17}{3} = -5\frac{2}{3}$.

نوشتن کسرهای مساوی

مانند کسرهای مثبت، می‌توانیم کسرهای منفی را هم ساده کنیم. همین‌طور، می‌توانیم کسری مساوی کسر مورد نظر بنویسیم.



الف $-\frac{24}{18} = -\frac{4 \times 6}{3 \times 6} = -\frac{4}{3}$ ب $-\frac{3}{5} = -\frac{3 \times 4}{5 \times 4} = -\frac{12}{20}$

برای اینکه کسرهایی مساوی با کسری داده شده بنویسیم، هر بار صورت و مخرج آن را در عددی طبیعی ضرب می‌کنیم.

مثال سه کسر مساوی کسر $-\frac{6}{7}$ به صورت زیر می‌نویسیم:

$$-\frac{6}{7} = -\frac{6 \times 2}{7 \times 2} = -\frac{12}{14}, \quad -\frac{6}{7} = -\frac{6 \times 5}{7 \times 5} = -\frac{30}{35}, \quad -\frac{6}{7} = -\frac{6 \times 10}{7 \times 10} = -\frac{60}{70}$$



می‌خواهیم مقدار x را در تساوی زیر پیدا کنیم:

$$-\frac{8}{14} = -\frac{20}{x}$$

ابتدا توجه کنید که $-\frac{8}{14} = -\frac{4 \times 2}{7 \times 2} = -\frac{4}{7}$ ، بنابراین باید x را طوری پیدا کنیم که

$$-\frac{4}{7} = -\frac{20}{x}$$

صورت و مخرج کسر $-\frac{4}{7}$ را در ۵ ضرب می‌کنیم تا صورت آن با صورت کسر $-\frac{20}{x}$ برابر شود. در نتیجه

$$-\frac{4}{7} = -\frac{4 \times 5}{7 \times 5} = -\frac{20}{35}$$

اکنون از تساوی $-\frac{20}{35} = -\frac{20}{x}$ نتیجه می‌شود که $x = 35$.

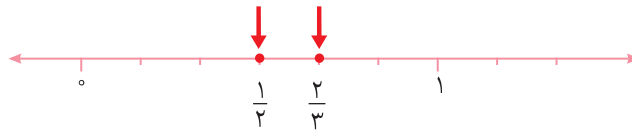
روش‌های مقایسه کسرها

به کمک محور اعداد می‌توانیم کسرها را با هم مقایسه کنیم. اگر نقطه نمایش کسر A سمت چپ نقطه نمایش کسر B باشد، آن‌گاه کسر A از کسر B کوچک‌تر است.



○ می‌خواهیم کسرهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{3}$ را مقایسه کنیم. نقطه‌های نمایش این کسرها را روی محور اعداد زیر مشخص می‌کنیم

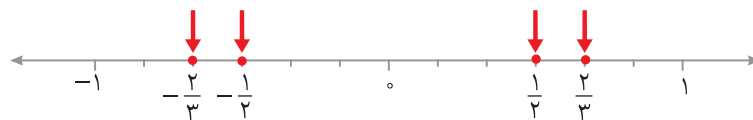
(توجه کنید که $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ و $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$).



از روی این محور اعداد معلوم است که نقطه نمایش کسر $\frac{1}{2}$ سمت چپ نقطه نمایش کسر $\frac{2}{3}$ است. پس $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$.

○ می‌خواهیم کسرهای $-\frac{1}{2}$ و $-\frac{2}{3}$ را مقایسه کنیم. توجه کنید $-\frac{2}{3}$ قرینه $\frac{2}{3}$ است و $-\frac{1}{2}$ قرینه $\frac{1}{2}$ است. بنابراین نقطه

نمایش آن‌ها روی محور اعداد به صورت زیر است:



از روی این محور اعداد معلوم است که نقطه نمایش کسر $-\frac{1}{2}$ سمت راست نقطه نمایش کسر $-\frac{2}{3}$ است. پس $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{2}$.

○ برای مقایسه دو کسر مثبت، ابتدا آن‌ها را هم‌مخرج می‌کنیم. کسری که صورتش کوچک‌تر است، خودش هم کوچک‌تر از کسر دیگر است.

○ برای مقایسه دو کسر منفی، ابتدا قرینه‌های آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. کسری که قرینه‌اش بزرگ‌تر است، خودش کوچک‌تر است.



مثال

می‌خواهیم کسرهای $-\frac{3}{5}$ و $-\frac{6}{7}$ را مقایسه کنیم. توجه کنید که قرینه این کسرها به ترتیب $\frac{3}{5}$ و $\frac{6}{7}$ هستند. از طرف دیگر،

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}, \quad \frac{6}{7} = \frac{6 \times 5}{7 \times 5} = \frac{30}{35}$$

چون $21 < 30$ ، پس $\frac{21}{35} < \frac{30}{35}$ ، یعنی $\frac{3}{5} < \frac{6}{7}$. بنابراین $-\frac{6}{7} < -\frac{3}{5}$.

مثال

برای مقایسه کسرهای $-\frac{2}{9}$ و $-\frac{3}{8}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 9}{8 \times 9} = \frac{27}{72}, \quad \frac{2}{9} = \frac{2 \times 8}{9 \times 8} = \frac{16}{72} \xrightarrow{\frac{16 < 27}{72 \ 72}} \frac{2}{9} < \frac{3}{8} \Rightarrow -\frac{3}{8} < -\frac{2}{9}$$

اگر کسری بین دو عدد صحیح متوالی باشد، قرینه آن کسر بین قرینه‌های این دو عدد صحیح است.

مثال

چون $2 < \frac{7}{3} < 3$ ، پس $-3 < -\frac{7}{3} < -2$.



مثال

قرینه هر عدد کسری بین صفر و ۱ عددی کسری بین -1 و صفر است. به عبارت دیگر،

$$0 < \frac{a}{b} < 1 \Rightarrow -1 < -\frac{a}{b} < 0$$

قرینه هر عدد کسری بین -2 و -3 عددی کسری بین 2 و 3 است. به عبارت دیگر،

$$-3 < \frac{a}{b} < -2 \Rightarrow 2 < -\frac{a}{b} < 3$$

قرینه هر عدد کسری کوچک‌تر از -2 عددی کسری بزرگ‌تر از 2 است. به عبارت دیگر،

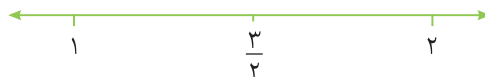
$$\frac{a}{b} < -2 \Rightarrow -\frac{a}{b} > 2$$

نوشتن عددهای کسری بین دو عدد

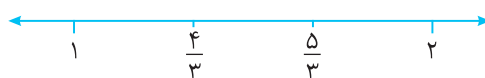
می‌توانیم بین هر دو عدد به تعداد دلخواه عدد کسری بنویسیم.

مثال

اگر فاصله بین عددهای 1 و 2 را به دو قسمت مساوی تقسیم کنیم، می‌توانیم عدد کسری $\frac{3}{2}$ را بین این دو عدد بنویسیم.



همین‌طور، اگر این فاصله را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم، می‌توانیم عددهای کسری $\frac{4}{3}$ و $\frac{5}{3}$ را بین این دو عدد بنویسیم.



به همین ترتیب، می‌توانیم فاصله بین عددهای 1 و 2 را به تعداد دلخواهی قسمت مساوی تقسیم کنیم و به تعداد دلخواه کسر بین آن‌ها بنویسیم. چون قرینه هریک از این کسرها بین -2 و -1 است، پس می‌توانیم بین -2 و -1 نیز به تعدادی دلخواه کسر منفی بنویسیم.

- بین هر دو عدد صحیح کسره‌های بی‌شماری وجود دارد.
- اگر فاصله بین دو عدد کسری را به تعدادی دلخواه قسمت مساوی تقسیم کنیم، می‌توانیم بین این دو کسر بی‌شمار کسر بنویسیم.

مثال

می‌خواهیم بین $-\frac{2}{7}$ و $-\frac{3}{8}$ چهار کسر بنویسیم. ابتدا توجه کنید که

$$-\frac{3}{8} = -\frac{3 \times 7}{8 \times 7} = -\frac{21}{56}, \quad -\frac{2}{7} = -\frac{2 \times 8}{7 \times 8} = -\frac{16}{56}$$

چون

$$-\frac{21}{56} < -\frac{20}{56} < -\frac{19}{56} < -\frac{18}{56} < -\frac{17}{56} < -\frac{16}{56}$$

پس کسره‌های $-\frac{20}{56}$ ، $-\frac{19}{56}$ ، $-\frac{18}{56}$ و $-\frac{17}{56}$ کسره‌های مورد نظر هستند.

