

# الگوهای غیر خطی



## دنباله هندسی

اگره یادتون باشه در دنباله حسابی، تمام جملات با یک عدد ثابت به نام  $d$  جمع میشدن. حالا اگره در یک دنباله، تمام جملات در یک عدد ثابت به نام  $r$  ضرب بشن یک دنباله هندسی ایجاد خواهد شد. ضمناً به  $r$  نسبت جملات متوالی یا قدرنسبت گفته میشه. معمولاً ساده‌ترین روش پیدا کردن  $r$  محاسبه  $\frac{a_2}{a_1}$  است. به دنباله مقابل توجه کنید:

$$2, 6, 18, 54, \dots \xrightarrow{\text{هندسی است}} r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$-\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, -\frac{9}{14}, \dots \Rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-\frac{3}{7}}{-\frac{2}{7}} = \frac{3}{2}$$

حالا در دنباله هندسی مقابل، مقدار  $r$  رو به دست میاریم:

## رابطه بازگشتی دنباله هندسی

در دنباله هندسی، برای پیدا کردن  $r$  همیشه هر جمله رو به جمله قبلیش تقسیم کرد، یعنی تمام کسرها  $\frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}, \frac{a_4}{a_3}$  برابر  $r$  هستن و در حالت کلی همیشه گفت:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r \xrightarrow{\text{طرفین وسطین می‌کنیم}} a_{n+1} = r \times a_n$$

پس الان شما با رابطه بازگشتی دنباله هندسی یعنی  $a_{n+1} = r \times a_n$  آشنا شدین. (البته جمله اول هم به ما داده میشه.) در مثال ابتدای درس، مقدار  $r$  برابر 3 بود: پس دنباله بازگشتی مربوط به دنباله  $2, 6, 18, 54, \dots$  بصورت  $a_{n+1} = 3a_n$  با فرض  $a_1 = 2$  است. البته به جای  $a_{n+1} = 3a_n$  میشه از رابطه  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 3$  هم استفاده کرد.

**دست‌گرمی:** یکی از دنباله‌های زیر، هندسی است. رابطه بازگشتی آن را بنویسید.

الف)  $4, 8, 18, \dots$

ب)  $\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, 1, \dots$

**پاسخ:** دنباله الف هندسی نیست، چون حاصل  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{8}{4} = 2$  با  $\frac{a_3}{a_2} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$  مساوی نیست ولی دنباله ب هندسیه چون کسر  $\frac{a_2}{a_1} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = -1$  با  $\frac{a_3}{a_2} = \frac{1}{-\frac{1}{4}} = -4$  مساویه و حاصل هر دوی اون‌ها برابر  $-2$  میشه (دور در دور، نزدیک در نزدیک کنید) پس  $r = -2$  است و داریم:

$$\text{رابطه بازگشتی دنباله ب} \Rightarrow \begin{cases} a_{n+1} = r \times a_n \\ a_1 = \dots \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{n+1} = -2a_n \\ a_1 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

البته  $a_{n+1} = -2a_n$  با  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -2$  هیچ فرقی نداره پس هر کدومو که دیدین، به مفهوم داره. ضمناً توی بعضی تست‌ها ممکنه به جای  $a_n$  و  $a_{n+1}$  به ترتیب از  $a_n$  و  $a_{n-1}$  استفاده کنن. (البته خیلی عرف نیست) یعنی در مثال بالا میشه گفت:

$$\begin{cases} a_n = -2a_{n-1} \\ a_1 = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$1, -3, 9, -27, \dots$

**تست نمونه:** رابطه بازگشتی دنباله مقابل کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 3 \\ a_1 = 1 \end{cases} \quad (4) \quad \square$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = -3a_n \\ a_1 = (-1)^n \end{cases} \quad (3) \quad \square$$

$$\begin{cases} \frac{a_{n+1}}{a_n} = -3 \\ a_1 = 1 \end{cases} \quad (2) \quad \square$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n \\ a_1 = (-1)^n \end{cases} \quad (1) \quad \square$$

نسبت مشترک دنباله هندسی داده شده برابر هست با: **۱ ۲ ۳ ۴**

پس رابطه بازگشتی اون برابر می‌شه با:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$\begin{cases} a_{n+1} = -3a_n \\ a_1 = 1 \end{cases}$$

البته گفتیم که عبارتی مثل  $a_{n+1} = -3a_n$  با عبارت  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -3$  فرقی نداره.

## جمله عمومی (ضابطه تابعی) دنباله هندسی

فرمول کلی دنباله هندسی (جمله عمومی یا ضابطه تابعی) به صورت مقابل است:

مثلاً اگر جمله دهم رو بخوایم، کافیه به جای  $n$  عدد ۱۰ رو قرار بدیم:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$



$$a_{10} = a_1 \cdot r^{10-1} = a_1 \cdot r^9$$

به این کار، باز کردن جملات دنباله هندسی گفته میشه. البته نیازی نیست مرتباً فرمول  $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$  رو بنویسیم بلکه کافیه بدونیم توان  $r$  یکی کمتر از

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 \quad \text{و} \quad a_{11} = a_1 \cdot r^{10}$$

یکی کمتر

یکی کمتر

**دست‌گرمی:** جمله عمومی (جمله  $n$  ام) دنباله مقابل را به دست آورید.

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots$$

**پاسخ:** این دنباله، هندسی است چون تمام جملات در عدد ثابت ۲ ضرب میشن: پس  $r=2$  هست و جمله اول هم که برابر  $\frac{1}{4}$  است، لذا داریم:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} = \frac{1}{4} \times 2^{n-1}$$

فرض کنید این سؤال، تستی بود و جواب بالا رو در گزینه‌ها ندیدیم. اون وقت باید جواب رو به کم ساده‌ترش کنیم، عدد ۴ رو میشه به شکل  $2^2$  نوشت:

$$a_n = \frac{1}{4} \times 2^{n-1} = \frac{1}{2^2} \times \frac{2^{n-1}}{1} = \frac{2^{n-1}}{2^2} = 2^{n-1-2} = 2^{n-3}$$

در کسر  $\frac{2^{n-1}}{2^2}$  پایه‌ها مساوی بودن پس یکی از ۲ها رو نوشتیم بعدش توان صورت رو منهای توان مخرج کردیم.

$$10, 30, 90, \dots$$

**تست نمونه:** جمله چهارم دنباله مقابل، چند برابر عدد ۱۰ است؟

(۴)  $3^{22}$

(۳)  $3^{21}$

(۲)  $3^{20}$

(۱)  $3^{29}$

طبق معمول، اول باید  $r$  رو به دست بیاریم، بعدش جمله چهارم رو باز می‌کنیم:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{30}{10} = 3$$

$$a_4 = a_1 \cdot r^{4-1} = 10 \times 3^{3-1} = 10 \times 3^2 = 90 \Rightarrow \text{کسر مطلوب} = \frac{\text{جمله چهارم}}{10} = \frac{10 \times 3^2}{10} = 3^2$$

**تذکر:** وقتی گفته میشه جمله چهارم چند برابر ۱۰ است یعنی باید مقدار جمله چهارم رو بر عدد ۱۰ تقسیم کنیم.

### استراتژی یافتن $a_1$ و $r$ از روی جمله عمومی دنباله هندسی

گاهی اوقات  $a_n$  در دنباله هندسی به ما داده میشه و باید  $a_1$  و  $r$  رو پیدا کنیم. مراحل پیدا کردن  $a_1$  و  $r$  به کمک  $a_n$  رو با جدول زیر آموزش میدیم:

نام‌های پیدا کردن  $a_1$  و  $r$  از روی  $a_n$       حل هم‌زمان یک مثال: در یک دنباله هندسی با جمله عمومی

$$a_n = 3 \times 2^{n-1} \quad \text{مقادیر } a_1 \text{ و } r \text{ را به دست آورید:}$$

$$a_n = 3 \times 2^{n-1} \xrightarrow{n=1} a_1 = 3 \times 2^{(1)-1}$$

$$= 3 \times 2^0 = 3 \times 1 = 3$$

۱. برای پیدا کردن  $a_1$  فقط کافیه به جای  $n$  عدد ۱ رو قرار بدیم.

الان در فرمول  $a_n = 3 \times 2^{n-1}$  عدد ۲ دارای توان هست، پس باید ۲ رو به توان ۴ برسونیم. (۴ ضرب  $n$  هست.)

$$r = 2^4 = 16$$

توان ۴ برسونیم. (۴ ضرب  $n$  هست.)

۲. برای پیدا کردن  $r$  عددی رو که دارای توان هست انتخاب کرده، سپس اون رو به توان ضرب  $n$  می‌رسونیم.

**تست نمونه:** در دنباله  $a_n = -5 \times 3^{n-1}$  مجموع جمله اول و نسبت مشترک کدام است؟

(۴) ۶

(۳) -۶

(۲) -۴

(۱) ۴

طبق توضیحات جدول خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a_1 = -5 \times 3^{(1)-1} = -5 \times 3 = -15 \\ r = 3^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow a_1 + r = -15 + 9 = -6$$

**حواستون باشه:** اگر  $n$  در مخرج کسر بود، اول به روشی که گفتیم عمل کنید، بعدش جواب رو معکوس کنید. مثلاً اگر جمله  $a_n = \frac{4}{2^{2n} \times 7}$  عمومی یک دنباله هندسی باشه  $2^3$  برابر  $8$  میشه ولی چون  $n$  در مخرج هست  $r$  برابر میشه با  $\frac{1}{8}$  اگر هم جمله اول رو خواستیم که به جای  $n$  عدد  $1$  رو قرار میدیم:

$$a_n = \frac{4}{2^{2n} \times 7} \xrightarrow{n=1} a_1 = \frac{4}{2^{2 \times 1} \times 7} = \frac{4}{4 \times 7} = \frac{1}{7}$$

### دنباله هندسی صعودی و نزولی

فرض کنید جمله اول یک دنباله هندسی، عددی مثبت باشه در این صورت اگر  $r > 1$  باشه جملات دنباله، مرتباً بزرگ و بزرگتر خواهند شد و در واقع یک دنباله هندسی صعودی (افزایشی) داریم ولی اگر  $0 < r < 1$  باشه جملات دنباله، مرتباً کوچک و کوچکتر میشن و دنباله‌ای نزولی (کاهشی) داریم. توجه کنید که اگر  $r < 0$  باشه، دنباله، نه صعودیه نه نزولی (اصطلاحاً میگیم نوسانی).

جمله اول مثبت و  $r > 1$  است.  $\Rightarrow \dots, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots$  مثال برای دنباله صعودی

جمله اول مثبت و  $0 < r < 1$  است.  $\Rightarrow \dots, \frac{5}{4}, 5, 10, \dots$  مثال برای دنباله نزولی

$r < 0$  است (دیگه جمله اول مثبت باشه یا منفی، مهم نیست و دنباله نه صعودیه نه نزولی)  $\Rightarrow \dots, -24, 12, -6, 3, \dots$  مثال برای دنباله نوسانی

**حواستون باشه:** اگر جمله اول منفی باشه، با فرض  $r > 1$  دنباله نزولی و با فرض  $0 < r < 1$  دنباله صعودی خواهد شد.

**دست‌گرمی:** صعودی یا نزولی بودن دنباله‌های زیر را تعیین کنید:

الف)  $a_n = -3 \times 2^{2n-1}$

ب)  $a_n = 5 \times (\frac{1}{4})^{n+2}$

ج)  $\begin{cases} a_{n+1} = -6a_n \\ a_1 = 100 \end{cases}$

د)  $\begin{cases} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2} \\ a_1 = -\sqrt{2} \end{cases}$

**پاسخ:** الف) اول باید از روی جمله عمومی، مقدارهای  $a_1$  و  $r$  رو به دست بیاریم:

$$a_n = -3 \times 2^{2n-1} \Rightarrow \begin{cases} r = 2^2 = 4 \\ a_1 = -3 \times 2^{2(1)-1} = -3 \times 2^1 = -6 \end{cases}$$

جمله اول، منفی و  $r > 1$  هست پس دنباله، نزولیه. (البته اگر خواستیم، می‌تونیم چند جمله اول دنباله رو تشکیل بدیم، بعدش بررسی کنید که جملات دارن زیاد میشن یا کم میشن)

$$a_n = 5 \times (\frac{1}{4})^{n+2} \Rightarrow \begin{cases} r = (\frac{1}{4})^1 = \frac{1}{4} \\ a_1 = 5 \times (\frac{1}{4})^{1+2} = 5 \times (\frac{1}{4})^3 = \frac{5}{64} \end{cases}$$

جمله اول مثبت و  $0 < r < 1$  هست، پس این دنباله هم نزولیه.

ج) از رابطه داده شده می‌فهمیم که:  $r = -6$  و  $a_1 = 100$  پس این دنباله، نه صعودیه و نه نزولی، چون  $r$  منفیه (دنباله‌مون نوسانی هست).

د) از رابطه بازگشتی که داده شده، متوجه می‌شیم که:  $r = \frac{1}{2}$  و  $a_1 = -\sqrt{2}$  پس این دنباله، صعودیه.

**تست نمونه:** اگر دنباله هندسی مقابل، صعودی باشد، محدوده  $k$  کدام است؟

$2, 4k-2, \dots$

$k > 0$  (۴)

$k > 2$  (۳)

$k < 2$  (۲)

$k < 0$  (۱)

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4k-2}{2} = \frac{2(k-1)}{1} = k-1$$

اول مقدار  $r$  رو پیدا می‌کنیم: **۱ ۲ ۳ ۴**

$r > 1 \Rightarrow k-1 > 1 \Rightarrow k > 2$

جمله اول دنباله، عددی مثبت پس دنباله زمانی صعودیه که  $r > 1$  باشه:

### استراتژی پیدا کردن $a_1$ و $d$ به کمک دو جمله دلخواه دنباله هندسی

در خیلی از تست‌ها، دو جمله دلخواه از دنباله هندسی به ما داده می‌شوند که باید به کمک آن‌ها  $a_1$  و  $r$  رو به دست بیاریم. در این جور مواقع هر دو جمله رو باز کرده و سپس دو طرف روابط حاصل رو به هم تقسیم می‌کنیم. با این عمل، اول  $r$  پیدا میشه و بعدش با به جای گذاری ساده، مقدار  $a_1$  هم به دست میاد. البته  $r$  رو همیشه از رابطه مقابل هم به دست آورد. ( $a_m$  و  $a_n$  دو جمله دلخواه هستن).

$$r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$$



**دست‌گرمی:** در یک دنباله هندسی، جمله هفتم ۶۴ و جمله سوم ۴ است. نسبت مشترک، چقدر از جمله اول بیشتر است؟ (نسبت مشترک را مثبت فرض کنید).

**پاسخ:** روش اول: جملات رو باز کرده و به هم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_7 = 64 \\ a_3 = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{جملات رو باز می‌کنیم}} \begin{cases} a_1 r^6 = 64 \\ a_1 r^2 = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{دو طرف رو به هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{a_1 r^6}{a_1 r^2} = \frac{64}{4} \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r^2 = 4 \xrightarrow{\text{توان ۲ از دو طرف ساده میشه ولی باید به سمت راست \pm بدیم چون ۴ زوج}} r = \pm 2$$

ولی طبق فرض  $r$  مثبت هست، پس فقط  $r = 2$  رو قبول می‌کنیم. حالا این  $r$  رو در یکی از روابط اولیه (به دلخواه) قرار میدیم تا  $a_1$  هم به دست بیاد.

$$a_1 r^2 = 4 \xrightarrow{r=2} a_1 (2)^2 = 4 \Rightarrow 4a_1 = 4 \Rightarrow a_1 = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow r - a_1 = 2 - 1 = 1$$

پس  $r$  از  $a_1$  به اندازه ۱ واحد بیشتره.

**روش دوم:** از فرمول گفته شده استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_7 = 64 \\ a_3 = 4 \end{cases} \Rightarrow r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n} \Rightarrow r^{7-3} = \frac{64}{4} \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r^2 = 4 \Rightarrow r = \pm 2$$

ادامه راه حل، مثل روش اوله. پس نیازی به نوشتن دوباره اون نیست.

**هشدار:** ما استفاده از فرمول‌های اضافی رو توصیه نمی‌کنیم ولی بعضی فرمول‌ها رو می‌گیریم که نگین چرا توی فلان کتاب هست ولی توی مهرماه نیست. به نظر ما بهتره تا جایی که میشه، مسائل رو بدون فرمول حل کنیم تا سر جلسه اگه فرمولی رو فراموش کردیم اون سؤال رو از دست ندیم ولی بعضیام هستن که فرمولای تستی و کوتاه رو دوست دارن و مشکلی با حفظ کردنشون ندارن؛ پس از هر روشی که خواستین، استفاده کنید. ■

فصل ۷

**تست نمونه:** جملات سوم و پنجم یک دنباله هندسی به ترتیب ۲۷ و ۲۴۳ هستند. جمله هفتم این دنباله کدام است؟ ( $r$  عددی منفی است).

۳<sup>۸</sup> (۴)

۳<sup>۷</sup> (۳)

۳<sup>۶</sup> (۲)

۳<sup>۵</sup> (۱)

**روش اول:** (بدون استفاده از فرمول) در اینجا سؤال‌ها، بهتره جمله‌ای که شماره‌ش بزرگ‌تره رو در ردیف بالا بنویسیم. الان  $a_3$  و  $a_5$  داریم و چون شماره  $a_5$  بیشتر از  $a_3$  هست، ابتدا رابطه  $a_5 = 243$  رو می‌نویسیم و زیرش رابطه  $a_3 = 27$  رو قرار میدیم تا محاسباتمون راحت‌تر بشه.

$$\begin{cases} a_5 = 243 \\ a_3 = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 r^4 = 243 \\ a_1 r^2 = 27 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{a_1 r^4}{a_1 r^2} = \frac{243}{27} \Rightarrow r^2 = 9 \xrightarrow{\text{جذر}} r = \pm 3 \xrightarrow{\text{طبق فرض } r \text{ منفی است}} r = -3$$

$$a_1 r^2 = 27 \xrightarrow{(r=-3)} 9a_1 = 27 \Rightarrow a_1 = \frac{27}{9} = 3$$

$$a_7 = a_1 r^6 = 3 \times (-3)^6 = 3 \times 3^6 = 3^7$$

منفی به توان عددی زوج می‌رسه. پس از بین میره.

$$r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n} \Rightarrow r^{5-3} = \frac{243}{27} \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3 \Rightarrow r = -3$$

**روش دوم:** (به کمک فرمول).

ادامه حل، دقیقاً مثل روش اوله.

### فاکتورگیری در دنباله هندسی

**نویسنده مورد علاقه طراحان کنکور:** طراحان علاقه عجیبی به فاکتورگیری در مسائل دنباله هندسی دارن، یعنی ۲ تا رابطه به شما میدن که توش ۴ تا جمله مختلف وجود داره؛ شما باید این جملات رو باز کنید بعدش در هر رابطه، از (ب.م.م) جملات، فاکتور بگیرین و در آخر، دو رابطه رو به هم تقسیم کنید تا  $r$  به دست بیاد. ■

**تست نمونه:** در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و دوم برابر ۲ و مجموع جملات چهارم و پنجم برابر ۲۴ است. جمله نهم کدام است؟

- ۱۲۸ (۱)       ۲۵۶ (۲)       ۵۱۲ (۳)       ۱۰۲۴ (۴)

۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 2 \\ a_4 + a_5 = 24 \end{cases} \xrightarrow{\text{جملات رو با هم کنیم}} \begin{cases} a_1 r^0 + a_1 r^1 = 2 \\ a_1 r^3 + a_1 r^4 = 24 \end{cases} \xrightarrow{\text{در رابطه بالا از } a_1 r^3 \text{ و در رابطه پایین از } a_1 \text{ فکتور می‌گیریم}} \begin{cases} a_1 r^3 (1+r) = 24 \\ a_1 (1+r) = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه بر هم}} \frac{a_1 r^3 (1+r)}{a_1 (1+r)} = \frac{24}{2} \Rightarrow r^3 = 12 \Rightarrow r^3 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

$$a_1 + a_1 r = 2 \xrightarrow{(r=2)} a_1 + 2a_1 = 2 \Rightarrow 3a_1 = 2 \Rightarrow a_1 = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow a_9 = a_1 r^8 = \frac{2}{3} \times 2^8 = \frac{2}{3} \times 256 = \frac{512}{3}$$

### استراتژی یافتن تعداد جملات یک دنباله هندسی

گاهی اوقات، باید با توجه به اطلاعات سؤال، تعداد جملات دنباله رو به دست بیاریم در این جور سؤالات باید از فرمول جمله عمومی یعنی  $a_n = a_1 r^{n-1}$  استفاده کرده و  $n$  رو محاسبه کنیم. ( جمله آخر است) البته باید توجه کنید هر جا که لازم بود باید اعداد رو تا حد امکان تجزیه کنیم؛ مثلاً آگه به رابطه

$$3^{n-1} = 81 \text{ رسیدیم، } 81 \text{ رو به شکل } 3^4 \text{ می‌نویسیم:} \quad 3^{n-1} = 3^4 \Rightarrow n-1 = 4 \Rightarrow n = 5$$

راه ساده‌تر برای به دست آوردن  $n$  در دنباله هندسی، استفاده از فرمول مقابل هست:

$$r^{n-1} = \frac{\text{جمله آخر}}{\text{جمله اول}}$$

**تست نمونه:** کدام جمله دنباله  $3, 6, 12, \dots$  برابر با ۲۸۴ است؟

- جمله ششم (۱)       جمله هفتم (۲)       جمله هشتم (۳)       جمله نهم (۴)

۱ ۲ ۳ ۴

عبارت کدام جمله، نشون میده که باید  $n$  رو به دست بیاریم:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$r^{n-1} = \frac{\text{جمله آخر}}{\text{جمله اول}} \Rightarrow 2^{n-1} = \frac{284}{3} \Rightarrow 2^{n-1} = 128 \Rightarrow 2^{n-1} = 2^7 \Rightarrow n-1 = 7 \Rightarrow n = 8$$

### استراتژی به دست آوردن $r$ از روی درصد افزایش یا کاهش

کلاً یادتون باشه هر جا گفته شد مقدار چیزی، فلان درصد زیاد یا کم میشه یک دنباله هندسی داریم و طبق جدول‌های زیر  $r$  رو خیلی راحت به دست میاریم:

درصد افزایش	مقدار $r$	درصد کاهش	مقدار $r$
۱۰٪	$r = 1/1$	۱۰٪	$r = 0/9$
۲۰٪	$r = 1/2$	۲۰٪	$r = 0/8$
⋮	⋮	۳۰٪	$r = 0/7$
۹۰٪	$r = 1/9$	⋮	⋮
۱۰۰٪	$r = 2$	۹۰٪	$r = 0/1$

البته توی جدول‌های روبه‌رو، اعداد مهم رو مطرح کردیم ولی برای هر عدد دیگه‌ای هم، میشه طبق الگوهای بالا عمل کرد؛ مثلاً آگه گفته بشه وزن جسمی در هر دقیقه ۲۵ درصد زیاد میشه خیلی زود میشه گفت که  $r = 1/25$  خواهد بود. یا آگه گفته بشه پس‌انداز فردی در هر سال ۱۵ درصد کم میشه  $r = 0/85$  خواهد بود ولی معمولاً در کنکور، همون اعداد جدول داده میشن.

**حواستون باشه:** حفظ اعداد جدول، اجباری نیست بلکه به شکل ذهنی هم میشه  $r$  رو پیدا کرد. مثلاً وقتی گفته میشه قیمت کالایی ۲۰ درصد زیاد شده، یعنی ۲۰ درصد به ۱۰۰ درصد اولیه اضافه شده دیگه، که میشه ۱۲۰ درصد. خب ۱۲۰ درصد یعنی چی؟ یعنی:  $r = \frac{120}{100} = 1/2$  یا وقتی میگن قیمت کالایی ۱۰ درصد کم شده، یعنی ۱۰ درصد از ۱۰۰ درصد اولیه کم شده و این مفهوم رو می‌رسونه که:  $r = \frac{90}{100} = 0/9$

**تست نمونه:** کارگری در پایان هفته اول ۴۰۰ هزار تومان حقوق می‌گیرد. اگر هر هفته ۱۰ درصد به حقوقش اضافه شود در هفته بیستم چقدر دریافت می‌کند؟  $(1/1)^{19} = 6/1$

- ۱،۸۸۰،۰۰۰ تومان (۱)       ۲،۰۰۰،۰۰۰ تومان (۲)       ۲،۴۴۰،۰۰۰ تومان (۳)       ۲،۰۰۰،۰۰۰ تومان (۴)

۱ ۲ ۳ ۴

یک دنباله هندسی داریم و طبق جدول‌های مطرح‌شده میشه گفت مقدار  $r$  برابر ۱/۱ هست. ضمناً حقوق کارگر در هفته اول همون  $a_1$  هست، حالا باید  $a_{20}$  رو به دست بیاریم:

$$a_{20} = a_1 r^{19} = 400 \times (1/1)^{19} = 400 \times 6/1 = 2440 \text{ (هزار تومان)}$$



(مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۳۵۷. نسبت مشترک دنباله هندسی با جمله عمومی  $a_n = -\frac{2}{3 \times 4^{n+1}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{6}$

۱۳۵۸. اگر روابط مقابل بین جملات یک دنباله هندسی برقرار باشد، جمله عمومی این دنباله کدام است؟

- (۱)  $a_n = (-\frac{3}{4})^{n-1}$  (۲)  $a_n = (-\frac{2}{3})^{n-1}$  (۳)  $a_n = -(-\frac{2}{3})^{n-1}$  (۴)  $a_n = -(-\frac{3}{4})^{n-1}$
- $\begin{cases} a_{n+1} = -\frac{3}{4} a_n \\ a_1 = -1 \end{cases}$

۱۳۵۹. جمله اول یک دنباله حسابی و هندسی با هم و اختلاف مشترک و نسبت مشترک آن‌ها نیز با هم برابرند. اگر جمله عمومی دنباله هندسی به صورت

$a_n = 2(\frac{1}{3})^{n-1}$  باشد، جمله دهم دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) ۴ (۲)  $\frac{11}{3}$  (۳)  $\frac{16}{3}$  (۴) ۵

۱۳۶۰. در دنباله  $\frac{5}{2}, \frac{7}{4}, \frac{9}{8}, \frac{11}{16}, \dots$  مقدار جمله دهم کدام است؟

- (۱)  $\frac{21}{512}$  (۲)  $\frac{23}{1024}$  (۳)  $\frac{19}{256}$  (۴)  $\frac{17}{128}$

۱۳۶۱. در یک دنباله هندسی رابطه  $t_{n+1} = -4t_n$  با فرض  $t_1 = \frac{2}{3}$  برقرار است. جمله چندم دنباله برابر  $-\frac{128}{3}$  است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۳۶۲. دنباله  $2x - 2y + z + t$  هندسی است. مقدار  $x, y, z, t, \dots, 1250, \dots$  هندسی است. مقدار  $2x - 2y + z + t$  کدام است؟

- (۱) ۴۶۰۶ (۲) ۴۶۰۰ (۳) ۶۴۰۰ (۴) ۶۴۰۴

۱۳۶۳. در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و دوم  $\frac{9}{4}$  و مجموع جملات چهارم و پنجم ۲۶ است. جمله سوم این دنباله کدام است؟ (سراسری نظام قدیم)

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۳۶۴. در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر با ۸ و مجموع جملات چهارم و ششم برابر با ۶۴ است. جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{5}$  (۲)  $\frac{8}{5}$  (۳)  $\frac{9}{5}$  (۴)  $\frac{12}{5}$

۱۳۶۵. یک دنباله هندسی چهار جمله دارد. مجموع جمله‌های اول و دوم ۴ و مجموع دو جمله آخر ۲۶ است. بزرگ‌ترین جمله این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۹ (۳) ۳۶ (۴) ۲۷

۱۳۶۶. چهار عدد مثبت، جملات متوالی یک دنباله هندسی صعودی هستند. مجموع دو عدد کوچک‌تر برابر ۲۰ و مجموع دو عدد بزرگ‌تر ۴۵ است. بزرگ‌ترین این اعداد کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۸ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۱۳۶۷. به علت تورم، بر قیمت کالایی به‌طور یکنواخت هر سال ۱۰ درصد افزوده می‌شود. در ابتدای سال پنجم، قیمت این کالا، چند برابر قیمت سال اول می‌شود؟

- (۱)  $\frac{1}{3321}$  (۲)  $\frac{1}{3761}$  (۳)  $\frac{1}{4641}$  (۴)  $\frac{1}{4751}$  (خرج ۹۵)

۱۳۶۸. یک شهاب سنگ با وزن ۱۰ هزار کیلوگرم، پس از ورود به جو زمین در هر دقیقه ۲۰ درصد وزن خود را از دست می‌دهد. پس از ۵ دقیقه وزن این شهاب سنگ تقریباً کدام است؟ (راهنمایی: فرض کنید  $(\frac{4}{5})^5 = 0.68$ )

- (۱) ۵۷۰۰ (۲) ۱۰۲۴ (۳) ۳۲۰۰ (۴) ۴۰۹۶ (مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۳۶۹. اگر داروی شیمی‌درمانی هر بار ۶۰٪ سلول‌های سرطانی را از بین ببرد و توده سرطانی در ابتدا  $10^{12}$  سلول باشد، پس از سه بار شیمی‌درمانی چه تعداد سلول سرطانی در بدن بیمار موجود است؟ (پس از اولین شیمی‌درمانی، رشد سلول‌های سرطانی متوقف می‌شود.)