هر کسر منفی را می‌توانیم به دو صورت دیگر هم بنویسیم:

$$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$$

مثال

کسر $-\frac{2}{3}$ را می‌توانیم به صورت‌های $\frac{-2}{3}$ و $\frac{2}{-3}$ نیز بنویسیم.

هر کسر به صورت $\frac{a}{b}$ را می‌توانیم به صورت‌های $\frac{-a}{-b}$ ، $\frac{-a}{b}$ و $-\frac{a}{-b}$ نیز نشان دهیم.

مثال

الف) $\frac{3}{8} = \frac{-3}{-8} = -\frac{-3}{8} = -\frac{3}{-8}$

ب) $-\frac{4}{5} = \frac{-4}{5} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{-5}$

عددهای کسری را می‌توانیم به صورت تقسیم دو عدد صحیح نیز بنویسیم:

$$\frac{a}{b} = a \div b$$

مثال

الف) $\frac{2}{3} = 2 \div 3$

ب) $-\frac{3}{4} = -\frac{3}{4} = -(3 \div 4)$

پ) $\frac{2}{-7} = -\frac{2}{7} = -(2 \div 7)$

عدد گویا

به هر عدد به صورت $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهایی صحیح هستند و $b \neq 0$ عدد گویا می‌گوییم.

مثال

عددهای زیر همگی گویا هستند:

$$\frac{3}{5}, \quad \frac{-2}{7}, \quad \frac{5}{-8}, \quad \frac{-3}{4}, \quad \frac{4}{1}, \quad \frac{-1}{1}, \quad 0, \quad \sqrt{4} = \frac{2}{1}, \quad -\sqrt{9} = -\frac{3}{1}$$

برای تعیین علامت عددی گویا که صورت و مخرج آن به صورت ضرب تعدادی عدد صحیح هستند، تعداد کل علامت‌های منفی را می‌شماریم. اگر این تعداد زوج باشد، علامت کسر مثبت است و اگر این تعداد فرد باشد، علامت کسر منفی است.



در عدد گویای $\frac{(-3) \times 5 \times (-4)}{(-2) \times (-9)}$ تعداد کل منفی‌ها در صورت و مخرج چهارتاست. پس علامت این عدد گویا مثبت است. می‌توانیم این عدد را به صورت زیر ساده کنیم:

$$\frac{(-3) \times 5 \times (-4)}{(-2) \times (-9)} = \frac{\cancel{3} \times 5 \times \cancel{4}}{\cancel{2} \times \cancel{9}} = \frac{5 \times 2}{3 \times 3} = \frac{10}{9}$$



در عدد گویای $\frac{8 \times (-7)}{(-14) \times (-12)}$ تعداد کل منفی‌ها در صورت و مخرج سه‌تاست. پس علامت این عدد گویا منفی است. می‌توانیم این عدد را به صورت زیر ساده کنیم:

$$\frac{8 \times (-7)}{(-14) \times (-12)} = -\frac{\cancel{8} \times \cancel{7}}{\cancel{14} \times \cancel{12}} = -\frac{\cancel{2}}{\cancel{2} \times \cancel{3}} = -\frac{1}{3}$$



الف) $-\frac{(-3) \times (-4)}{2 \times (-5) \times 9} = -\left(-\frac{3 \times 4}{2 \times 5 \times 9}\right) = \frac{\cancel{3} \times \cancel{4}}{\cancel{2} \times 5 \times 9} = \frac{2}{15}$

ب) $-\frac{(-2) \times 7}{14 \times (-8)} = -\left(\frac{2 \times 7}{14 \times 8}\right) = -\frac{\cancel{2} \times \cancel{7}}{\cancel{14} \times \cancel{8}} = -\frac{1}{8}$

تمرین

درست یا نادرست



- الف) بین دو عدد -2 و -3 کسرهای بی‌شماری وجود دارد.
- ب) هر کسر به صورت $\frac{a}{b}$ که در آن a و b عددهای صحیح هستند، عددی گویا است.
- پ) هر عدد صحیح عددی گویاست.
- ت) قرینه قرینه هر عدد گویا برابر با خود آن عدد است.



- الف) مجموع هر عدد گویا و قرینه‌اش، برابر است با
- ب) بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از قرینه $\frac{13}{3}$ برابر است با
- پ) بین هر دو عدد گویا عدد گویا وجود دارد.

الف) قرینه عدد مخلوط $3\frac{5}{7}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{26}{7}$ (۲) $-\frac{16}{7}$

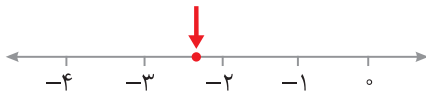
ب) کدام یک از اعداد زیر بزرگ‌تر است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{11}{7}$

پ) قرینه عدد $3\frac{1}{3}$ بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

- (۱) -4 و -3 (۲) -3 و -2

ت) نقطه مشخص شده روی محور اعداد روبه‌رو کدام یک از عددهای داده شده ممکن است باشد؟



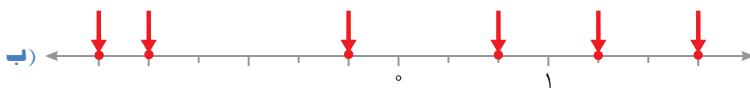
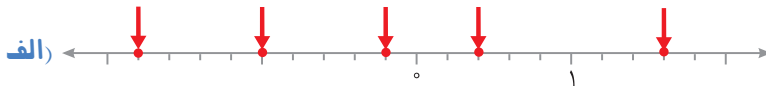
- (۱) $-\frac{7}{2}$ (۲) $-\frac{9}{4}$

ث) عدد گویای $-\frac{2}{-7}$ با کدام عدد برابر است؟

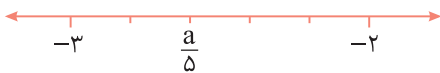
- (۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $-\frac{2}{7}$

تعریف‌های تشریحی

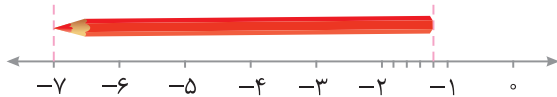
۱) در هر مورد، نقاط مشخص شده روی محور اعداد، چه عددی را نشان می‌دهند؟ کدام یک عدد صحیح هستند؟



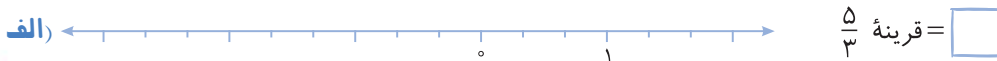
۲) عدد $\frac{a}{5}$ روی محور اعداد زیر مشخص شده است. مقدار a چند است؟



۳) در شکل مقابل، طول مداد چقدر است؟

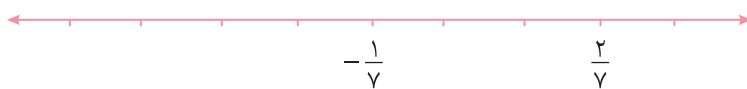


۴) قرینه هر عدد را روی محور اعداد نشان دهید و در جای خالی بنویسید.





۵) قرینه نقطه $\frac{2}{7}$ نسبت به نقطه $-\frac{1}{7}$ روی محور اعداد کدام نقطه است؟



۶) کسرهایی زیر را به عدد مخلوط تبدیل کنید.

الف) $-\frac{13}{5} = \dots$ ب) $+\frac{27}{7} = \dots$ پ) $-\frac{101}{100} = \dots$ ت) $+\frac{59}{3} = \dots$

۷) اعداد مخلوط زیر را به کسر تبدیل کنید.

الف) $+2\frac{1}{3} = \dots$ ب) $-5\frac{7}{11} = \dots$ پ) $+10\frac{8}{12} = \dots$ ت) $-13\frac{3}{4} = \dots$

۸) عددهای اعشاری زیر را به کسر تبدیل کنید.

الف) $-2/5 = \dots$ ب) $+3/6 = \dots$ پ) $-10/9 = \dots$ ت) $+4/11 = \dots$

۹) جاهای خالی را با عدد صحیح مناسب پر کنید.