- (۱)  $0.64 \times 10^{12}$  (۲)  $32 \times 10^{10}$  (۳)  $0.36 \times 10^{12}$  (۴)  $52 \times 10^{10}$  (مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۳۷۰. در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جملات هفتم و یازدهم برابر ۱۰۰ است. حاصل ضرب جملات پنجم و سیزدهم کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۱۳۷۱. در یک دنباله هندسی با نسبت مشترک مثبت، تفاضل جمله دوم از جمله چهارم برابر ۵ و تفاضل جمله چهارم از جمله ششم برابر ۱۲۵ است. جمله اول کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{24}$  (۲)  $\frac{1}{20}$  (۳) ۲۴ (۴) ۱۰

۱۳۷۲. در یک دنباله هندسی، مجموع دو جمله اول برابر ۴ و حاصل ضرب سه جمله اول برابر ۲۷ است. جمله پنجم کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۸ (۳) ۵۴ (۴) ۸۱

۱۳۷۳. در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب پنج جمله اول ۳۲- و مجموع جملات دوم و چهارم ۵- است. نسبت مشترک این دنباله، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۳۷۴. حاصل ضرب سه جمله سوم یک دنباله هندسی ۳۴۳ است. جمله هشتم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۱۲

تست

۱۲۷۵. در یک دنباله هندسی با جملات  $\dots, -6, -2, 2k$  و نسبت مشترک  $\frac{1}{4}$  جمله ششم کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{8}$  (۲)  $-\frac{8}{3}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $-\frac{5}{2}$

۱۲۷۶. در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، نسبت جمله هشتم به جمله پنجم برابر ۲۷ است. اگر حاصل ضرب جمله‌های اول و دوم ۱۲ باشد، جمله چهارم این دنباله کدام است؟

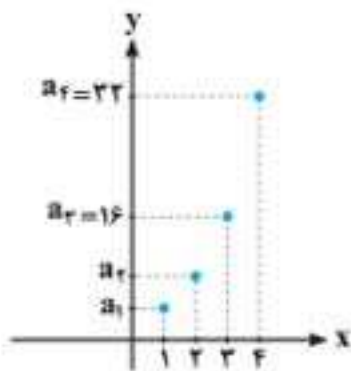
- (۱) ۵۴ (۲) ۲۷ (۳) ۱۶۲ (۴) ۸۱

۱۲۷۷. در یک دنباله هندسی با جمله اول ۲۰ و نسبت مشترک ۴ اولین جمله بزرگ‌تر از ۸۰۰۰ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۲۷۸. در دنباله هندسی نشان داده‌شده در نمودار مقابل، حاصل  $a_1 + a_7$  کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۱۶



۱۲۷۹. در یک دنباله هندسی، مجموع جملات سوم و چهارم برابر  $\frac{5}{4}$  و مجموع جملات ششم و هفتم برابر ۱۲ است. نسبت مشترک دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $-\frac{1}{2}$

چند خاصیت مهم دنباله هندسی

۱۲۸۰. واسطه هندسی بین اعداد  $\frac{1}{16}$  و  $\frac{1}{4}$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{5}{16}$  (۴)  $\frac{5}{32}$

۱۲۸۱. اگر  $1 + 5x, 6x, 7x - 2$  به همین ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، چند مقدار قابل قبول برای  $x$  وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیشتر از ۲

۱۲۸۲. به ازای کدام مقادیر  $a$ ، سه عدد  $a - 1, a + 4, 3a + 2$  به همین ترتیب جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  و  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{3}{2}$  و  $-\frac{3}{4}$  (۳)  $-\frac{3}{2}$  و  $-\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{3}{2}$

۱۲۸۳. کدام گزینه می‌تواند واسطه هندسی بین دو عدد  $1 - \sqrt{2}$  و  $1 + \sqrt{2}$  باشد؟

- (۱)  $-1$  (۲) ۱ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴) وجود ندارد.

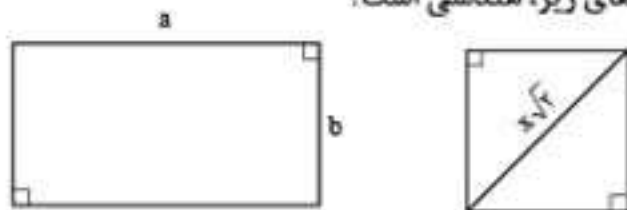
۱۲۸۴. اگر اعداد  $6^{n+1}$  و  $\frac{1}{6\sqrt{6}}$  و  $6^b$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند واسطه حسابی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-3$  (۳)  $-4$  (۴)  $-6$

۱۲۸۵. مستطیلی به ابعاد  $a$  و  $b$  و مربعی به ضلع  $x$ ، هم مساحت با آن مفروض است. کدام یک از دنباله‌های زیر، یک دنباله هندسی است؟

- (۱)  $a, b, x$  (۲)  $a, x, b$  (۳)  $b, a, x$  (۴)  $a, x^2, b$  (مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۲۸۶. در شکل زیر، مستطیل با اضلاع  $a$  و  $b$  با مربع به قطر  $x\sqrt{2}$  هم مساحت هستند. کدام یک از دنباله‌های زیر، هندسی است؟



- (۱)  $x, a, b$  (۲)  $a^2, b^2, x^2$  (۳)  $a^2, x^2, b^2$  (۴)  $a, x, b$

۱۲۸۷. اعداد  $2^a, 4\sqrt{2}, 2^b$  به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند. واسطه حسابی بین  $a$  و  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\sqrt{2}$

۱۲۸۸. در دنباله حسابی  $a_n = \frac{3}{4}n - 1$ ، دو جمله دوم و ششم را به دست می‌آوریم. واسطه هندسی مثبت بین این دو عدد کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۱۸

۱۲۸۹. اعداد  $2a_1, ka_{15}, 8a_7$ ، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی جدید هستند. مقدار  $k$  کدام است؟ ( $a_1, a_7, a_{15}$  متعلق به دنباله هندسی اولیه هستند).

- (۱)  $\pm 1$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $\pm 3$  (۴)  $\pm 4$



۱۳۹۰. اگر اعداد  $1, a-1, b+1, 2, \dots$  یک دنباله حسابی و اعداد  $2, b, a, \dots$  یک دنباله هندسی تشکیل دهند، حاصل  $a+b$  کدام است؟ ( $a, b \neq 0$ )

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۱۵

(سراسری نظام قدیم)

۱۳۹۱. پنج عدد  $\frac{5}{3}, c, b, a, \frac{5}{12}$  به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله هندسی هستند.  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{5}{6}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{4}{5}$

۱۳۹۲. در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند به ترتیب سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند. چندمین جمله این دنباله صفر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۳۹۳. در یک دنباله حسابی، جملات اول، پنجم و یازدهم، به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی صعودی هستند. نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

- (۱)  $\frac{6}{5}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

(سراسری ۱۴۰۰)

۱۳۹۴. اگر  $x - \frac{3}{4}, y, x, z, 4x$  جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار  $|x| + |y| + |z|$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

(خارج ۱۴۰۰)

۱۳۹۵. اگر  $y, x-1, x, x+2, z$  جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار  $xyz$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۱۳۹۶. جمله اول یک دنباله حسابی با جمله اول یک دنباله هندسی برابر است. اگر جمله‌های پنجم و هفتم دنباله حسابی، به ترتیب جمله‌های دوم و سوم دنباله هندسی باشند، نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳) ۲ (۴) -۲

۱۳۹۷. جمله پنجم یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ناصفر، واسطه هندسی بین جملات سوم و نهم آن دنباله است. اگر جمله پنجم دنباله ۷ باشد، جمله صد و یکم دنباله، کدام است؟

(خارج ۱۴۰۰)

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۷۵ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۲۵

تست < پیدا کردن تعدادی واسطه هندسی بین دو جمله

۱۳۹۸. بین  $\frac{2}{5}$  و ۲۵۰ سه واسطه هندسی قرار داده‌ایم. واسطه دوم کدام است؟ (دنباله را صعودی فرض کنید.)

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۵۰ (۴) ۷۵

۱۳۹۹. بین دو عدد  $\sqrt{3}$  و  $27\sqrt{3}$ ، پنج عدد جای می‌دهیم تا این ۷ جمله، دنباله‌ای هندسی و صعودی تشکیل دهند. مجموع جملات گویا کدام است؟ ( $\sqrt{3}$  جمله اول است)

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۶ (۳) ۳۹ (۴) ۴۲

۱۴۰۰. در دنباله هندسی  $1, x, y, 27, \dots$ ، حاصل  $x+y$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲۷ (۳) -۲۷ (۴) -۶

۱۴۰۱. بین دو عدد ۱ و ۳ پنج واسطه هندسی درج شده است. حاصل ضرب جملات سوم و پنجم کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۳ (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

< مجموع جملات دنباله هندسی

(سراسری ۹۹)

۱۴۰۲. مجموع هشت جمله اول دنباله هندسی  $16, 32, 64, \dots$ ، کدام است؟

- (۱)  $128/5$  (۲) ۱۲۸ (۳)  $127/5$  (۴) ۱۲۷

(خارج ۹۹)

۱۴۰۳. جمله‌های دوم و پنجم یک دنباله هندسی به ترتیب  $\frac{1}{4}$  و ۴ هستند. مجموع هشت جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱)  $63/5$  (۲)  $63/75$  (۳)  $64/5$  (۴)  $67/75$

۱۴۰۴. کارفرمایی به یک کارگر مبتدی پیشنهاد کرد که دستمزد روز اول او ۲۲۰ تومان باشد و تا پایان ۶ روز کاری در هفته، دستمزد او به‌طور روزانه  $1/5$  برابر دستمزد روز قبل شود. مجموع دستمزدهایی که کارگر در ۶ روز اول هفته دریافت می‌کند، کدام است؟

(سراسری نظام قدیم)

- (۱) ۶۶۵۰ (۲) ۶۷۵۰ (۳) ۶۸۵۰ (۴) ۶۹۵۰

۱۴۰۵. حاصل عبارت  $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{320}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{319}{320}$  (۲)  $\frac{127}{320}$  (۳)  $\frac{127}{640}$  (۴)  $\frac{639}{640}$

۱۴۰۶. جمله اول یک دنباله هندسی ۷۶۸ و نسبت مشترک  $\frac{1}{4}$  است. اگر جمله آخر دنباله ۱۲ باشد، مجموع تمام جملات این دنباله با شروع از ۷۶۸ و ختم به ۱۲ کدام است؟

- (۱) ۱۲۵۴ (۲) ۱۴۴۲ (۳) ۱۶۴۲ (۴) ۱۵۲۴

۱۴۰۷. بین ۴ و ۹۷۲ چهار عدد قرار می‌دهیم تا یک دنباله هندسی با شروع از ۴ و ختم به ۹۷۲ به دست آید. مجموع این شش عدد کدام است؟ (سراسری ۹۸)

- (۱) ۱۴۵۶ (۲) ۱۴۶۸ (۳) ۱۵۴۶ (۴) ۱۶۵۴

۱۴۰۸. حاصل مجموع  $1 + 4 + 16 + \dots + 1024$  برابر \_\_\_\_\_ است.

- (۱) ۱۳۶۵ (۲) ۲۰۵۴ (۳) ۱۰۶۰ (۴) ۱۴۰۸

۱۴۰۹. اگر در یک دنباله هندسی صعودی، جمله سوم ۲۰ و جمله پنجم ۸۰ باشد، مجموع هشت جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۱۷۵ (۲) ۱۳۷۵ (۳) ۱۳۷۵ (۴) ۱۴۷۵

۱۴۱۰. در یک دنباله هندسی، هر جمله  $\frac{2}{3}$  جمله قبلی خود است. اگر مجموع پنج جمله اول آن  $\frac{211}{27}$  باشد، جمله اول آن کدام است؟ (خارج ۹۵)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۱۱. در یک دنباله هندسی نزولی که ۶ جمله دارد، مجموع دو جمله اول ۸۱ و مجموع دو جمله آخر ۱۶ است. مجموع این ۶ جمله کدام است؟ (خارج ۹۴)

- (۱) ۱۳۳ (۲) ۱۲۸ (۳) ۱۲۴ (۴) ۱۱۵

۱۴۱۲. در یک دنباله هندسی با جمله اول ۲۲۴ و قدرنسبت  $\frac{1}{4}$ ، جمله  $n$  ام برابر با ۷ می‌باشد. مجموع جملات این دنباله از ۲۲۴ تا عدد ۷ و خود این اعداد، کدام است؟

- (۱) ۳۶۹ (۲) ۴۲۰ (۳) ۴۴۱ (۴) ۴۵۸ (خارج ۹۸)

۱۴۱۳. در یک دنباله هندسی با نسبت مشترک  $\frac{1}{4}$ ، اگر مجموع هشت جمله اول  $63 \frac{3}{4}$  باشد، جمله پنجم کدام است؟ (خارج ۹۱)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۱۴. در یک دنباله هندسی، جمله چهارم ۸ برابر جمله اول است. اگر جمله ششم ۲۴ باشد، مجموع شش جمله اول آن کدام است؟ (سراسری ۹۴)

- (۱)  $47/25$  (۲)  $47/5$  (۳)  $47/75$  (۴)  $48/5$

۱۴۱۵. در یک دنباله هندسی با جملات افزایشی، جمله هشتم ۸۱ برابر جمله چهارم و جمله چهارم برابر ۵۴ است، مجموع ۵ جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۴۲ (۴) ۲۴۲

۱۴۱۶. در دنباله هندسی  $\dots, 9, a, 4$  با نسبت مشترک مثبت، مجموع شش جمله اول کدام است؟

- (۱)  $81 \frac{3}{8}$  (۲)  $81 \frac{7}{8}$  (۳)  $82 \frac{3}{8}$  (۴)  $83 \frac{1}{8}$

۱۴۱۷. مجموع ۱۰ جمله اول دنباله‌ای با جمله عمومی  $a_n = 3 \times 2^{n-1}$  کدام است؟

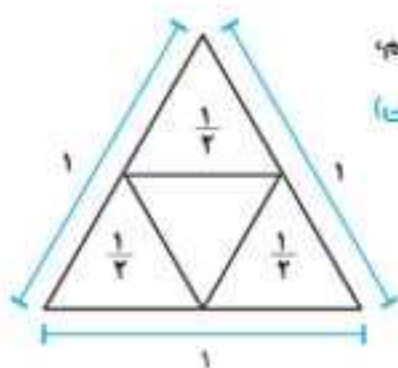
- (۱)  $2^{21}$  (۲)  $2^{20}$  (۳)  $2^{21} - 2$  (۴)  $2^{20} - 2$

۱۴۱۸. اگر مطابق شکل مقابل، وسط اضلاع یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱ را به هم وصل کنیم و این روند را ادامه دهیم،

مجموع محیط مثلث‌های به دست آمده پس از ۵ مرحله کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱)  $\frac{93}{16}$  (۲)  $\frac{90}{16}$

- (۳)  $\frac{85}{16}$  (۴)  $\frac{75}{16}$



(سراسری ۱۴۰۵)