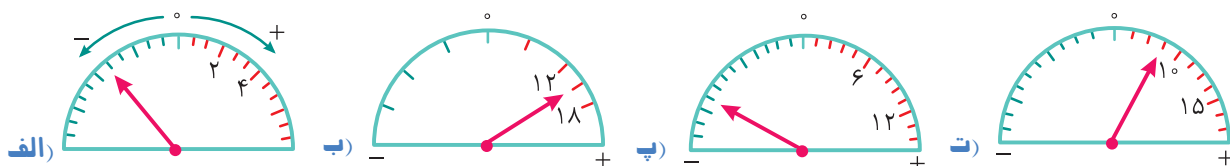
الف) $-\frac{3}{2} = \frac{\square}{-4} = \frac{9}{\square} = -\frac{\square}{-26}$ ب) $\frac{-8}{-18} = \frac{-4}{\square} = -\frac{\square}{-27} = \frac{36}{\square}$

۱۰) برای هر عدد، ۳ کسر مساوی با آن بنویسید.

الف) $\frac{4}{5} = \dots = \dots = \dots$ ب) $-\frac{24}{18} = \dots = \dots = \dots$

پ) $\frac{-126}{-60} = \dots = \dots = \dots$ ت) $-1\frac{30}{42} = \dots = \dots = \dots$

۱۱) در هر شکل، مشخص کنید عقربه چه عددی را نشان می‌دهد.



۱۲) کسرهای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

الف) $-\frac{۷۲}{۶۰} =$

ب) $-\frac{۱۴۰}{۸۴} =$

پ) $\frac{۱۰۰۱}{-۱۵۴} =$

ت) $\frac{-۱۳۲}{-۵۴} =$

۱۳) در هریک از موارد زیر مقدار x را به دست آورید.

الف) $\frac{۵۴}{۴۵} = \frac{x}{۵۵}$

ب) $-\frac{۱۰}{۲۵} = \frac{-۱۲}{x}$

پ) $-\frac{۴۸}{۳۶} = \frac{x}{۲۱}$

ت) $\frac{۳}{x-۱} = \frac{۲}{x+۱}$

۱۴) در هریک از جاهای خالی، علامت مناسب «>»، «<» یا «=» قرار دهید.

الف) $\frac{۵}{۷} \bigcirc \frac{۰}{۸}$

ب) $-\frac{۲}{۸} \bigcirc -\frac{۱۱}{۴}$

پ) $-\frac{۳۵}{۶} \bigcirc -\frac{۱۸}{۵}$

ت) $-\frac{۹}{۴۵} \bigcirc \frac{۰}{۲}$

ث) $۶\frac{۸}{۵} \bigcirc ۷\frac{۶}{۶}$

۱۵) عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$\frac{۱۳}{۵}$, $-\frac{۳}{۴}$, $\frac{۱}{۳}$, $-\frac{۱}{۲}$, $\frac{۲}{۱}$, $\frac{۰}{۳}$, $-\frac{۳۹}{۶}$

۱۶) هریک از اعداد زیر را در جای مناسب درون جدول قرار دهید.

$\frac{۷}{۸}$, $-\frac{۳}{۱۳}$, $\frac{-۷}{۴}$, $-\frac{۱}{۵}$, $\frac{۱۴۰۲}{۱۴۰۱}$, $\frac{-۱۴۰۰}{۱۴۰۱}$, $-\frac{۸۶}{۲۲}$

کوچک تر از -۴ $x < -۴$	بین -۴ و -۳ $-۴ < x < -۳$	بین -۳ و -۲ $-۳ < x < -۲$	بین -۲ و -۱ $-۲ < x < -۱$	بین -۱ و ۰ $-۱ < x < ۰$	بین ۰ و ۱ $۰ < x < ۱$	بزرگ تر از ۱ $x > ۱$



۱۷) نزدیک‌ترین عدد صحیح به $-\frac{۳۷}{۵}$ چه عددی است؟

۱۸) کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از $۴\frac{۱}{۷}$ چه عددی است؟

۱۹) در هر مورد، بین هر دو عدد داده شده، ۴ عدد کسری بنویسید.

الف) ۳- و ۲-

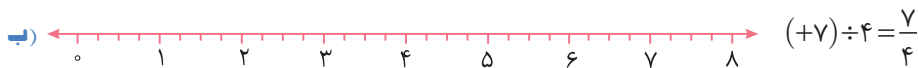
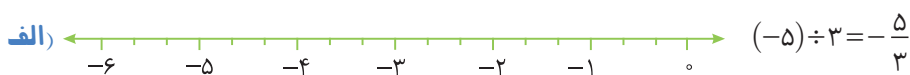
ب) ۴ و ۵

پ) ۱- و صفر

۲۰) جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

عدد	نوع
$\frac{\sqrt{۸۱}}{(-۳)^۲}$	
$\frac{-۴^۲}{-۲}$	
$-(-(+\frac{۷}{۱}))$	
$-\sqrt{۴۹}$	
$\frac{-۱۲}{-۸}$	
$\frac{۱۵}{-۵}$	
$-۳/۴$	
$\frac{۲۱}{۳}$	
۲	
-۱	✓
	گویا ✓
	طبیعی
	صحیح

۲۱) تساوی‌های زیر را روی محور اعداد نشان دهید.



۲۲) پس از پیدا کردن علامت هر عبارت، آن را تا حد امکان ساده کنید.

الف) $\frac{۲۴ \times (-۷۵)}{-۶ \times (-۴۰)} =$

ب) $\frac{(-۵۴) \times ۹۸}{۲۱ \times (-۳۶)} =$



پ) $\frac{۲۱ \times (-۱۵) \times ۸}{(-۱۸) \times (-۲۰) \times (-۳۵)} =$

۱ بین هر دو عدد داده شده، ۳ عدد گویا بنویسید.

الف) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$

ب) $\frac{1}{1001}$ و $\frac{1}{1002}$

۲ قورباغه‌ای می‌خواهد بدون خیس شدن به خانه خود برسد. او فقط اجازه دارد روی سنگ‌هایی با عدد طبیعی حرکت کند و با هر پرش یک خانه به سمت بالا، پایین، چپ یا راست برود. دو مسیر برای قورباغه مشخص کنید.

$\frac{1001}{13}$	$(-5)^\circ$	$\frac{6 \times 15}{9 \times 2}$	۰	
$\frac{21/7}{3/1}$	$\frac{\sqrt{36}}{9}$	$\sqrt{83^2}$	$\frac{-21}{-7}$	۲
۱۷	$\frac{\sqrt{9}}{3}$	$\frac{4^2}{2}$	$\frac{9}{6}$	$-(-6)$
$\frac{2/4}{0/6}$	$1/7$	-۳	$(-3)^4$	$\frac{969}{17}$
	$\frac{25}{15}$	$-(-10)$	۱۲	$5/0001$

۳ بزرگ‌ترین عدد صحیح مانند a را طوری پیدا کنید که $\frac{a}{9} < -\frac{1}{3}$.

۴ در جای خالی، سه عدد صحیح منفی بنویسید که نابرابری زیر درست باشد:

$$-\frac{8}{5} < \frac{\square}{20}$$

۵ در جای خالی سه عدد صحیح بنویسید که نابرابری‌های زیر درست باشند:

$$-\frac{7}{6} < \frac{\square}{3} < -\frac{1}{6}$$

۶ عددی گویا بنویسید که با عدد $-\frac{7}{5}$ برابر باشد، صورت آن عددی صحیح و منفی باشد، مخرج آن عددی صحیح و مثبت باشد و مجموع صورت و مخرج آن برابر -۸ باشد.

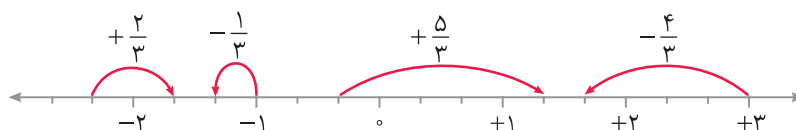


درس سوم: جمع و تفریق عددهای گویا



حرکت با اعداد گویا روی محور اعداد

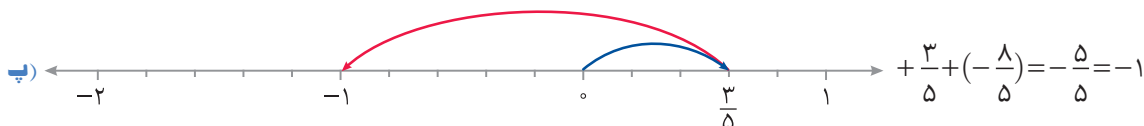
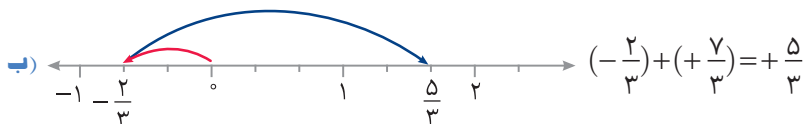
مانند حرکت با اعداد صحیح روی محور اعداد، می‌توانیم برای عددهای گویا نیز حرکت متناظرشان را روی محور اعداد بنویسیم. مانند عددهای صحیح، اگر عدد گویا مثبت باشد، حرکت به سمت راست و اگر عدد گویا منفی باشد، حرکت به سمت چپ است.



جمع کردن عددهای گویا با حرکت روی محور اعداد

برای جمع کردن دو عدد گویا مراحل زیر را انجام می‌دهیم:

- ۱) یک پیکان متناظر با عدد اول رسم می‌کنیم که ابتدای آن نقطه صفر است.
- ۲) یک پیکان متناظر با عدد دوم رسم می‌کنیم که ابتدای آن انتهای پیکان مرحله قبل است.
- ۳) نقطه انتهایی پیکان دوم مجموع دو عدد مورد نظر را نشان می‌دهد.



برای جمع و تفریق دو عدد گویا که مخرج‌های آن‌ها یکسان هستند، به طریق زیر عمل می‌کنیم:

- ۱) علامت کسره‌های منفی را در صورت کسر قرار می‌دهیم.
- ۲) حاصل جمع یا تفریق عددهای مورد نظر، کسری است که مخرج آن همان مخرج مشترک عددها و صورت آن جمع یا تفریق صورت عددها است.

الف) $\frac{5}{7} - \frac{9}{7} = \frac{5-9}{7} = \frac{-4}{7} = -\frac{4}{7}$

ب) $-\frac{13}{5} + \frac{2}{5} = \frac{-13+2}{5} = \frac{-11}{5} = -\frac{11}{5}$

پ) $-\frac{11}{9} - \frac{8}{9} = \frac{-11-8}{9} = \frac{-19}{9}$

ت) $-\frac{14}{13} - (-\frac{7}{13}) = \frac{-14-(-7)}{13} = \frac{-14+7}{13} = \frac{-7}{13} = -\frac{7}{13}$



اگر مخرج دو عدد گویا برابر نباشد، برای جمع و تفریق کردن آن‌ها، ابتدا مخرج‌ها را یکی می‌کنیم، سپس حاصل را حساب می‌کنیم.

الف) $-\frac{2}{3} - \frac{5}{6} = \frac{-4-5}{6} = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$

ب) $\frac{3}{7} - \frac{4}{5} = \frac{15-28}{35} = \frac{-13}{35} = -\frac{13}{35}$

پ) $-3 + \frac{1}{5} = -\frac{15}{5} + \frac{1}{5} = \frac{-15+1}{5} = \frac{-14}{5} = -\frac{14}{5}$



علامت منفی پشت عددهای مخلوط فقط مربوط به قسمت صحیح آن‌ها نیست، بلکه علامت خود عدد مخلوط را مشخص می‌کند.

$-3\frac{1}{5}$ یعنی قرینه عدد مخلوط $3\frac{1}{5}$. بنابراین

$$-3\frac{1}{5} = -(3 + \frac{1}{5}) = -3 - \frac{1}{5} = -\frac{15}{5} - \frac{1}{5} = -\frac{16}{5}$$



برای تبدیل عدد مخلوط منفی به عدد کسری، ابتدا علامت منفی را در نظر نمی‌گیریم. سپس عدد مخلوط باقی‌مانده را به عدد کسری تبدیل می‌کنیم و در آخر آن را قرینه می‌کنیم.

برای تبدیل $-3\frac{1}{5}$ به عدد کسری، ابتدا $3\frac{1}{5}$ را به عدد کسری تبدیل می‌کنیم، سپس این کسر را قرینه می‌کنیم:

$$3\frac{1}{5} = \frac{3 \times 5 + 1}{5} = \frac{16}{5} \xrightarrow{\text{قرینه}} -3\frac{1}{5} = -\frac{16}{5}$$



می‌توانیم برخی اعداد گویا را به صورت عدد مخلوط بنویسیم.

$$\frac{-21}{4} = -\frac{21}{4} = -(5 + \frac{1}{4}) = -5\frac{1}{4}$$



برای جمع و تفریق عددهای مخلوط، ابتدا آن‌ها را به عددهای کسری تبدیل می‌کنیم، سپس محاسبات را انجام می‌دهیم.

الف) $-\frac{2}{4} + \frac{5}{6} = -\frac{2 \times 3 + 5}{6} = \frac{-6+5}{6} = \frac{-1}{6}$

ب) $-\frac{3}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{10}{6} - \frac{3}{6} = \frac{-10-3}{6} = \frac{-13}{6} = -\frac{13}{6}$



برای جمع و تفریق عددهای اعشاری می‌توانیم به دو صورت عمل کنیم:

روش اول: ابتدا عددها را به صورت کسر یا عدد مخلوط می‌نویسیم، سپس عملیات را انجام می‌دهیم.

روش دوم: دو عدد اعشاری را در توانی از 10^n ضرب می‌کنیم تا بتوانیم عددها را بدون ممیز (یعنی به صورت عددهای صحیح) بنویسیم.

سپس عملیات را با این عددها انجام می‌دهیم و در آخر، حاصل را بر توانی از 10^n که در ابتدا ضرب کرده‌ایم، تقسیم می‌کنیم.



مثال

○ به کمک روش اول می‌توان نوشت

$$\text{الف) } 2/3 - 3/4 = 2 \frac{3}{10} - 3 \frac{4}{10} = \frac{23}{10} - \frac{34}{10} = \frac{-11}{10} = -1/1$$

$$\text{ب) } 7/0.2 - 9/3 = 7 \frac{2}{100} - 9 \frac{3}{10} = \frac{702}{100} - \frac{930}{100} = \frac{702 - 930}{100} = \frac{-228}{100} = -2/28$$

$$\text{پ) } 0/0.4 - 0/0.05 = \frac{4}{100} - \frac{5}{1000} = \frac{40}{1000} - \frac{5}{1000} = \frac{35}{1000} = 0/0.35$$

○ به کمک روش دوم می‌توان نوشت

$$\text{الف) } 2/3 - 3/4 \xrightarrow{\times 10} 23 - 34 = -11 \xrightarrow{\div 10} -1/1$$

$$\text{ب) } 7/0.2 - 9/3 \xrightarrow{\times 100} 702 - 930 = -228 \xrightarrow{\div 100} -2/28$$

$$\text{پ) } 0/0.4 - 0/0.05 \xrightarrow{\times 1000} 40 - 5 = 35 \xrightarrow{\div 1000} 0/0.35$$

برای محاسبه تقریبی جمع و تفریق عددهای گویا، ابتدا هریک از آن‌ها را به نزدیک‌ترین عدد صحیح به آن گرد می‌کنیم، سپس محاسبات را انجام می‌دهیم.

مثال

$$\text{الف) } -\frac{6}{5} - \frac{11}{3} \approx -1 - 4 = -5$$

$$\text{ب) } 7 \frac{3}{5} - 9 \frac{1}{3} \approx 8 - 9 = -1$$

$$\text{پ) } -3/71 - 6/23 \approx -4 - 6 = -10$$

مسئله‌های تکمیلی

مسئله ۱ - حاصل عبارت $\frac{1}{2} - (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6})$ را به دست آورید.

راه‌حل ۱: ابتدا توجه کنید که

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{2}{3} = \frac{3}{6} - \frac{1}{6} - \frac{4}{6} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

راه‌حل دوم: می‌توان نوشت

$$-\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}, \quad -\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

بنابراین مجموع مورد نظر می‌شود

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = -\frac{3}{6} + \frac{1}{6} = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$$

مسئله ۲ - عددهای $\frac{3}{2} - \frac{11}{5}$ و $\frac{2}{3} - \frac{7}{4}$ را مقایسه کنید.

راه‌حل ۱: ابتدا توجه کنید که

$$\frac{3}{2} - \frac{7}{4} = \frac{6}{4} - \frac{7}{4} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}, \quad \frac{2}{3} - \frac{7}{4} = \frac{8}{12} - \frac{21}{12} = \frac{-13}{12}$$

اکنون توجه کنید که $\frac{7}{10} < \frac{13}{12}$ ، پس $-\frac{7}{10} > -\frac{13}{12}$ ، یعنی $\frac{3}{2} - \frac{11}{5}$ از $\frac{2}{3} - \frac{7}{4}$ بزرگ‌تر است.