۱۴۱۹. مقدار عبارت  $\frac{1}{3^{256}} \times \frac{1}{3^{128}} \times \frac{1}{3^{64}} \times \dots \times \frac{1}{3^{32}} \times \frac{1}{3^{16}} \times \frac{1}{3^8} \times \frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^2} \times \frac{1}{3}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{127}{3^{256}}$  (۲)  $\frac{127}{3^{512}}$  (۳)  $\frac{63}{3^{256}}$  (۴)  $\frac{255}{3^{512}}$

۱۴۲۰. مجموع چند جمله دنباله هندسی  $\dots, 24, 12, 6$  برابر ۱۰۲۶ است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۴۲۱. در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول آن ۲ است. مجموع شش جمله اول کدام است؟

- (۱)  $10/8$  (۲)  $11/2$  (۳)  $12/6$  (۴)  $13/4$

۱۴۲۲. در یک دنباله هندسی نزولی، بین جملات، رابطه  $a_p a_q a_r = 64(a_p)^2$  برقرار است. مجموع پنج جمله اول، چند برابر مجموع سه جمله اول است؟

- (۱)  $\frac{31}{28}$  (۲)  $\frac{32}{29}$  (۳)  $\frac{16}{13}$  (۴)  $\frac{29}{27}$

۱۴۲۲. در یک دنباله هندسی، مجموع هشت جمله اول،  $\frac{5}{4}$  مجموع چهار جمله اول آن است. جمله هفتم چند برابر جمله اول است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{5}{32}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

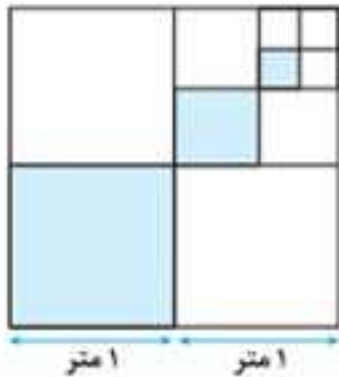
۱۴۲۴. مجموع ۶ جمله اول یک دنباله هندسی ۲۸ برابر مجموع ۲ جمله اول آن و جمله پنجم دنباله ۲۷ است. نسبت مشترک این دنباله چند برابر جمله اول آن است؟

(مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱) ۹ (۲) ۶ (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{9}$

۱۴۲۵. دنباله هندسی  $4, a, 1, b, \dots$  غیر نزولی است. مجموع چند جمله اول آن برابر  $\frac{21}{8}$  است؟

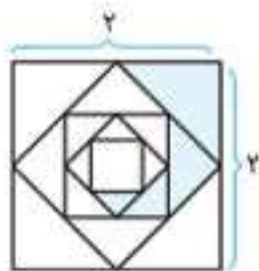
- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹



۱۴۲۶. یک مربع به ضلع ۲ متر موجود است. آن را به ۴ مربع مساوی، تقسیم کرده و یک قسمت را رنگ می‌کنیم. از بین بقیه مربع‌ها، مربعی که ضلع مشترک با مربع رنگ شده ندارد را انتخاب کرده و با تقسیم آن به ۴ مربع مساوی، مربع با رأس مشترک با مربع رنگی اولیه را رنگ می‌کنیم و همین کار را مرتباً ادامه می‌دهیم. مجموع مساحت مربع‌های رنگ شده تا مرحله چهارم کدام است؟

(مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱)  $\frac{37}{55}$  (۲)  $\frac{31}{55}$  (۳)  $\frac{81}{64}$  (۴)  $\frac{85}{64}$



۱۴۲۷. در شکل زیر مربعی به ضلع ۲ داریم که نقطه وسط اضلاع آن را به هم وصل کرده و یک قسمت آن را هاشور می‌زنیم. اگر این روند را تا ۶ مرحله ادامه دهیم، مساحت تمام ناحیه‌های هاشور خورده چقدر خواهد بود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{61}{64}$  (۴)  $\frac{63}{64}$

۱۴۲۸. اگر در یک دنباله هندسی،  $S_7 = 9$  و  $S_9 = -63$  باشد، آن گاه  $S_1$  کدام است؟ ( $S_n$  مجموع  $n$  جمله اول دنباله هندسی است.)

- (۱)  $-1025$  (۲)  $1025$  (۳)  $1023$  (۴)  $-1023$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۴۲۹. اگر در یک دنباله هندسی  $(S_n = 3(2^n - 1))$  باشد، نسبت جمله پنجم به جمله سوم کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{16}$

### مسائل مربوط به نیمه‌عمر مواد و عناصر

۱۴۳۰. مقدار اولیه یک دارو در بدن یک بیمار ۲۰۰ میلی گرم است. اگر نیمه‌عمر این دارو ۸ ساعت باشد بعد از گذشت یک شبانه‌روز چه مقدار از آن در بدن بیمار باقی می‌ماند؟

(مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۵ (۳) ۴۵ (۴) ۵۵

۱۴۳۱. فرض کنید نیمه‌عمر یک دارو برای ما نامشخص باشد. بعد از گذشت چند نیمه‌عمر، فقط  $\frac{6}{25}$  درصد از آن دارو در بدن باقی می‌ماند؟

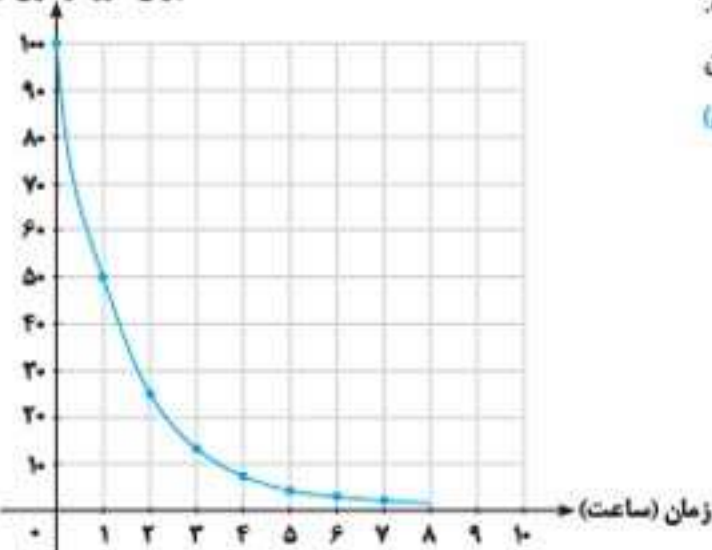
(مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۴۳۲. ۴۰۰ گرم از دارویی با نیمه‌عمر ۴ ساعت بعد از یک شبانه‌روز  $a$  گرم وزن دارد و ۶۰۰ گرم از دارویی دیگر به نیمه‌عمر ۸ ساعت پس از یک شبانه‌روز  $b$  گرم وزن دارد  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۸۴ (۲)  $80/25$  (۳) ۸۲ (۴)  $81/25$

میزان دارو در خون (mg)



۱۴۳۳. شخصی ۱۰۰ میلی گرم از دارویی که نیمه‌عمر آن یک ساعت است را مصرف کرده است. با توجه به نمودار مقابل، جمله عمومی (ضابطه تابعی) دنباله مقدار داروی باقی‌مانده در بدن شخص کدام است؟

(مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱)  $5 \cdot (\frac{1}{2})^{n-1}$  (۲)  $5 \cdot (\frac{1}{2})^n$  (۳)  $10 \cdot (\frac{1}{2})^n$  (۴)  $10 \cdot (\frac{1}{2})^{n-1}$

◀ آزمون ۲۸ (آزمون فصل ۷)

۱۵۷۶. حاصل  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4}$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) -۹ (۳)  $\pm 9$  (۴) تعریف نشده

۱۵۷۷. کدام گزینه، درست است؟

- (۱) هر عدد حقیقی غیر صفر، فقط یک ریشه زوج دارد.  
 (۲) هر عدد حقیقی غیر صفر، فقط یک ریشه فرد هم علامت خودش دارد.  
 (۳) هر عدد حقیقی منفی، فقط یک ریشه زوج مثبت دارد.  
 (۴) اگر  $a > 0$  باشد،  $\sqrt[k]{a}$  برابر دو عدد حقیقی قرینه است. ( $k \in \mathbb{N}$ )

۱۵۷۸. نیمه عمر یک ماده ۳ ساعت است. پس از گذشت ۱ شبانه روز  $2/5$  گرم از آن ماده باقی مانده است. مقدار اولیه ماده چند گرم بوده است؟

- (۱) ۶۴۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ۸۰

۱۵۷۹. حاصل  $5\sqrt{128} - 3\sqrt{72} + 2\sqrt{200} + 4\sqrt{98} - 4\sqrt{242}$  کدام است؟

- (۱)  $22\sqrt{2}$  (۲)  $30\sqrt{2}$  (۳)  $26\sqrt{2}$  (۴)  $34\sqrt{2}$

۱۵۸۰. چه تعداد از توابع نمایی زیر افزایشی (صعودی) هستند؟

- (الف)  $y = (\frac{1}{4})^x$  (ب)  $y = (\frac{2}{3})^x$  (ج)  $y = (\frac{5}{4})^x$  (د)  $y = (\frac{1}{5})^{-x}$   
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵۸۱. چه تعداد از توابع نمایی زیر کاهشی (نزولی) هستند؟

- (الف)  $y = 2^x$  (ب)  $y = (\frac{1}{5})^x$  (ج)  $y = (\frac{1}{4})^{-x}$  (د)  $y = (\frac{2}{5})^x$   
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۵۸۲. نمودار توابع  $y = -x + 1$  و  $y = 2^x$  در چند نقطه متقاطع اند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵۸۳. مجموع ریشه‌های معادله  $2^{5x+1} = 8^{x^2+1}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{5}{3}$  (۳) صفر (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۵۸۴. در یک دنباله با رابطه بازگشتی  $\begin{cases} a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n \\ a_1 = 8 \end{cases}$  جمله بیستم کدام است؟

- (۱)  $2^{-19}$  (۲)  $2^{-18}$  (۳)  $2^{-17}$  (۴)  $2^{-16}$

۱۵۸۵. جمعیت یک شهر با ضریب ثابت ۲ درصد در سال رشد می‌کند. پس از ۲۵ سال جمعیت این شهر تقریباً چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳)  $2/5$  (۴)  $1/5$

◀ آزمون ۲۹ (آزمون دشوار فصل ۷)

۱۵۸۶. در دنباله هندسی  $\dots, \frac{22}{9}, \frac{64}{27}, a, b, \dots$  کدام جمله برابر ۲۷ است؟

- (۱) ششم (۲) هفتم (۳) هشتم (۴) نهم

۱۵۸۷. در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله متوالی برابر ۱۹ و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۲۱۶ می‌باشد. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟ (نسبت مشترک را بزرگ‌تر از ۱ فرض کنید)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۵۸۸. در یک مثلث قائم‌الزاویه، اضلاع مثلث یک دنباله هندسی می‌سازند. مربع نسبت مشترک این دنباله کدام است؟

- (۱)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۴) ۲

۱۵۸۹. اعداد  $a, b, 18$  به ترتیب جملات متوالی دنباله هندسی هستند. سه عدد  $b, 10$  و  $a$  نیز به همین ترتیب یک دنباله حسابی تشکیل می دهند. مقادیر ممکن

$a$  کدام می باشند؟ ( $\sqrt{1764} = 42$ )

- (۱)  $24, 8$  (۲)  $50, 8$  (۳)  $12, 22$  (۴)  $24, 12$

۱۵۹۰. بین دو عدد  $2$  و  $16\sqrt{2}$ ، شش عدد چنان درج کرده ایم که هشت عدد حاصل، تشکیل دنباله هندسی صعودی داده اند. مجموع جملات دوم و سوم کدام است؟

- (۱)  $8(2 + \sqrt{2})$  (۲)  $4 + \sqrt{2}$  (۳)  $2(2 + \sqrt{2})$  (۴)  $2 + \sqrt{2}$  (مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۵۹۱. در یک دنباله هندسی که  $10$  جمله دارد، مجموع جملات با شماره های فرد، دو برابر مجموع جملات با شماره های زوج است. اگر جمله پنجم برابر با  $1$  باشد، جمله سوم کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $2$  (۴)  $4$

۱۵۹۲. بین دو عدد  $2$  و  $16\sqrt{2}$ ، شش عدد چنان درج کرده ایم که هشت عدد حاصل، دنباله هندسی تشکیل داده است. مجموع این هشت عدد کدام است؟

- (۱)  $20(2 + \sqrt{2})$  (۲)  $48\sqrt{2}$  (۳)  $20(\sqrt{2} + 1)$  (۴)  $26(\sqrt{2} + 1)$  (مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۵۹۳. به ازای یک مقدار  $x$ ، اعداد  $x^2 + 4, 2x, x^2 - 2$ ، به ترتیب سه جمله اول از دنباله هندسی نزولی هستند. مجموع هفت جمله اول این دنباله، کدام است؟

- (۱)  $\frac{117}{16}$  (۲)  $\frac{125}{16}$  (۳)  $\frac{63}{4}$  (۴)  $\frac{127}{8}$

۱۵۹۴. در یک دنباله هندسی صعودی، مجموع جملات دوم و پنجم  $9$  و تفاضل آن دو  $7$  است. مجموع  $6$  جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱)  $33$  (۲)  $31/5$  (۳)  $35$  (۴)  $32/5$

۱۵۹۵. در یک دنباله حسابی و یک دنباله هندسی، جملات اول و جملات دوم با هم برابر هستند. مجموع سه جمله اول دنباله حسابی، برابر جمله سوم دنباله هندسی است. نسبت مشترک دنباله هندسی کدام است؟

- (۱)  $6$  (۲)  $4$  (۳)  $3$  (۴)  $2$

آزمون ۳۰ (آزمون دشوار فصل ۷)

۱۵۹۶. در یک دنباله هندسی، مجموع پنج جمله اول، نصف مجموع پنج جمله دوم است. جمله هشتم این دنباله چند برابر جمله بیست و هشتم آن است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{16}$

۱۵۹۷. اگر جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت  $a_n = 6(-\frac{2}{3})^{n-1}$  باشد، مجموع سه جمله دوم چند برابر مجموع سه جمله اول است؟

- (۱)  $-\frac{8}{27}$  (۲)  $-\frac{27}{8}$  (۳)  $\frac{8}{27}$  (۴)  $\frac{27}{8}$

۱۵۹۸. اگر  $0 < a < 1$  باشد، حاصل  $A = |a - \sqrt{a}| - |a - \sqrt[3]{a}| + |\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}|$  کدام است؟

- (۱)  $2a$  (۲)  $2\sqrt{a}$  (۳)  $2\sqrt[3]{a}$  (۴) صفر

۱۵۹۹. ریشه سوم عدد  $148$  به کدام عدد زیر، نزدیک تر است؟

- (۱)  $6$  (۲)  $3$  (۳)  $4$  (۴)  $5$

۱۶۰۰. اگر ریشه پنجم عدد  $x$  برابر با  $\frac{4}{25}$  باشد، ریشه مثبت چهارم این عدد کدام است؟

- (۱)  $\frac{4\sqrt{10}}{125}$  (۲)  $\frac{8\sqrt{2}}{25}$  (۳)  $\frac{4\sqrt{10}}{25}$  (۴)  $\frac{8\sqrt{2}}{125}$

۱۶۰۱. ساده شده عبارت  $(\sqrt{2} \frac{1}{4})^2 + (\sqrt{2})^{-2} + (\sqrt{5 + (-\frac{1}{3})^4 + (-\sqrt{2})^2})^{-\frac{2}{3}}$  کدام است؟

- (۱)  $3/25$  (۲)  $2/5$  (۳)  $3/75$  (۴)  $4/5$  (سراسری ۹۴)

۱۶۰۲. ساده شده عبارت  $(\frac{1}{4})^{-0.25} - \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{-3 \frac{2}{8}}$  کدام است؟

- (۱)  $-2/5$  (۲)  $-2/25$  (۳)  $-1/75$  (۴)  $-1/5$  (خارج ۹۴)

۱۶۰۳. حاصل  $\frac{2^{n+4} - 2^{n+1}}{2^{n+3} - 2^{n-1}}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{15}$  (۲)  $-\frac{7}{15}$  (۳)  $\frac{28}{15}$  (۴)  $-\frac{28}{15}$  (مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۶۰۴. حجم کره A هشت برابر حجم کره B است، اگر شعاع کره B برابر ۵ باشد، شعاع کره A کدام است؟ (فرمول حجم کره:  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ )

- (۱) ۱۰ (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳) ۴۰ (۴)  $\frac{5}{8}$

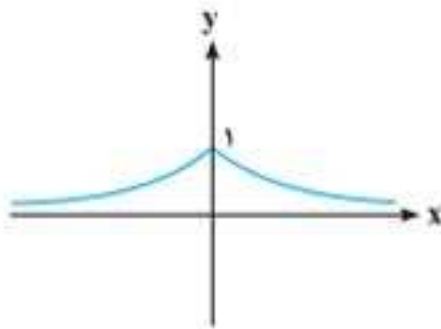
(مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۶۰۵. به ازای کدام مقدار a، رابطه  $f(x) = (2a - a^2)^x$  یک تابع نمایی صعودی است؟

- (۱)  $a < 1$  (۲)  $0 < a < 2$  (۳)  $0 < a < 1$  (۴) هیچ مقدار a

آزمون ۳۱ (آزمون دشوار فصل ۷)

۱۶۰۶. شکل مقابل، نمودار کدام تابع است؟



- (۱)  $y = |2^x|$   
 (۲)  $y = 2^{-|x|}$   
 (۳)  $y = 2^{|x|}$   
 (۴)  $y = |2^{-x}|$

۱۶۰۷. اگر  $f(x) = 3^{2x+1}$  و  $f(2x) = m(f(x))^2$  باشند، m کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) ۲ (۴) ۳

۱۶۰۸. نمودار تابع  $f(x) = \frac{2^x + 4^x}{4^x + 8^x}$  از کدام نواحی می‌گذرد و چه وضعیتی دارد؟

- (۱) دوم و سوم - نزولی (۲) اول و دوم - نزولی (۳) دوم و سوم - صعودی (۴) اول و دوم - صعودی

۱۶۰۹. نمودار تابع  $f(x) = 2^{x-1} + 2$  کدام است؟



۱۶۱۰. جمعیت یک شهر پس از ۲ سال ۱/۲۱ برابر شده است. آهنگ رشد سالانه این شهر چند درصد است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۲۱ (۳) ۱/۱ (۴) ۲۱

۱۶۱۱. در یک آزمایشگاه، نوعی ویروس کشت داده می‌شود که در هر ساعت، وزن آن ۳ برابر می‌شود اگر در ساعت ۸ صبح وزن ویروس‌ها ۲۷ میلی‌گرم بوده باشد در ساعت ۹:۱۵ وزن آن‌ها چند میلی‌گرم خواهد شد؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱)  $27\sqrt[3]{3}$  (۲)  $81 \times \sqrt[3]{3}$  (۳)  $9\sqrt[3]{3}$  (۴)  $3\sqrt[3]{3}$

۱۶۱۲. در دنباله هندسی ... ۴، ۸، ۹، ... با نسبت مشترک منفی، مجموع سه جمله دوم، چند برابر مجموع سه جمله اول است؟

- (۱)  $\frac{8}{27}$  (۲)  $-\frac{27}{8}$  (۳)  $\frac{27}{8}$  (۴)  $-\frac{8}{27}$

۱۶۱۳. یک نیم‌دایره را به شکل زیر رنگ می‌کنیم، در مرحله دهم چه نسبتی از سطح نیم‌دایره رنگ می‌شود؟



- (۱)  $\frac{173}{256}$  (۲)  $\frac{271}{512}$  (۳)  $\frac{241}{512}$  (۴)  $\frac{169}{256}$

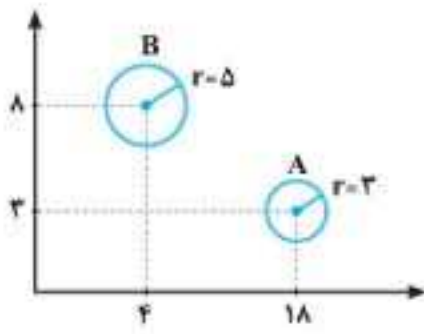
۱۶۱۴. مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با استفاده از کدام رابطه زیر به دست نمی‌آید؟

- (۱)  $A_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$   
 (۲)  $B_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$   
 (۳)  $C_n = \frac{a_1 - r a_n}{1-r}$   
 (۴)  $D_n = \frac{r a_n + a_1}{1-r}$

۱۷۲۴. اگر مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی  $S_n = 10n^2 - 4n$  باشد، حاصل  $a_n + 2d$  کدام است؟

- (۱)  $20n - 26$  (۲)  $20n + 26$  (۳)  $20n - 10$  (۴)  $20n + 10$

۱۷۲۵. با توجه به نمودار حبابی زیر، اگر مجموع مقادیر متغیرهای سوم گروه A و B برابر ۴۰ باشد، اختلاف مقادیر آنها کدام است؟



- (۱)  $\frac{111}{17}$  (۲)  $\frac{110}{17}$  (۳)  $\frac{318}{17}$  (۴)  $\frac{320}{17}$

۱۷۲۶. حاصل عبارت  $\frac{40/2 \times \sqrt{18} \times 50/2}{\sqrt[3]{3^9} \times 20/8}$  کدام است؟

- (۱)  $(150)^{0/1}$  (۲)  $\sqrt{150}$  (۳)  $\sqrt{25}$  (۴)  $(25)^{0/1}$

### آزمون جامع ۳

۱۷۲۷. اگر  $f = \{(1, a-1)(2, 5)(6, c-a)(7, 1)\}$  و  $g = \{(4, 2)(3, 9)(6, -7)(1, 9)\}$  و  $f-g = \{(1, -7)(2b+1, -4)(6, 10)\}$  باشد،  $a \times b \times c$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۲۶ (۴) ۱۸

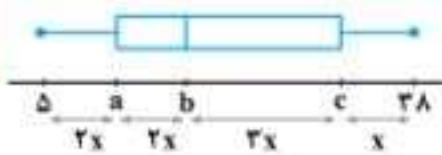
۱۷۲۸. اعداد  $x, y, x+5, z, m, n, 8x$  جملات یک دنباله هندسی هستند. حاصل  $|y| + |z| + |n|$  کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲)  $\frac{25\sqrt{2}}{3}$  (۳)  $\frac{25}{3}$  (۴)  $25\sqrt{2}$

۱۷۲۹. با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل، حاصل  $\frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{IQR}$  کدام است؟

- (۱)  $3/2$  (۲)  $3/25$  (۳)  $3/6$  (۴)  $2/25$

یادآوری



۱۷۴۰. اگر گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$  درست باشد، کدام گزاره همواره درست است؟

- (۱)  $r \Rightarrow p$  (۲)  $p \vee r$  (۳)  $\sim p \Rightarrow r$  (۴)  $p \Rightarrow r$

۱۷۴۱. اگر خط فقر در یک اداره به روش نصف کردن میانگین برابر ۲ میلیون تومان باشد و درآمد افراد این اداره برحسب میلیون تومان ۲ و  $a$  و ۷ و  $2/5$  و ۵ و  $3/5$  و ۴ و ۶ و ۹ باشد، خط فقر به روش نصف میانه چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲)  $4/5$  (۳)  $2/25$  (۴)  $2/5$

۱۷۴۲. در یک سری از داده‌های آماری دارای منحنی نرمال با میانگین ۹ و انحراف معیار ۲، چند درصد داده‌ها در بازه  $(7, 15)$  قرار دارند؟

- (۱) ۹۶٪ (۲) ۶۸٪ (۳) ۸۲٪ (۴) ۸۴٪

۱۷۴۳. در تابع  $y = |x-2| - 3$  با دامنه  $D_f = \{-1 \leq x \leq 7\}$ ، برد کدام است؟

- (۱)  $-3 \leq y \leq 0$  (۲)  $0 \leq y \leq 2$  (۳)  $-3 \leq y \leq 1$  (۴)  $-3 \leq y \leq 2$

۱۷۴۴. اگر  $x = 25$  باشد، حاصل  $x^2 \sqrt[3]{x} \sqrt{x}$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۱۶ (۴) ۴

۱۷۴۵. حاصل هم‌ارزی مقابل کدام است؟

- (۱) T (۲) F (۳) p (۴)  $r$  (۵)  $[(\sim q \wedge p) \vee (p \Rightarrow q)] \wedge r$

۱۷۴۶. در یک ظرف ۵ توپ قرمز، ۴ توپ آبی و ۳ توپ سفید وجود دارد. ۲ توپ به تصادف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل یک توپ آبی است؟

- (۱)  $\frac{41}{55}$  (۲)  $\frac{43}{55}$  (۳)  $\frac{47}{55}$  (۴)  $\frac{49}{55}$

۱۷۴۷. چند رمز شش رقمی با ارقام ۱ تا ۹ می‌توان نوشت که سه عدد آن مضرب ۳ و یک عدد مضرب ۴ باشد؟

- (۱) ۲۷۰۰۰ (۲) ۱۷۲۸۰ (۳) ۵۱۸۴۰ (۴) ۳۴۵۶۰

۱۷۴۸. عرض نقطه برخورد نمودار توابع  $f(x) = (\frac{1}{3})^{x-5}$  و  $g(x) = 81^x$  کدام است؟

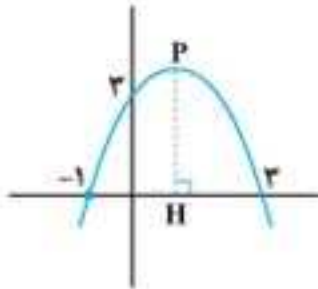
- ۹ (۱) ۲۷ (۲) ۸۱ (۳) ۳ (۴)

۱۷۴۹. مقدار عبارت  $2^2 \times 2^5 \times 2^8 \times \dots \times 2^{89}$  کدام است؟

- ۲۱۲۶۷ (۱) ۲۱۲۵۶ (۲) ۲۱۲۶۵ (۳) ۲۱۲۷۶ (۴)

۱۷۵۰. نمودار سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به صورت مقابل است. طول پاره خط PH کدام است؟

- ۳/۵ (۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴)



۱۷۵۱. میزان مراجعه به یک دندانپزشکی در چند روز اول ماه اردیبهشت مطابق جدول زیر می باشد. با توجه به جدول  $a + b$  را به دست آورید.

روز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۹
تعداد	۲۵	a	۳۱	۲۲	۴۰	۴۲	۲۱	b

- ۴۰ (۱) ۴۳ (۲) ۴۱ (۳) ۴۴ (۴)

۱۷۵۲. اگر جواب معادله  $\text{Sgn}(|-x|-2) = 0$  مجموعه  $a < x \leq b$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

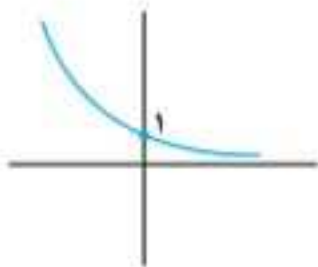
- ۱ (۴) ۱ (۳) -۵ (۲) ۵ (۱)

۱۷۵۳. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) نمودار راداری یک نمودار دو بعدی است که برای نمایش ۳ متغیر یا بیشتر مورد استفاده قرار می گیرد.  
 (۲) نمودار حبابی برای نمایش همزمان ۲ متغیر استفاده می شود.  
 (۳) نمودار جعبه‌ای این مزیت را دارد که میزان پراکندگی داده‌ها را نشان می دهد.  
 (۴) نمودار تار عنکبوتی برای مقایسه عملکرد افراد در زمینه‌های مختلف استفاده می شود.