تمرین

درست یا نادرست



- (الف) حاصل عبارت $-\frac{4}{7} - (-\frac{5}{7})$ برابر $-\frac{9}{7}$ است.
- (ب) برای یکی کردن مخرج دو کسر $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{5}$ می‌توان از عدد ۱۵ برای مخرج استفاده کرد.
- (پ) عدد $3\frac{2}{5}$ برابر است با $-3 + \frac{2}{5}$.
- (ت) عدد $5\frac{11}{14}$ تقریباً برابر با -6 است.

کامل کنید

- (الف) ۲ واحد کمتر از $2\frac{3}{4}$ برابر است با
- (ب) حاصل جمع $-\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$ برابر است با
- (پ) عدد $10\frac{19}{21}$ تقریباً برابر است با

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(الف) حاصل عبارت $-\frac{4}{9} + \frac{7}{9}$ برابر کدام است؟

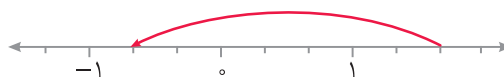
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{11}{9}$

(ب) در عبارت زیر، به جای \square چه عددی است؟

$$-\frac{\square}{8} - (-\frac{5}{8}) = -\frac{1}{8}$$

- (۱) ۶ (۲) ۴

(پ) حرکت روی محور اعداد زیر چه عددی را نشان می‌دهد؟



- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{7}{3}$

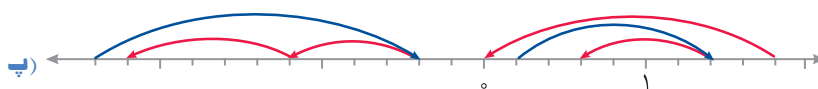
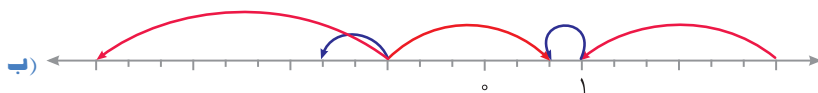
(ت) اگر $A = \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9}$ ، مقدار $\frac{1}{3} - \frac{3}{5} + \frac{5}{7} - \frac{7}{9}$ بر حسب A کدام است؟

- (۱) $-3A$ (۲) $-2A$

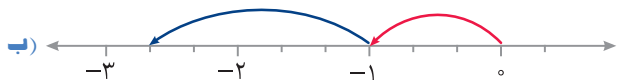


تمرین‌های تشریحی

۱) برای هر حرکت روی محور اعداد، یک عدد گویا بنویسید.



۲) برای هریک از شکل‌های زیر، جمع متناظر را بنویسید.



۳) حاصل هریک از جمع‌های زیر را به کمک حرکت روی محور اعداد مشخص کنید.



۴) ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع بنویسید و سپس به کمک محور اعداد حاصل عبارت را به دست آورید.



۵) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{5}{4} - \frac{9}{4} =$ ب) $-\frac{2}{9} + \frac{13}{9} =$

پ) $-\frac{3}{5} - (-\frac{1}{5}) =$ ت) $-\frac{5}{6} - \frac{15}{6} =$

ث) $\frac{3}{4} - \frac{5}{12} =$ ج) $-\frac{25}{9} - (-\frac{7}{3}) =$

ا) $-\frac{3}{5} - \frac{4}{7} =$ د) $\frac{11}{9} - \frac{5}{8} =$

ح) $-\frac{25}{6} + \frac{7}{5} =$

۶) حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد کسری بنویسید.

الف) $5 + \frac{7}{11} =$ ب) $5 + (-\frac{7}{11}) =$

پ) $-5 + (-\frac{7}{11}) =$ ت) $-5 + \frac{7}{11} =$

ث) $5 - \frac{7}{11} =$ ج) $-5 - \frac{7}{11} =$

۷) هر عدد مخلوط را به صورت مجموع یک عدد صحیح و یک عدد کسری بنویسید و با هم جمع کنید.

الف) $10\frac{2}{3} =$ ب) $-8\frac{3}{5} =$

پ) $-5\frac{9}{7} =$

۸) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $2\frac{3}{4} + 3\frac{1}{5} =$

ب) $-4\frac{1}{3} + 7\frac{1}{7} =$

پ) $-5\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6} =$

ت) $-7\frac{1}{4} - (-9\frac{3}{5}) =$

۹) حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عددی اعشاری بنویسید.

الف) $3/4 - 5/7 =$

ب) $-1/8 - 8/3 =$

پ) $-17/2 - (-11/7) =$

ت) $-9/6 + 6/9 =$

ث) $-19/7 + 4/12 =$

ج) $-23/87 - 40 =$

چ) $50 - 69/06 =$

۱۰) به کمک حاصل جمع یا تفریق اعداد صحیح، حاصل جمع یا تفریق اعداد اعشاری را بنویسید.

الف) $\begin{cases} -17 + 21 = \dots\dots\dots \\ -1/7 + 2/1 = \dots\dots\dots \end{cases}$ ب) $\begin{cases} -9 - (-5) = \dots\dots\dots \\ -0/009 - (-0/005) = \dots\dots\dots \end{cases}$ پ) $\begin{cases} 212 - 374 = \dots\dots\dots \\ 2/12 - 3/74 = \dots\dots\dots \end{cases}$

۱۱) در هر مورد، ابتدا عددها را به طور تقریبی به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید، سپس حاصل عبارت را به دست آورید.

الف) $-23/71 - (-47/09) + 16/83 =$

ب) $18/52 - 37/47 + (-29/0999) =$

پ) $-3\frac{9}{11} + 2\frac{2}{5} - 6\frac{15}{16} =$

ت) $-4\frac{3}{4} - (-9\frac{5}{8}) + 1\frac{99}{100} =$



۱۲ در شکل زیر، فاصله بین نقطه‌های -2 و 2 را به شانزده قسمت برابر تقسیم کرده‌ایم. مقدار $A+B$ را به دست آورید.



تمرین‌های ویژه

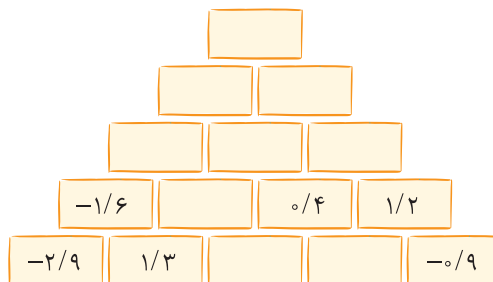
۱ مقدار $\frac{1}{2} - (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4})$ را حساب کنید.

۲ عددهای $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ را مقایسه کنید.

۳ الف) نشان دهید $\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$.

ب) به کمک قسمت الف)، حاصل عبارت $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100}$ را به دست آورید.

۴ در شکل زیر، عدد هر خانه برابر جمع اعداد دو خانه پایینی آن است. جاهای خالی را پر کنید.



۵ در جدول زیر، مجموع اعداد هر سطر، هر ستون و هر قطر برابر است. جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.

	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$
	$\frac{3}{2}$	
$1\frac{2}{5}$		

درس چهارم: ضرب و تقسیم عددهای گویا



ضرب کردن دو عدد کسری

برای ضرب کردن دو عدد کسری می‌توانیم به دو روش عمل کنیم:
روش اول: ابتدا هر دو عدد را به صورت نسبت دو عدد صحیح می‌نویسیم. حاصل ضرب این دو عدد برابر کسری است که صورت آن حاصل ضرب صورت‌ها و مخرج آن حاصل ضرب مخرج‌های این دو عدد است.
روش دوم: ابتدا علامت حاصل ضرب را بر اساس جدول زیر مشخص می‌کنیم، سپس عددها را بدون در نظر گرفتن علامت آن‌ها در هم ضرب می‌کنیم و علامت مشخص شده را برای آن در نظر می‌گیریم.