۱۷۵۴. نمودار تابع  $y = (3a-2)^x$  به صورت روبه‌رو می باشد. حدود a کدام است؟

- $a > 1$  (۱)  
 $0 < a < 1$  (۲)  
 $a > \frac{2}{3}$  (۳)  
 $\frac{2}{3} < a < 1$  (۴)

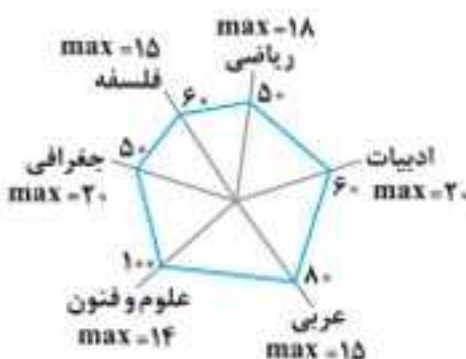


۱۷۵۵. مجموع معکوس دو عدد زوج طبیعی متوالی برابر  $\frac{5}{12}$  است. از طرفی عدد کوچک تر ریشه معادله  $x^2 - ax = 8$  است. ریشه دیگر معادله کدام است؟

- ۴ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴)

۱۷۵۶. با توجه به نمودار راداری مقابل که مربوط به نمرات ۶ درس حسین از ۲۰ می باشد. انحراف معیار نمرات او چقدر است؟

- ۱/۵۷ (۱) ۱/۵۸ (۲) ۱/۵۹ (۳) ۱/۵۶ (۴)



تست



# آزمون به سبک ۱۴۰۰

۱۷۵۷. در یک شرکت، هزینه ثابت برابر ۲۰۰ میلیون و هزینه تولید هر عدد کالا ۴۱ میلیون تومان است. اگر این شرکت هر کالا را  $(kx-1)$  میلیون تومان بفروشد، بیشترین سود شرکت به ازای تولید ۱۰ عدد کالا ایجاد می‌شود. مقدار  $k$  کدام است؟

- ۲ (۱)      ۲/۱ (۲)      ۲/۴ (۳)      ۳ (۴)

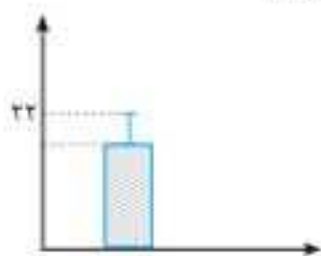
۱۷۵۸. اگر معادله  $\frac{2x^2-m}{x-1} = -x+4$  دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، محدوده تغییرات  $m$  کدام می‌تواند باشد؟

- $m < 2$  (۱)       $m > 2$  (۲)       $m > \frac{23}{12}$  (۳)       $m < \frac{23}{12}$  (۴)

۱۷۵۹.  $f$  تابع ثابت و  $g$  تابع همانی است. مقدار تابع  $f$  در هر نقطه برابر است با مجموع ریشه‌های معادله  $\sqrt{2x^2} - \sqrt{8x-1} = 0$ . مساحت ایجادشده بین نمودارهای  $f$  و  $g$  و محور  $y$  ها کدام است؟

- ۲ (۱)      ۴ (۲)      ۸ (۳)      ۱۲ (۴)

۱۷۶۰. نمودار مقابل مربوط به ۱۰۰ داده آماری است که مجموع آن‌ها ۲۰۰۰ می‌باشد. مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین کدام است؟

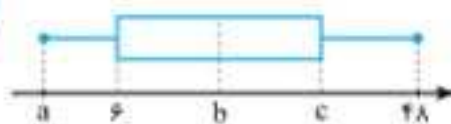


- ۴۰۰ (۱)  
۳۵۰ (۲)  
۳۰۰ (۳)  
۲۵۰ (۴)

۱۷۶۱. فرض کنید  $f(x) = |3-x|$  و  $g(x) = 3|2x|$  و  $h(x) = \text{Sign}(-x)$  باشند. ضابطه تابع  $y = f^2(x) - g^2(x) - h^2(x)$  در محدوده  $-\frac{5}{3} < x < -2$  کدام است؟

- $x^2 - 6x - 217$  (۴)       $x^2 + 6x - 217$  (۳)       $x^2 + 6x + 217$  (۲)       $-x^2 + 6x + 217$  (۱)

۱۷۶۲. در نمودار جعبه‌ای مقابل، میانه دقیقاً وسط جعبه قرار دارد و طول جعبه با مجموع طول سبیل‌های چپ و راست برابر است. اگر دامنه تغییرات داده‌ها برابر ۴۶ باشد، مقدار چارک دوم کدام است؟



- ۱۶/۵ (۱)  
۱۷/۵ (۳)  
۱۷ (۲)  
۱۸ (۴)

۱۷۶۳. نمودار تابع  $f(x) = |x-2| + |x-2| - \text{Sign}(x)$  بر مجموعه  $\{-7.5, 0, 2/5\}$  تعریف شده است. میانگین اعضای برد کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      صفر (۳)      -۱ (۴)

۱۷۶۴.  $A$  و  $B$  و  $C$  سه پیشامد در فضای نمونه  $S$  هستند. اگر  $A \subseteq B'$  و  $B \subseteq C'$  باشند و ضمناً  $A$  و  $C$  ناسازگار باشند، کدام گزینه نادرست است؟

- $(A \cap C) \cap B = \emptyset$  (۱)  
 $C \subseteq (A - B)'$  (۳)  
 $(A \cup B) \cap C = C'$  (۲)  
 $B \subseteq (C - A)'$  (۴)

۱۷۶۵. ارزش گزاره  $\sim [(p \Rightarrow q) \wedge P] \Rightarrow q$  چگونه است؟

- ۱) گاهی درست و گاهی نادرست  
۲) همواره درست  
۳) همواره نادرست  
۴) قابل ارزش‌گذاری نیست.

۱۷۶۶. در یک دنباله با جمله عمومی  $a_n = \begin{cases} n^2 - 2n & \left[ \frac{n}{2} \right] = \text{اول} \\ |2-n| & \left[ \frac{n}{2} \right] = \text{غیر اول} \end{cases}$  حاصل عبارت  $\text{Sign}(a_p - a_q)$  کدام است؟ [ ] علامت جزء صحیح است و  $\text{Sign}$  تابع علامت است.

- ۱ (۱)      -۱ (۲)      صفر (۳)      تعریف‌نشده (۴)

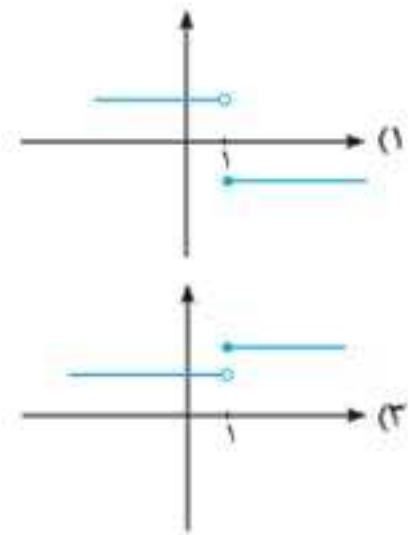
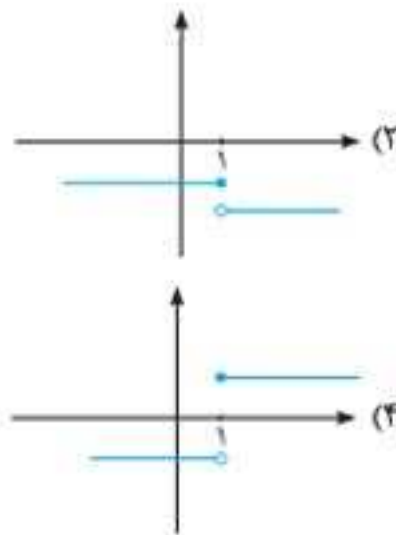
۱۷۶۷. ۵ دانش‌آموز رتبه برتر کنکور قرار است با پدر و مادر خود عکس یادگاری بگیرند. چند عکس مختلف می‌توان گرفت به طوری که هر دانش‌آموز در کنار پدر و مادر خودش باشد؟

- $(3!)^2 \times (5!)^2$  (۱)       $(3! \times 5!)^2$  (۲)       $5! \times (3!)^2$  (۳)       $3! \times (5!)^2$  (۴)

۱۷۶۸. ۳ تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی مجموع اعداد ظاهرشده برابر با اولین عدد ۲ رقمی دنباله فیبوناتچی می‌باشد؟

- $\frac{5}{36}$  (۴)       $\frac{1}{36}$  (۳)       $\frac{13}{72}$  (۲)       $\frac{7}{72}$  (۱)

۱۷۶۹. نمودار تابع با ضابطه  $y = k\left(\frac{1}{5}\right)^x$  در نقطه‌ای به عرض  $\frac{3}{92}$  محور  $y$ ها را قطع می‌کند. نمودار تابع  $y = \begin{cases} k-1, & x \geq 1 \\ -k+1, & x < 1 \end{cases}$  شبیه کدام است؟

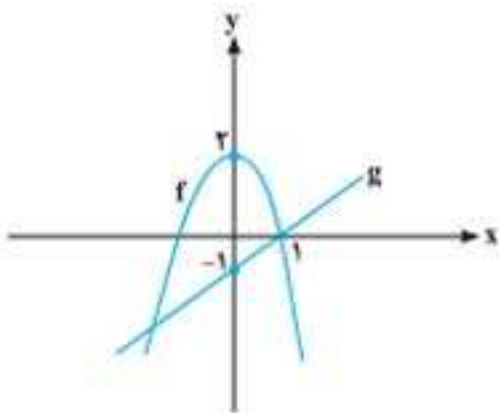


۱۷۷۰. اگر  $f(x) = x^f$  و  $g(x) = x^g$  و دامنه  $f$  و  $g$  برابر با  $D_f = D_g = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\}$  باشند، تعداد اعضای (عناصر) برد تابع  $y = \frac{g}{f}(x)$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۷۷۱. اگر  $f$  یک سهمی و  $g$  یک خط باشد، اختلاف ریشه‌های معادله  $f(x) = 2g^2(x) - 1$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳



۱۷۷۲. با توجه به جدول مقابل، اختلاف خط فقر به کمک میانه و میانگین کدام است؟

- (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۳ (۳) ۰/۲ (۴) صفر

تعداد اعضای خانوار	درآمد خانواده (میلیون تومان)
۱	۴
۲	۶
۳	۱۲
۴	۸

۱۷۷۳. اگر  $(16^{x+1}, z, 4^{x-1}, y, 2^x)$  جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار  $xyz$  کدام است؟

- (۱)  $2^{23}$  (۲)  $2^{-23}$  (۳)  $4^{80}$  (۴)  $-4^{80}$

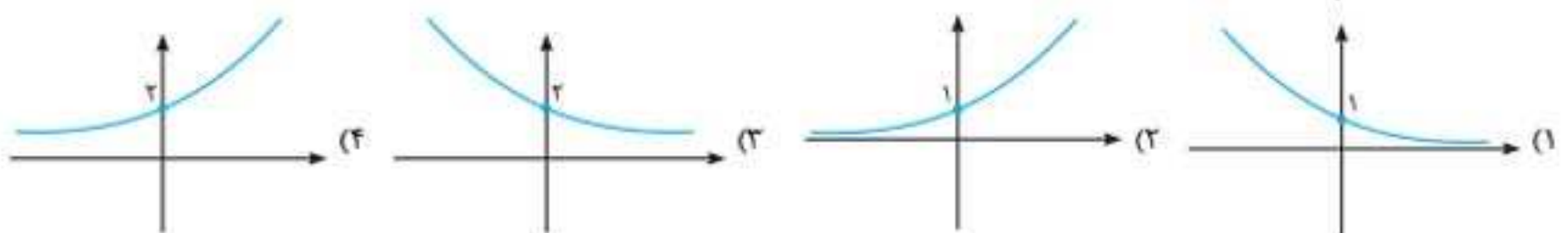
۱۷۷۴. در یک دنباله حسابی با جمله اول ۲، مجموع ۲۰ جمله اول از ۱۰ برابر جمله هشتم، ۲ واحد کمتر است. جمله صد و بیست و یکم دنباله کدام است؟

- (۱) -۲۱ (۲) -۲۲ (۳) -۲۳ (۴) -۲۴

۱۷۷۵. اگر رابطه  $5^A \times 7^B = \frac{5^{\frac{1}{2}} \times 25^{\frac{3}{2}} \times 125^{\frac{1}{2}} \times 625^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{5} \times 7^{\frac{2}{3}} \times \sqrt[6]{49}}$  برقرار باشد، مقدار  $A \times B$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۵ (۴) ۴

۱۷۷۶. نمودار تابع  $y = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^x}{3-2x}$  کدام است؟



۱۳۴۷. ۳

برای به دست آوردن نسبت مشترک در دنباله هندسی، کفایت هر جمله رو به جمله قبلی خودش تقسیم کنیم، مثلاً  $r = \frac{a_2}{a_1}$  پس داریم:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

۱۳۴۸. ۱

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{1} = (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 6 - 2 = 4$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{2})a_1 = (\sqrt{6} - \sqrt{2})ar^1$$

$$= (\sqrt{6} - \sqrt{2}) \times \frac{1}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \times 4^1 = 4$$

**تذکر:** خیلی وقتا برای راحتی، به جای  $a_1$  از  $a$  استفاده می کنیم.

۱۳۴۹. ۳

در دنباله هندسی، حاصل تقسیم هر جمله به جمله قبلی، برابر نسبت مشترک: بنابراین داریم:

$$r = \frac{-6}{4} = \frac{9}{-6} = \frac{-3}{2}$$

حالا جمله پنجم دنباله رو باز می کنیم:

$$a_5 = ar^4 \rightarrow a_5 = 4 \times \left(\frac{-3}{2}\right)^4 = 4 \times \frac{81}{16} = \frac{81}{4}$$

۱۳۵۰. ۲

**روش اول:** جملات هفتم و دوازدهم دنباله رو باز کرده و بر هم تقسیم می کنیم تا مقدار  $r$  به دست بیاد:

$$\begin{cases} a_7 = ar^6 = 2 \\ a_{12} = ar^{11} = 486 \end{cases}$$

$$\frac{a_{12}}{a_7} = \frac{486}{2} \Rightarrow \frac{ar^{11}}{ar^6} = 243 \Rightarrow r^5 = 243 \Rightarrow r = 3$$

$$ar^6 = 2 \rightarrow a(3)^6 = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{(3)^6}$$

حالا جمله دهم رو به دست میاریم:

$$a_{10} = ar^9 = \frac{2}{(3)^6} \times (3)^9 = 2 \times (3)^3 = 2 \times 27 = 54$$

**روش دوم:**

**نکته تستی:** هرگاه دو جمله  $a_m$  و  $a_n$  از یک دنباله هندسی رو داشته باشیم، نسبت مشترک ( $r$ ) از رابطه زیر به دست میاد:

$$r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n} \quad (m \neq n)$$

می دونیم که  $a_7 = 2$  و  $a_{12} = 486$  است، پس مقدار  $r$  رو به دست میاریم:

$$r^{12-7} = \frac{a_{12}}{a_7} = \frac{486}{2} = 243 = (3)^5 \Rightarrow r^5 = 243 \Rightarrow r = 3$$

ادامه راه حل مانند روش اول هست.

۱۳۵۱. ۳

**روش اول:** طبق فرمول  $r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n}$  خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_4 = 64 \end{cases} \Rightarrow r^{4-1} = \frac{a_4}{a_1} \Rightarrow r^3 = \frac{64}{1} = 64 = 4^3 \Rightarrow r = 4$$

اکنون با داشتن جمله اول ( $a_1 = 1$ ) و نسبت مشترک ( $r = 4$ )، جمله سوم رو به دست میاریم:

$$a_3 = a_1 r^2 = 1 \times (4)^2 = 16$$

$$\Rightarrow 17a_1 + 136d = 3a_1 + 3d \Rightarrow 14a_1 + 133d = 0 \Rightarrow 7(2a_1 + 19d) = 0$$

بنابراین این مورد هم درسته.

۱۳۴۳. ۳

تعداد جملات هر دسته با شماره اون دسته برابر. پس الگوی زیر رو می نویسیم:

شماره دسته (n)	مجموع جمله اول و آخر	الگو
دسته اول	۱	
دسته دوم	(۳, ۵) $\Rightarrow 3+5=8$	$2(2)^2$
دسته سوم	(۷, ۹, ۱۱) $\Rightarrow 7+11=18$	$2(3)^2$
دسته چهارم	(۱۳, ۱۵, ۱۷, ۱۹) $\Rightarrow 13+19=32$	$2(4)^2$
دسته پنجم	(۲۱, ۲۳, ۲۵, ۲۷, ۲۹) $\Rightarrow 21+29=50$	$2(5)^2$
⋮	⋮	⋮
دسته nام		$2(n)^2$

پس در دسته سی ام مجموع دو جمله اول و آخر برابر هست با:

$$2n^2 = 2 \times (30)^2 = 2 \times 900 = 1800$$

## فصل هفتم: الگوهای غیر خطی

۱۳۴۴. ۳

طبق تعریف، دنباله هندسی دنباله ای هست که نسبت جملات متوالی اون، مقدار ثابت  $r$  باشه و اون رو نسبت مشترک می نامیم.

۱۳۴۵. ۴

گزینه ای درسته که نسبت هر جمله به جمله قبلی اون، برابر یک مقدار ثابت به نام نسبت مشترک ( $r$ ) باشه.

**بررسی گزینه ها:**

۱  $\frac{1}{2} \neq \frac{3}{1}$

دنباله هندسی نیست.

۲  $\frac{6}{4} = \frac{9}{6} \neq \frac{12}{9}$

دنباله هندسی نیست.

۳  $\frac{6}{4} = \frac{9}{6} \neq \frac{13}{9}$

دنباله هندسی نیست.

۴ دنباله هندسی است.

پس از ساده شدن  $\frac{12}{8} = \frac{18}{12} = \frac{27}{18} = \frac{3}{2}$

۱۳۴۶. ۳

می دونیم در دنباله هندسی با تقسیم هر جمله بر جمله قبلی اش باید مقداری ثابت به دست بیاد یا همیشه گفت هر جمله در یک عدد ثابت ضرب میشه و جمله بعدی به دست میاد.

**بررسی گزینه ها:**

۱ تبدیل به  $\sqrt{5}$  شده،  $\sqrt{5}$  تبدیل به  $5$  شده،  $5$  تبدیل به  $5\sqrt{5}$  شده و در نهایت

$5\sqrt{5}$  تبدیل به  $25$  یعنی تمام جملات در  $\sqrt{5}$  ضرب شده اند پس این دنباله، هندسیه.

۲ کاملاً معلومه که هر جمله، داره در عدد ثابت  $-2$  ضرب میشه، پس این دنباله، یک دنباله هندسیه.

۳ این دنباله، هندسی نیست.

هر جمله  $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{2} \neq \frac{4}{3} \neq \frac{5}{4}$  جمله قبلیش

۴ هر جمله در  $\sqrt{2}$  ضرب شده، پس این دنباله هم هندسیه.

**روش دوم:** با داشتن جمله اول ( $a_1 = 1$ ) و جمله چهارم ( $a_4 = 64$ ) میشه با باز کردن جمله چهارم، مقدار نسبت مشترک رو محاسبه کرد:

$$a_4 = 64 \Rightarrow a_1 r^3 = 64 \Rightarrow 1 \times r^3 = 64 = 4^3 \Rightarrow r = 4$$

$$\Rightarrow a_3 = a_1 r^2 = 1 \times (4)^2 = 16$$

۴.۱۳۵۲

ابتدا جمله پنجم رو باز می‌کنیم تا  $a$  به دست بیاد بعدش میریم سراغ  $a_2$ :

$$a_5 = \frac{1}{27} \Rightarrow ar^4 = \frac{1}{27} \xrightarrow{r = -\frac{1}{3}} a \left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{27}$$

$$\Rightarrow a \left(\frac{1}{81}\right) = \frac{1}{27} \Rightarrow a = \frac{\frac{1}{27}}{\frac{1}{81}} = \frac{81}{27} = 3$$

حالا با داشتن جمله اول ( $a$ ) و نسبت مشترک ( $r$ )، جمله دوم رو به دست میاریم:

$$a_2 = ar = 3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

۴.۱۳۵۳

جمله توصیفی داده شده رو به یک عبارت ریاضی تبدیل می‌کنیم:

$$a_1 = 8a_4 \Rightarrow a_1 = 8(a_1 r^3) \Rightarrow a_1 = 8a_1 r^3$$

$$\Rightarrow r^3 = \frac{a_1}{8a_1} = \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

حالا نسبت  $\frac{a_{12}}{a_1}$  رو محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{a_{12}}{a_1} = \frac{a_1 r^{11}}{a_1 r^0} = r^{11} = \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = \frac{1}{2^{11}}$$

**خواستون باشه:** در سؤالاتی که نسبت یک جمله به جمله دیگه خواسته میشه، نیازی به پیدا کردن مقدار  $a_1$  نیست؛ زیرا در اثر تقسیم،  $a_1$  از صورت و مخرج ساده میشه.

۱.۱۳۵۴

می‌دونیم نسبت مشترک از رابطه  $r = \frac{a_2}{a_1}$  به دست میاد.

نسبت مشترک دنباله اولیه به صورت زیر است:

$$r = \frac{3}{1} = 3$$

دنباله جدید با نصف کردن جمله‌های دنباله قبلی به دست میاد؛ پس داریم:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{9}{2}, \frac{27}{2}, \dots$$

اکنون نسبت مشترک دنباله جدید رو به دست میاریم:

$$r = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} = 3$$

پس نسبت مشترک، هیچ تغییری نمی‌کنه.

۱.۱۳۵۵

$$a_3 = \frac{a_5 - a_4}{r} \Rightarrow ar^2 = \frac{ar^4 - ar^3}{r} \Rightarrow 2ar^2 = ar^2(r^2 - r)$$

$$\Rightarrow r^2 - r = 2 \Rightarrow r^2 - r - 2 = 0 \Rightarrow (r-2)(r+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = 2 & \checkmark \\ r = -1 & \times \end{cases}$$

$$\frac{a_{100}}{a_{17}} = \frac{ar^{100}}{ar^{17}} = r^3 = 2^3 = 8$$

۱.۱۳۵۶

از شکل داده شده در متن سؤال نباید وحشت کرد؛ حل این سؤال خیلی راحت و کوتاهه:

$$\xrightarrow{\text{دنباله تعداد افراد}} \xrightarrow{\text{نسب‌های قبلی}} 2, 4, 8, \dots \xrightarrow{\text{یک دنباله هندسی است}} r = \frac{4}{2} = 2$$

$$a_{10} = ar^9 = 2 \times 2^9 = 2^{10} = 1024$$

۳.۱۳۵۷

در درسته یک روش تستی خیلی باحال برای پیدا کردن  $r$  به کمک  $a_n$  گفتیم. به عدد  $4^{15+1}$  توجه کنید. اول باید عدد ۴ رو به توان ضرب  $n$  برسونیم. الان ضرب  $n$  برابر ۱ است؛ پس فعلاً به عدد  $4^1$  رسیدیم که همون ۴ میشه ولی چون  $n$  در مخرج کسر هست جواب رو معکوس می‌کنیم یعنی:  $r = \frac{1}{4}$

۴.۱۳۵۸

از رابطه بازگشتی داده شده می‌فهمیم که  $r = \frac{-2}{3}$  و  $a_1 = -1$  پس:

$$a_n = a_1 r^{n-1} = (-1) \left(\frac{-2}{3}\right)^{n-1} = -\left(\frac{-2}{3}\right)^{n-1}$$

۴.۱۳۵۹

جمله اول و نسبت مشترک دنباله هندسی رو به دست میاریم:

$$a_n = 2 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \left(\frac{1}{3}\right)^{1-1} = 2(1) = 2 \\ r = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

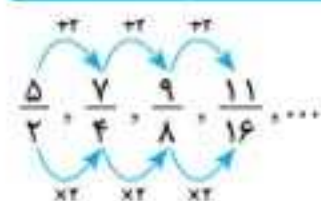
می‌دونیم جمله اول دنباله حسابی و هندسی و اختلاف مشترک ( $d$ ) و نسبت مشترک ( $r$ ) این دو دنباله با هم برابر هستند؛ پس در دنباله حسابی،

$$a_1 = 2 \text{ و } d = \frac{1}{3} \text{ است.}$$

حالا جمله دهم دنباله حسابی رو باز می‌کنیم:

$$a_{10} = a_1 + 9d \Rightarrow a_{10} = 2 + 9\left(\frac{1}{3}\right) = 2 + 3 = 5$$

۲.۱۳۶۰



با دقت در جمله‌های دنباله متوجه می‌شیم که اعداد صورت، یک دنباله حسابی و اعداد مخرج یک دنباله هندسی رو تشکیل میدن؛ پس برای پیدا کردن جمله دهم دنباله بالا، باید جمله دهم دنباله حسابی رو به جمله دهم دنباله هندسی تقسیم کنیم:

$$a_{10} = a_1 + 9d = 5 + 9(2) = 23$$

$$a_{10} = a_1 r^9 = 2 \times 2^9 = 2^{10} = 1024$$

$$\Rightarrow \text{جمله دهم دنباله} = \frac{23}{1024}$$

۴.۱۳۶۱

توجه کنید که گاهی به جای حرف  $a$  از حرف  $t$  استفاده میشه. از رابطه بازگشتی داده شده نتیجه می‌گیریم که  $r = -4$  است.

$$r^{n-1} = \frac{\text{جمله آخر}}{\text{جمله اول}} \Rightarrow (-4)^{n-1} = \frac{-128}{2}$$

$$(-4)^{n-1} = -64 \Rightarrow (-4)^{n-1} = (-4)^3$$

$$\Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$$

**راهبرد:** اگر یک رابطه بازگشتی به شکل  $\begin{cases} a_{n+1} = k \times a_n \\ a_1 = (\text{یک عدد}) \end{cases}$

باشد، این دنباله حتماً هندسی بوده و  $r = k$  می‌باشد مثلاً دنباله هندسی است و  $r = -2$   $\begin{cases} a_{n+1} = -2a_n \\ a_1 = 7 \end{cases}$

۱۳۶۲

$$\xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} \begin{cases} a_1 r^2 (1+r^2) = 64 \\ a_1 (1+r^2) = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم روابط برهم}}$$

$$\frac{a_1 r^2 (1+r^2)}{a_1 (1+r^2)} = \frac{64}{8} \Rightarrow r^2 = 8 \Rightarrow r^2 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

$$(2) \text{ معادله: } a_1 + a_1 r^2 = 8 \xrightarrow{r=2} a_1 + 4a_1 = 8 \Rightarrow 5a_1 = 8 \Rightarrow a_1 = \frac{8}{5}$$

۱۳۶۵

اطلاعات داده شده رو به زبان ریاضی تبدیل می کنیم، سپس جملات رو با هم می کنیم:

$$\begin{cases} a_3 + a_4 = 36 \\ a_1 + a_2 = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{جملات رو با هم می کنیم}} \begin{cases} a_1 r^2 + a_1 r^3 = 36 \quad (1) \\ a_1 + a_1 r = 4 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} \begin{cases} a_1 r^2 (1+r) = 36 \\ a_1 (1+r) = 4 \end{cases}$$

می دونیم در مبحث دنباله هندسی همیشه وقتی دو تا معادله داریم، باید اون ها رو برهم تقسیم کنیم:

$$\frac{a_1 r^2 (1+r)}{a_1 (1+r)} = \frac{36}{4} \Rightarrow r^2 = 9 \xrightarrow{\text{جذر}} r = \pm 3$$

ولی فقط  $r = 2$  قابل قبوله، چون در متن سؤال گفته شده مجموع دو جمله آخر و مجموع دو جمله اول ۴ است: پس جملات در حال زیاد شدن هستن. حالا این  $r = 2$  رو در معادله (۲) قرار میدیم تا  $a_1$  هم به دست بیاد:

$$(2) \text{ معادله: } a_1 + a_1 r = 4 \xrightarrow{r=2} a_1 + 2a_1 = 4 \Rightarrow 3a_1 = 4 \Rightarrow a_1 = \frac{4}{3}$$

بزرگترین جمله این دنباله، جمله چهارمه: بنابراین داریم:

$$a_4 = a_1 r^3 = 1 \times 2^3 = 8$$

۱۳۶۶

این جملات رو  $a_1, a_2, a_3, a_4$  فرض می کنیم (درسته که در متن سؤال صحبتی از شماره جملات نیست ولی برای راحتی کار، خودمون این چهار جمله رو  $a_1$  تا  $a_4$  فرض کردیم که بتونیم بازشون کنیم)، از طرفی دنباله صعودیه: پس  $a_1$  کوچکترین عدد و  $a_4$  بزرگترین عدد است:

$$\begin{cases} a_3 + a_4 = 45 \\ a_1 + a_2 = 20 \end{cases} \xrightarrow{\text{جملات رو با هم می کنیم}} \begin{cases} a_1 r^2 + a_1 r^3 = 45 \quad (1) \\ a_1 + a_1 r = 20 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} \begin{cases} a_1 r^2 (1+r) = 45 \\ a_1 (1+r) = 20 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم روابط برهم}} \frac{a_1 r^2 (1+r)}{a_1 (1+r)} = \frac{45}{20}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{جذر}} r = \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = \pm \frac{3}{2}$$

ولی همون طور که گفتیم، دنباله صعودیه، پس  $r = \frac{3}{2}$  قابل قبوله. حالا  $a_1$  رو هم به دست میاریم:

$$(2) \text{ معادله: } a_1 + a_1 r = 20 \xrightarrow{r=\frac{3}{2}} a_1 + \frac{3}{2}a_1 = 20 \xrightarrow{\times 2} 2a_1 + 3a_1 = 40$$

$$\Rightarrow 5a_1 = 40 \Rightarrow a_1 = \frac{40}{5} = 8$$

بزرگترین جمله از بین این چهار عدد، جمله چهارمه: بنابراین داریم:

$$a_4 = a_1 r^3 = 8 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 8 \times \frac{27}{8} = 27$$

$$x, 10, y, z, 1250, t, \dots \xrightarrow{\text{دنباله هندسی است}} \begin{cases} a_5 = 1250 \\ a_2 = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ar^4 = 1250 \\ ar = 10 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم روابط برهم}} \frac{ar^4}{ar} = \frac{1250}{10} \Rightarrow r^3 = 125$$

$$\Rightarrow r^3 = 5^3 \Rightarrow r = 5$$

$$\begin{matrix} \times 5 & \times 5 & \times 5 & \times 5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2, & 10, & 50, & 250, & 1250, & 6250 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x & y & z & t \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 2x - 2y + z + t = 2(2) - 2(50) + 250 + 6250 = 4 - 100 + 250 + 6250 = 6404$$

**توجه:** در دنباله هندسی، چیزی به نام حل دستگاه نداریم (اون برای دنباله حسابی بود): بلکه باید جملات داده شده رو با هم تقسیم کنیم بعدش دو طرف رابطه ها رو به هم تقسیم می کنیم تا  $r$  به دست بیاد. بعد از پیدا کردن  $r$  با جای گذاری اون در یکی از معادلات، مقدار  $a_1$  هم پیدا میشه. (البته اگه لازم بود که  $a_1$  را پیدا کنیم).