علامت حاصل ضرب	علامت عدد دوم	علامت عدد اول
+	+	+
-	-	+
-	+	-
+	-	-

با استفاده از روش اول می‌توان نوشت

مثال

الف) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{5 \times 7} = \frac{6}{35}$

ب) $\frac{-2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{(-2) \times 4}{3 \times 5} = \frac{-8}{15} = -\frac{8}{15}$

پ) $-\frac{2}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{-2 \times 5}{7 \times 9} = \frac{(-2) \times 5}{7 \times 9} = \frac{-10}{63} = -\frac{10}{63}$

ت) $-\frac{1}{8} \times (-\frac{9}{5}) = \frac{-1 \times -9}{8 \times 5} = \frac{(-1) \times (-9)}{8 \times 5} = \frac{9}{40}$

با استفاده از روش دوم می‌توان نوشت

الف) $-\frac{8}{7} \times \frac{5}{3} = -(\frac{8 \times 5}{7 \times 3}) = -\frac{40}{21}$

ب) $\frac{3}{8} \times (-\frac{9}{5}) = -(\frac{3 \times 9}{8 \times 5}) = -\frac{27}{40}$

پ) $-\frac{7}{4} \times (-\frac{7}{5}) = +(\frac{7 \times 7}{4 \times 5}) = \frac{49}{20}$

ضرب کردن عددهای مخلوط و عددهای اعشاری

برای ضرب کردن عددهای مخلوط و عددهای اعشاری می‌توانیم آن‌ها را به صورت عددهای کسری بنویسیم و ضرب کنیم.

الف) $-1\frac{2}{3} \times \frac{7}{4} = -\frac{5}{3} \times \frac{7}{4} = -\frac{35}{12}$

ب) $-2\frac{1}{2} \times (-3\frac{1}{4}) = -\frac{5}{2} \times (-\frac{13}{4}) = +(\frac{5 \times 13}{2 \times 4}) = \frac{65}{8}$

پ) $-1\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{2} = -\frac{3}{2} \times \frac{11}{2} = -\frac{33}{4} = -\frac{33}{4}$

ت) $-2\frac{1}{5} \times (-7\frac{3}{4}) = -\frac{9}{5} \times (-\frac{29}{4}) = +(\frac{9 \times 29}{5 \times 4}) = \frac{261}{20}$

مثال



ضرب کردن چند عدد گویا

برای ضرب کردن چند عدد گویا، ابتدا علامت حاصل ضرب را مشخص می‌کنیم، سپس عددها را بدون در نظر گرفتن علامت آن‌ها به کسر تبدیل و در هم ضرب می‌کنیم. در آخر، علامت مشخص شده را برای آن در نظر می‌گیریم. اگر تعداد علامت‌های منفی زوج باشد، علامت حاصل ضرب مثبت است و اگر تعداد علامت‌های منفی فرد باشد، علامت حاصل ضرب منفی است.

الف) $-\frac{2}{7} \times \frac{5}{3} \times (-\frac{1}{9}) = +(\frac{2}{7} \times \frac{5}{3} \times \frac{1}{9}) = \frac{10}{189}$

ب) $-\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times (-\frac{5}{7}) \times (-\frac{1}{11}) = -(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{1}{11}) = -\frac{15}{616}$

پ) $\frac{1}{-3} \times (-\frac{4}{7}) \times (-\frac{5}{6}) \times \frac{1}{13} = -(\frac{1}{3} \times \frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{13}) = -\frac{33}{455}$

ت) $-0/21 \times 1\frac{2}{3} \times (0/03) \times (-1\frac{1}{5}) = +\frac{21}{100} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{100} \times \frac{6}{5} = \frac{126}{10000} = 0/0126$



معکوس عددهای گویا

معکوس عدد گویای غیرصفر $\frac{a}{b}$ عدد گویای $\frac{b}{a}$ است، یعنی برای معکوس کردن یک عدد گویای غیرصفر، جای صورت و مخرج آن را عوض می‌کنیم. عدد صفر معکوس ندارد، زیرا کسری که مخرج آن صفر باشد تعریف نشده است.

$\frac{10}{3}$	$-\frac{2}{7}$	-4	$\frac{1}{5}$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{2}{3}$	عدد
$0/3 = \frac{3}{10}$	$-3\frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{4}$	5	$-\frac{4}{5}$	$\frac{3}{2}$	معکوس عدد



حاصل ضرب هر عدد گویای غیرصفر در معکوس آن برابر با 1 است.

$$(-\frac{4}{7}) \times (-\frac{7}{4}) = 1$$



تقسیم کردن دو عدد گویا

برای تقسیم کردن عدد گویای $\frac{a}{b}$ بر عدد گویای غیرصفر $\frac{c}{d}$ ، عدد $\frac{a}{b}$ را در معکوس عدد $\frac{d}{c}$ (یعنی $\frac{d}{c}$) ضرب می‌کنیم:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

الف) $\frac{2}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{2}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{12}{35}$

ب) $-\frac{1}{9} \div \frac{2}{3} = -\frac{1}{9} \times \frac{3}{2} = -(\frac{1}{3} \times \frac{3}{2}) = -\frac{1}{2}$

پ) $2\frac{3}{5} \div (-3\frac{1}{4}) = \frac{13}{5} \div (-\frac{13}{4}) = \frac{13}{5} \times (-\frac{4}{13}) = -(\frac{4}{5}) = -\frac{4}{5}$



حاصل تقسیم عدد ۱ بر هر عدد گویای غیرصفر برابر معکوس این عدد است.



الف) $\frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$

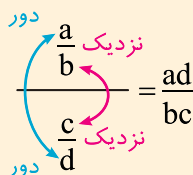
ب) $\frac{1}{-\frac{1}{2}} = -\frac{2}{1} = -2$

دور در دور - نزدیک در نزدیک

اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ عددهای گویا و غیرصفر باشند، آنگاه

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

این کار را دور در دور - نزدیک در نزدیک می‌نامند:



الف) $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{3 \times 3}{4 \times 2} = \frac{9}{8}$

ب) $\frac{-\frac{4}{7}}{-\frac{2}{5}} = \frac{-4}{7} = \frac{(-4) \times 5}{7 \times (-2)} = \frac{-20}{-14} = \frac{10}{7}$

مسئله‌های تکمیلی

مسئله ۱ - حاصل عبارت $\frac{1-\frac{2}{3}}{1\frac{1}{5}-3}$ را به دست آورید.

راه‌حل: برای ساده کردن چنین عبارتهایی، ابتدا حاصل صورت و مخرج را جداگانه به دست می‌آوریم، سپس عبارت را ساده می‌کنیم. توجه کنید که

$$1-\frac{2}{3} = 1-\frac{2}{3} = \frac{3-2}{3} = \frac{1}{3}, \quad 1\frac{1}{5}-3 = \frac{6}{5}-3 = \frac{6-15}{5} = -\frac{9}{5}$$

بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با

$$\frac{-\frac{4}{3}}{-\frac{9}{5}} = \frac{4}{3} = \frac{4 \times 5}{3 \times 9} = \frac{20}{27}$$



مسئله ۲ - حاصل عبارت $\frac{1}{1 - \frac{2}{1 + \frac{1}{2}}}$ را به دست آورید.

راه حل: ابتدا حاصل مخرج را به دست می آوریم:

$$1 - \frac{2}{1 + \frac{1}{2}} = 1 - \frac{2}{\frac{2+1}{2}} = 1 - \frac{2}{\frac{3}{2}} = 1 - \frac{2 \times 2}{3} = 1 - \frac{4}{3} = \frac{3-4}{3} = -\frac{1}{3}$$

بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با $-\frac{1}{-\frac{1}{3}} = 3$.

مسئله ۳ - حاصل عبارت $\frac{-2 \times \frac{3}{5} + 1}{5 - \frac{3}{4} \div \frac{3}{8}}$ را به دست آورید.

راه حل: ابتدا حاصل صورت و مخرج عبارت داده شده را جداگانه به دست می آوریم:

$$\frac{-2 \times \frac{3}{5} + 1}{5 - \frac{3}{4} \div \frac{3}{8}} = \frac{\frac{(-2) \times 3}{5 \times 5} + 1}{5 - \frac{3}{4} \times \frac{8}{3}} = \frac{\frac{-6}{25} + 1}{5 - \frac{3 \times 8}{4 \times 3}} = \frac{\frac{-6+25}{25}}{5 - 2} = \frac{19}{3}$$

بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با

$$\frac{\frac{19}{25}}{\frac{3}{10}} = \frac{19}{25} \times \frac{10}{3} = \frac{19 \times 2}{3 \times 5} = \frac{38}{15}$$

مسئله ۴ - اگر $a = \frac{2}{3}$ و $b = -\frac{3}{5}$ ، حاصل عبارت $(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}) \div ab$ را به دست آورید.

راه حل: ابتدا توجه کنید که $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$ به ترتیب معکوس‌های a و b هستند، پس

$$a = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{3}{2}, \quad b = -\frac{3}{5} \Rightarrow \frac{1}{b} = -\frac{5}{3}$$

بنابراین

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{3}{2} - (-\frac{5}{3}) = \frac{3}{2} + \frac{5}{3} = \frac{9+10}{6} = \frac{19}{6}, \quad ab = \frac{2}{3} \times (-\frac{3}{5}) = -\frac{2 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2}{5}$$

در نتیجه

$$(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}) \div ab = \frac{19}{6} \div (-\frac{2}{5}) = \frac{19}{6} \times (-\frac{5}{2}) = -\frac{19 \times 5}{6 \times 2} = -\frac{95}{12}$$

مسئله ۵ - حاصل عبارت $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \dots + \frac{1}{2}$ را که در آن ۱۹ جمله وجود دارد، حساب کنید.

راه حل: ابتدا توجه کنید که چون ۱۹ جمله داریم، پس ۹ تا $\frac{1}{2}$ وجود دارد و آخرین جمله برابر $\frac{1}{2}$ است. بنابراین

عبارت مورد نظر برابر است با

$$9 \times (\frac{1}{2} - \frac{2}{3}) + \frac{1}{2} = 9 \times (\frac{3-4}{6}) + \frac{1}{2} = 9 \times (-\frac{1}{6}) + \frac{1}{2} = -\frac{9}{6} + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{2}{2} = -1$$

راه حل دوم: توجه کنید که در عبارت مورد نظر ۱۰ تا $\frac{1}{2}$ و ۹ تا $-\frac{2}{3}$ وجود دارد. بنابراین مقدار آن برابر است با

$$10 \times \frac{1}{2} + 9 \times (-\frac{2}{3}) = \frac{10}{2} - \frac{18}{3} = 5 - 6 = -1$$

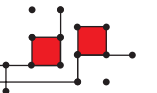
تمرین

درست یا نادرست



- (الف) معکوس عدد $\frac{3}{5}$ برابر $-\frac{3}{5}$ است.
- (ب) همه اعداد گویا معکوس دارند.
- (پ) علامت هر عدد با علامت معکوس آن عدد یکسان است.
- (ت) قرینه معکوس $2\frac{2}{5}$ برابر با $\frac{5}{12}$ است.

کامل کنید



- (الف) تنها عددی است که معکوس ندارد؛ چون کسری که مخرج آن باشد تعریف نشده است.
- (ب) حاصل ضرب هر عدد غیرصفر در معکوس خود برابر است.
- (پ) حاصل تقسیم عدد ۱ بر هر عدد گویای غیرصفر برابر آن عدد است.

پرسش‌های دو گزینه‌ای

(الف) معکوس عدد $1/2$ کدام است؟

- (۱) $-2/1$ (۲) $-5/6$

(ب) حاصل ضرب عدد $1\frac{3}{5}$ در کدام عدد برابر ۱ است؟

- (۱) $\frac{5}{8}$ (۲) $1\frac{5}{3}$

(پ) حاصل عبارت $\frac{-2}{3} \div \frac{3}{-4}$ با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}$ (۲) $\frac{3}{2} \times \frac{3}{4}$

تمرین‌های تشریحی

(۱) حاصل ضرب‌های زیر را حساب کنید.

(الف) $\frac{2}{5} \times (+\frac{5}{8}) = \dots\dots\dots$ (ب) $-\frac{7}{8} \times (+\frac{12}{5}) = \dots\dots\dots$

(پ) $\frac{9}{2} \times (-\frac{10}{3}) = \dots\dots\dots$ (ت) $-\frac{5}{12} \times (-\frac{6}{7}) = \dots\dots\dots$



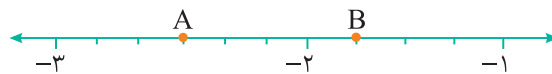
۲ حاصل ضرب‌های زیر را حساب کنید.

الف) $-3\frac{2}{3} \times (+\frac{6}{5}) =$ ب) $\frac{2}{7} \times (-2\frac{4}{5}) =$

پ) $-1\frac{3}{5} \times (-3\frac{1}{2}) =$ ت) $1\frac{1}{5} \times (+2\frac{4}{3}) =$

ث) $-1/8 \times (+2/5) =$ ج) $7\frac{1}{2} \times (-2/4) =$

۳ در شکل زیر، فاصله بین -۲ و -۱ را به ۴ قسمت برابر و فاصله بین -۳ و -۲ را به ۶ قسمت برابر تقسیم کرده‌ایم. مقدار $A \times B$ را به دست آورید.



۴ معکوس اعداد گویای زیر را بنویسید.

الف) $+\frac{3}{4}$ معکوس \rightarrow ب) $-\frac{3}{7}$ معکوس \rightarrow

پ) ۵ معکوس \rightarrow ت) -۴ معکوس \rightarrow

ث) $+\frac{3}{5}$ معکوس \rightarrow ج) $-1\frac{3}{4}$ معکوس \rightarrow

ج) $1/4$ معکوس \rightarrow د) $-3/4$ معکوس \rightarrow

۵ جاهای خالی را با کسرهای مناسب پر کنید.

الف) $-\frac{2}{7} \times \dots = 1$ ب) $-2\frac{7}{9} \times \dots = 1$

پ) $+3\frac{2}{5} \times \dots = 1$ ت) $-5 \times \dots = 1$

ث) $+\frac{1}{100} \times \dots = 1$

۶ مقدار عبارت $(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{3}-1)(\frac{1}{4}-1)(\frac{1}{5}-1)(\frac{1}{6}-1)$ را حساب کنید.

.....
.....

۷ حاصل تقسیم‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{14}{15} \div (-\frac{7}{5}) =$ ب) $-\frac{2}{3} \div (-\frac{3}{2}) =$

پ) $-\frac{9}{10} \div \frac{6}{25} =$ ت) $\frac{99}{100} \div (-\frac{99}{100}) =$

۸) حاصل تقسیم‌های زیر را حساب کنید.

الف) $-\frac{12}{5} \div (-12) =$ ب) $3 \div (-\frac{5}{2}) =$

پ) $1/2 \div (-3) =$ ت) $-3/2 \div 6 =$

ث) $-1/4 \div \frac{7}{3} =$ ج) $-1/8 \div (-\frac{2}{3}) =$

ج) $2/7 \div 2/4 =$ د) $-3/6 \div (-4/8) =$

۹) کسرهای زیر را به عدد اعشاری تبدیل کنید.

الف) $\frac{4}{5} =$ ب) $\frac{24}{25} =$

پ) $\frac{7}{2} =$ ت) $-\frac{5}{8} =$

۱۰) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(-\frac{2}{7} - (-\frac{1}{7})) \times \frac{7}{15} =$ ب) $-\frac{4}{3} \div (-\frac{1}{3} + \frac{3}{5}) =$

پ) $(-\frac{1}{9} - \frac{2}{9} - \frac{3}{9} - \frac{4}{9}) \times (-\frac{6}{5}) =$ ت) $(\frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{5}{9}) \div \frac{35}{36} =$

ث) $(-\frac{1}{2} - \frac{1}{9}) + (-3 + 5) - 1 \frac{7}{18} =$

ج) $-2 \frac{3}{4} \times (-1 \frac{4}{5}) \div (\frac{3}{20} - 1) =$

د) $-2 \frac{1}{3} \div 1 \frac{2}{5} - 2 \frac{1}{6} \times 1 \frac{1}{4} =$

ه) $(1 - 1 \frac{1}{2})(2 - 2 \frac{1}{2})(3 - 3 \frac{1}{2}) =$

۱۱) مقدار $(3 + (2 - \frac{1}{2}) \div (1 - \frac{1}{2})) \times (\frac{1}{2} - 2)$ را حساب کنید.

۱۲) حساب کنید.

الف) $\frac{-1 \frac{2}{3} + \frac{2}{6}}{-2 \frac{1}{3} - \frac{7}{9}} =$

ب) $\frac{-1 \frac{3}{4} \times \frac{12}{7} + 2}{4 \frac{1}{2} \div (-\frac{3}{5})} =$



پ)
$$\frac{-1\frac{1}{2} - (-1\frac{1}{3})}{\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} - \frac{5}{6} \div \frac{2}{3}} =$$

ت)
$$\frac{(2 - \frac{7}{2}) - (\frac{3}{2} - \frac{5}{3})}{(\frac{2}{7} - \frac{3}{14}) - (\frac{1}{3} - \frac{1}{2})} =$$

ث)
$$\frac{2}{1 + \frac{1}{1 - \frac{4}{3}}} =$$

ا)
$$-\frac{2}{3} \div ((1 - \frac{1}{3}) - (-\frac{3}{9}) \times (\frac{1}{6})) =$$

ب)
$$\frac{1 + \frac{2}{5}}{1 - \frac{2}{5}} \div (1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}) =$$

۱۳) اگر $a = \frac{1}{6}$ و $b = -\frac{1}{3}$ ، مقدار عبارت $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) \div \frac{b}{a}$ را حساب کنید.

۱۴) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف)
$$(-\frac{3}{2})^2 + (-\frac{1}{2})(-\frac{1}{3})^3 =$$

ب)
$$(-2\frac{1}{3})^2 \div (-\frac{1}{4})^2 =$$

پ)
$$\frac{1 + (-\frac{3}{4})^2 \div (-\frac{9}{8})}{(-\frac{3}{2})^3} =$$

ت)
$$((1 - \frac{13}{15}) \div (1 - \frac{19}{15}))^3 =$$

۱۵) اگر $(-\frac{2}{3})^m = -\frac{8}{27}$ و $(-\frac{4}{5})^n = \frac{16}{25}$ ، مقدار $n - m$ چند است؟

۱۶) حاصل عبارت $\frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \dots + \frac{2}{3}$ که در آن ۲۹ جمله وجود دارد، چقدر است؟

تمرین‌های ویژه

۱) اگر $A = 1 \frac{1}{99} \times 1 \frac{1}{97} \times 1 \frac{1}{95} \times \dots \times 1 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{1}$ و $B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{96}{97} \times \frac{98}{99}$ حاصل $A \div B$ را به دست آورید.

۲) حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید.

$$1 - \frac{1}{2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{4 - \frac{1}{5}}}}$$

۳) ملخی روی محور اعداد در عدد $\frac{7}{3}$ ایستاده است. این ملخ در هر جهش $\frac{1}{3}$ واحد می‌جهد. اگر این ملخ پشت سر هم ۵ بار به

سمت چپ بجهد، به کدام عدد می‌رسد؟

۴) قورباغه‌ای می‌خواهد از خانه خود به سمت برکه حرکت کند، اما حرکت او به این صورت است که در هر پرش، $\frac{1}{3}$ مسیر

باقی‌مانده را طی می‌کند. اگر پس از ۵ پرش، فاصله او تا برکه ۱۸۳ سانتی‌متر باشد، فاصله خانه او تا برکه چقدر است؟

۵) به جای عددی بنویسید که حاصل، بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی ممکن شود.

$$\square \times \left(-\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)$$

۶) به جای عددی صحیح بنویسید که حاصل، بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی ممکن شود.

$$\square \times \left(-\frac{1}{9} - \frac{1}{3}\right)$$



پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱] حاصل $4 - 3 \times 2 \div 5 + 1$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{5}$

- (۳) $\frac{19}{5}$ (۴) $\frac{7}{5}$

۲] کدام عدد گویا بین -5 و -4 قرار ندارد؟

- (۱) $-\frac{17}{4}$ (۲) $-\frac{19}{4}$

- (۳) $-4\frac{1}{3}$ (۴) $-4\frac{4}{3}$

۳] کدام عدد بزرگ‌تر است؟

- (۱) $-\frac{15}{4}$ (۲) $-\frac{19}{5}$

- (۳) $-\frac{11}{3}$ (۴) $-\frac{7}{2}$

۴] قرینه معکوس عدد $-3\frac{2}{7}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{19}{7}$ (۲) $\frac{23}{7}$

- (۳) $\frac{7}{19}$ (۴) $\frac{7}{23}$

۵] حاصل کدام یک عددی گویا و مثبت است؟

- (۱) $\frac{3}{5} - \frac{5}{7}$ (۲) $-\frac{2}{9} - (-\frac{3}{8})$

- (۳) $\frac{8}{11} - \frac{7}{9}$ (۴) $-\frac{11}{3} + \frac{7}{2}$

۶] حاصل عبارت $-\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{-2}{7}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{7}$ (۲) $-\frac{8}{35}$

- (۳) $\frac{16}{35}$ (۴) $-\frac{8}{105}$

۷] حاصل عبارت $-\frac{7}{15} \div \frac{14}{5} - 1$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{27}$ (۲) $-\frac{7}{6}$

- (۳) $-\frac{2}{35}$ (۴) $-\frac{3}{14}$

۸] حاصل $1 - \frac{2}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2} - 2}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$

- (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -5

۹] عدد گویای $-\frac{37}{4}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- (۱) -8 و -7 (۲) -9 و -8

- (۳) -10 و -9 (۴) -11 و -10

۱۰] حاصل $-3\frac{1}{4} \div \frac{-7}{12}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{29}{7}$ (۲) $\frac{33}{7}$

- (۳) $-\frac{29}{7}$ (۴) $-\frac{33}{7}$

امتحان فصل اول	
۲	<p>جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید.</p> <p>الف) قرینه هر عدد گویا کوچکتر از خودش است. <input type="radio"/></p> <p>ب) عددی گویا وجود دارد که با قرینه‌اش مساوی است. <input type="radio"/></p> <p>پ) فقط یک عدد گویا وجود دارد که معکوس ندارد. <input type="radio"/></p> <p>ت) ضرب دو عدد گویا ممکن نیست عددی صحیح باشد. <input type="radio"/></p>
۲	<p>جملات زیر را کامل کنید.</p> <p>الف) عدد گویای $4\frac{7}{5}$ بین دو عدد صحیح متوالی و قرار دارد.</p> <p>ب) تعداد اعداد صحیح بین دو عدد گویای $-\frac{13}{5}$ و $-\frac{23}{3}$ برابر است.</p> <p>پ) بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از $-\frac{13}{3}$ برابر است.</p> <p>ت) تعداد اعداد گویایی که با معکوسشان برابرند، است.</p>
۲	<p>در پرسش‌های زیر، گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) یک سوم عدد $-\frac{3}{4}$ کدام است؟</p> <p><input type="radio"/> $-\frac{1}{4}$ <input type="radio"/> $-\frac{9}{4}$</p> <p>ب) قرینه معکوس عدد $-\frac{1}{3}$ کدام است؟</p> <p><input type="radio"/> $\frac{3}{7}$ <input type="radio"/> $\frac{7}{3}$</p> <p>پ) کدام عدد بزرگ‌تر است؟</p> <p><input type="radio"/> $-\frac{1}{4}$ <input type="radio"/> $-\frac{1}{3}$</p> <p>ت) حاصل ضرب هر عدد گویای غیر صفر در قرینه معکوس آن برابر است با</p> <p><input type="radio"/> -1 <input type="radio"/> 1</p>
۱/۵	<p>اعداد $-\frac{11}{5}$، $-\frac{5}{4}$ و $-\frac{7}{3}$ را از کوچک به بزرگ بنویسید.</p>
۲	<p>اگر $\frac{-12}{x} = \frac{21}{42}$، معکوس عدد x را پیدا کنید.</p>
۱	<p>اختلاف دو عدد $-\frac{2}{5}$ و $-\frac{1}{7}$ چقدر است؟</p>
۲	<p>حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.</p> <p>الف) $\frac{-3}{7} - (-\frac{7}{2} - 1\frac{1}{4}) =$ ب) $3 - \frac{17}{5} - \frac{-3}{10} =$</p>



۲	<p>حاصل عبارت‌های زیر را حساب کنید.</p> <p>الف) $-\frac{3}{5} \times (-\frac{4}{9}) - 2\frac{1}{15} =$</p> <p>ب) $-\frac{3}{7} \times (\frac{-2}{3} + \frac{1}{2}) =$</p>	۸
۲	<p>چه عددی را در عدد $-2\frac{7}{9}$ ضرب کنیم تا حاصل برابر $\frac{2}{15}$ شود؟</p>	۹
۱/۵	<p>حاصل عبارت زیر را حساب کنید.</p> <p>$\frac{-2}{3} \div \frac{5}{9} + \frac{2}{5} \div (-\frac{4}{15}) =$</p>	۱۰
۲	<p>حاصل عبارت زیر را حساب کنید.</p> <p>$\frac{-2 - \frac{1}{3} \times \frac{6}{5}}{2\frac{1}{5} \div (-3\frac{1}{4})} =$</p>	۱۱