مثلاً فرض کنید در یک دنباله هندسی  $a_8 = 256$  و  $a_4 = 8$  حالا می خواهیم  $r$  و  $a$  رو به دست بیاریم:

**روش اول:** (باز کردن جملات):

$$a_8 = 256 \Rightarrow ar^7 = 256$$

$$a_4 = 8 \Rightarrow ar^3 = 8 \xrightarrow{\text{تقسیم روابط}} \frac{ar^7}{ar^3} = \frac{256}{8}$$

$$\Rightarrow r^4 = 32 \Rightarrow r^4 = 2^5 \Rightarrow r = 2$$

$$ar^3 = 8 \xrightarrow{(r=2)} a(8) = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{8} = 1$$

**روش دوم:** (استفاده از فرمول):

اگه  $a_m$  و  $a_n$  دو جمله دلخواه از دنباله هندسی باشن، می تونیم  $r$  رو به شکل زیر پیدا کنیم:

$$r^{m-n} = \frac{a_m}{a_n} \xrightarrow{\text{حل مثال بالا به این روش}} r^{8-4} = \frac{256}{8}$$

$$\Rightarrow r^4 = 32 \Rightarrow r^4 = 2^5 \Rightarrow r = 2$$

بقیه حل مانند روش اول است.

۱۳۶۳

$$\begin{cases} a_4 + a_5 = 36 \\ a_1 + a_2 = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{جملات رو با هم می کنیم}} \begin{cases} a_1 r^3 + a_1 r^4 = 36 \quad (1) \\ a_1 + a_1 r = 9 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} \begin{cases} a_1 r^3 (1+r) = 36 \\ a_1 (1+r) = 9 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم روابط برهم}} \frac{a_1 r^3 (1+r)}{a_1 (1+r)} = \frac{36}{9}$$

$$\Rightarrow r^3 = 4 \Rightarrow r^3 = 2^2 \Rightarrow r = 2$$

$$(2) \text{ معادله: } a_1 + a_1 r = 9 \xrightarrow{r=2} a_1 + 2a_1 = 9 \Rightarrow 3a_1 = 9 \Rightarrow 6a_1 = 9$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \Rightarrow a_4 = a_1 r^3 = \frac{3}{2} (2)^3 = \frac{3}{2} \times 8 = 12$$

۱۳۶۴

$$\begin{cases} a_4 + a_6 = 64 \\ a_1 + a_3 = 8 \end{cases} \xrightarrow{\text{جملات رو با هم می کنیم}} \begin{cases} a_1 r^3 + a_1 r^5 = 64 \quad (1) \\ a_1 + a_1 r^2 = 8 \quad (2) \end{cases}$$

پاسخنامه

### آزمون جامع ۳

۱۷۳۷

با توجه به تعریف  $f$  و  $g$  داریم:  $f-g = \{(1, a-1-9)(2, -4)(6, c-a+7)\}$   
و با مقایسه با  $f-g = \{(1, -7)(2b+1, -4)(6, 10)\}$  داریم:

$$a-1-9 = -7 \Rightarrow a = 3$$

$$2b+1 = 2 \Rightarrow 2b = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$c-a+7 = 10 \Rightarrow c-3+7 = 10 \Rightarrow c = 10-7+3 \Rightarrow c = 6$$

$$a \times b \times c = 18$$

۱۷۳۸

با توجه به جملات  $x, y, x+\delta, z, m, n, \lambda x$  انگار بین  $x$  و  $\lambda x$  ،  $\delta$  واسطه هندسی درج کردیم: پس داریم:

$$r^{m+1} = \frac{b}{a} \xrightarrow{a=x, b=\lambda x} r^6 = \frac{\lambda x}{x} \Rightarrow r^6 = \lambda$$

$$\Rightarrow r = \pm \sqrt[6]{\lambda} \Rightarrow r = \pm \sqrt[6]{2^3} \xrightarrow{\text{به عدد ۲ ساده می‌کنیم}} r = \pm \sqrt{2}$$

از طرفی جمله سوم  $x+\delta$  و جمله اول  $x$  است: پس:

$$ar^2 = x + \delta \xrightarrow{x=a} ar^2 = a + \delta \Rightarrow ar^2 - a = \delta$$

$$\xrightarrow{r = \pm \sqrt{2}} a(\pm \sqrt{2})^2 - a = \delta \Rightarrow 2a - a = \delta \Rightarrow a = \delta$$

$$r = \sqrt{2} \Rightarrow \delta, \frac{\delta\sqrt{2}}{y}, 10, \frac{10\sqrt{2}}{z}, 20, \frac{20\sqrt{2}}{n}, 40$$

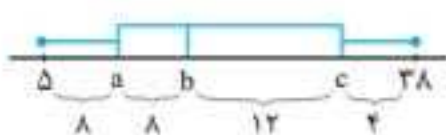
$$r = -\sqrt{2} \Rightarrow \delta, \frac{-\delta\sqrt{2}}{y}, 10, \frac{-10\sqrt{2}}{z}, 20, \frac{-20\sqrt{2}}{n}, 40$$

$$|y| + |z| + |n| = \delta\sqrt{2} + 10\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = 35\sqrt{2}$$

۱۷۳۹

می‌دونیم دامنه تغییرات برابر  $R = 38 - \delta = 22$  است: پس:

$$2x + 2x + 2x + x = 22 \Rightarrow 7x = 22 \Rightarrow x = 4$$



حال  $x = 4$  رو جای گذاری می‌کنیم:

$$a = \delta + 4 = 12 \Rightarrow Q_1 = 12$$

$$b = \delta + 4 + 4 = 21 \Rightarrow Q_2 = 21$$

$$c = 21 + 12 = 33 \Rightarrow Q_3 = 33$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 33 - 12 = 21$$

$$\frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{IQR} = \frac{12 + 21 + 33}{21} = \frac{66}{21} = 2 \frac{2}{3}$$

۱۷۴۰

از درست بودن ترکیب عطفی نتیجه می‌گیریم که هر دو گزاره  $p \Rightarrow q$  و  $q \Rightarrow r$  درست است. آنگاه  $q$  درست باشد برای اینکه  $r \Rightarrow q$  درست باشد باید  $r$  نیز درست باشد و با این شرط سه گزینه ۲، ۳، و ۴، حتماً درست هستن. آنگاه  $q$  نادرست باشد برای اینکه  $p \Rightarrow q$  درست باشد باید  $p$  نادرست باشد که با این شرط گزاره گزاره ۴، حتماً درسته. با این دو فرض فقط گزاره ۴، حتماً درسته.

۱۷۴۱

می‌دونیم فرمول خط فقر به روش نصف میانگین به صورت زیر است، در این صورت داریم:

$$\text{خط فقر} = \frac{\bar{x}}{2} \Rightarrow 3 = \frac{\bar{x}}{2} \Rightarrow \bar{x} = 6$$

پس میانگین داده‌ها برابر ۶ است: پس:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{2+a+7+2/5+\delta+\delta+2/5+4+6+9}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{40+a}{9} = 6 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 40+a = 54 \Rightarrow a = 14$$

۱۷۳۲

دنباله  $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots$  هندسی بوده و نسبت مشترک اون برابر  $r = 2$  است.

ابتدا  $a$  رو به دست میاریم:  $a_p = ar^{\delta} = \frac{1}{8} \times 2^{\delta} = \frac{1}{8} \times 2^3 = \frac{1}{2}$

$$S_n = \frac{a-a_n \times r}{1-r} \Rightarrow S_p = \frac{\frac{1}{8} - \frac{1}{2} \times 2}{1-2} = \frac{\frac{1-4}{8}}{-1} = \frac{3}{8}$$

۱۷۳۳

$$h = \frac{f}{g} = \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 1}$$

برای یافتن دامنه، ریشه‌های منخرج رو پیدا می‌کنیم:

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow D_h = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

حالا که دامنه رو پیدا کردیم می‌تونیم کسر اولیه رو تا حد امکان ساده کنیم:

$$h = \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 1} = \frac{(x-6)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-6}{x-1}$$

۱۷۳۴

در فرمول  $S_n$  آنگاه ضریب  $n^2$  رو ۲ برابر کنیم  $d$  به دست میاد: پس:  $d = 2 \times 10 = 20$ .

حالا برای پیدا کردن  $a_n$  باید  $a_{n-1}$  رو از  $a_n$  کم کنیم ولی اول باید  $a_1$  رو به دست بیاریم:

$$S_n = 10n^2 - 4n \xrightarrow{n=1} S_1 = a_1 = 10(1)^2 - 4(1) = 6$$

$$a_n = a + (n-1)d = 6 + (n-1) \times 20 = 6 + 20n - 20 = 20n - 14$$

$$\Rightarrow a_n + 2d = 20n - 14 + 2(20) = 20n - 14 + 40 = 20n + 26$$

۱۷۳۵

$$B \text{ مساحت} = \pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$$

$$A \text{ مساحت} = \pi r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi$$

	مساحت دایره	مقدار متغیر سوم
B	$25\pi$	x
A	$9\pi$	y
مجموع A و B	$34\pi$	40

$$\Rightarrow x = \frac{25\pi \times 40}{34\pi} = \frac{500}{17} \Rightarrow y = \frac{9\pi \times 40}{34\pi} = \frac{180}{17}$$

$$\Rightarrow x - y = \frac{500}{17} - \frac{180}{17} = \frac{320}{17}$$

۱۷۳۶

همه رادیکال هارو ازین می‌بریم، یعنی اون هارو به شکل به عدد باتوان گویامی‌نویسیم:

$$\text{کسر} = \frac{40^{1/2} \times 18^{1/2} \times 50^{1/2}}{310 \times 20^{1/8}} = \frac{(2^2)^{1/2} \times (3^2 \times 2)^{1/2} \times 5^{1/2}}{310 \times 2^{10}} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 2 \times 5^{1/2}}{310 \times 2^{10}}$$

$$= \frac{2^3 \times 3^2 \times 5^{1/2}}{310 \times 2^{10}} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 5^{1/2}}{2^3 \times 5 \times 31 \times 2^7} = \frac{3^2 \times 5^{1/2}}{31 \times 2^7}$$

$$= \frac{3^2 \times 5^{1/2}}{310 \times 2^{10}} = 2 \left( \frac{3^2}{310} \right) \times 5^{1/2} \times 2^{-10} = \frac{1}{310} \times 3^2 \times 5^{1/2} \times 2^{-10}$$

$$= \frac{1}{610} \times 5^{1/2} = \frac{1}{610} \times (5^2)^{1/2} = \frac{1}{610} \times 25 = \frac{1}{15.2} = 15.2^{-1}$$

۱. ۱۷۴۶

کلاً  $12 = 3 + 4 + 5$  توپ داریم و چون می‌خواهیم ۳ توپ انتخاب کنیم: پس:

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12}{3} \times \frac{11}{2} \times \frac{10}{1} = 220$$

برای اینکه حداقل یک توپ آبی انتخاب کنیم، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

سه توپ آبی + دو توپ غیرآبی + یک توپ غیرآبی و دو توپ آبی + یک توپ آبی

$$\binom{4}{1} \binom{8}{2} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{4}{3} =$$

$$n(A) = 4 \times 28 + 6 \times 8 + 4 = 112 + 48 + 4 = 164$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{164}{220} = \frac{41}{55}$$

۳. ۱۷۴۷

می‌دونیم از اعداد ۱ تا ۹، عدد مضرب ۳ و ۲ عدد مضرب ۴ داریم:  $\{2, 6, 9\}$   $\{4, 8\}$

از طرفی در نوشتن رمز تکرار مجاز است: پس ما ۶ جایگاه داریم:

A B C D E F

سه تا از این جایگاه‌ها باید ارقام مضرب ۳ باشند، پس  $\binom{6}{3}$  انتخاب داریم و یکی از این جایگاه‌ها باید ارقام مضرب ۴ باشد.

$$\binom{6}{3} \times 3 \times 3 \times 3 \times \binom{2}{1} \times 2 \times 4 \times 4$$

قرار دادن مابقی ارقام قرار دادن انتخاب یک رقم مقرب قرار دادن انتخاب ۲ جایگاه از ۶ جایگاه ارقام مقرب ۳ ارقام مقرب ۴ یا ۸ یا ۴ ارقام مقرب ۴

$$20 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 4 \times 4 = 51840$$

۳. ۱۷۴۸

باید ضابطه دو تابع رو مساوی هم قرار بدیم:

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} = 81^x \xrightarrow{\text{۸۱ رو تجزیه کرده و}} \left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} = 3^{-4x}$$

$$g(x) = 81^x \xrightarrow{\text{رو می‌نویسیم}} \left(\frac{1}{3}\right)^{x-5} = (3^4)^x \Rightarrow 3^{-x+5} = 3^{4x}$$

حالا پایه‌ها مساوی پس باید توان‌ها هم مساوی باشند:

$$-x+5 = 4x \Rightarrow -x-4x = -5 \Rightarrow -5x = -5 \Rightarrow x=1$$

برای محاسبه عرض نقطه برخورد کافیست در یکی از دو تابع، به جای  $x$  یک رو

$$g(x) = 81^x \xrightarrow{x=1} g(1) = 81$$

۳. ۱۷۴۹

همون طور که می‌بینیم پایه‌ها مساوی هستن: یکی از پایه‌ها رو می‌نویسیم و توان‌ها رو با هم جمع می‌کنیم:

$$2^2 \times 2^5 \times 2^8 \times \dots \times 2^{19} = 2^{2+5+8+\dots+19}$$

توان مجموع یک دنباله حسابی با جمله اول ۲ و قدر نسبت ۳ است:  $a=2, d=3$  ابتدا جمله عمومی رو می‌نویسیم:

$$a_n = a + (n-1)d = 2 + (n-1) \times 3 = 2 + 3n - 3 = 3n - 1$$

حالا مساوی جمله آخر قرار می‌دیم تا مقدار عبارت مشخص بشه:

$$3n - 1 = 19 \Rightarrow 3n = 20 \Rightarrow n = 7$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a+1) \Rightarrow S_7 = \frac{7}{2}(2+19) \Rightarrow S_7 = 15 \times 9 = 135$$

$$2^2 \times 2^5 \times \dots \times 2^{19} = 2^{135}$$

پس:

حال داده‌ها رو مرتب می‌کنیم:

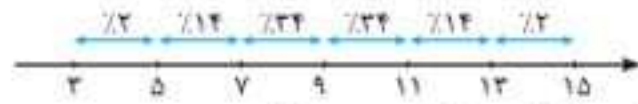
$$\frac{2}{5} \quad 3 \quad \frac{3}{5} \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 9 \quad 14$$

میانه

$$\text{خط فقر به روش نصف میانه} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۴. ۱۷۴۲

ابتدا یک محور رسم می‌کنیم و وسط میانگین قرار می‌دیم سپس به اندازه انحراف معیار یعنی عدد ۲ به چپ و راست می‌رویم:

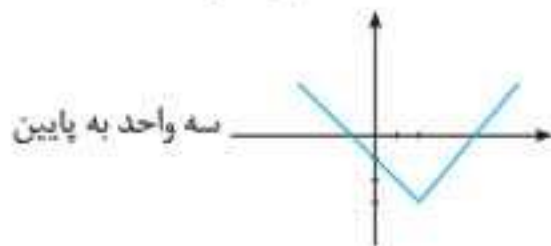
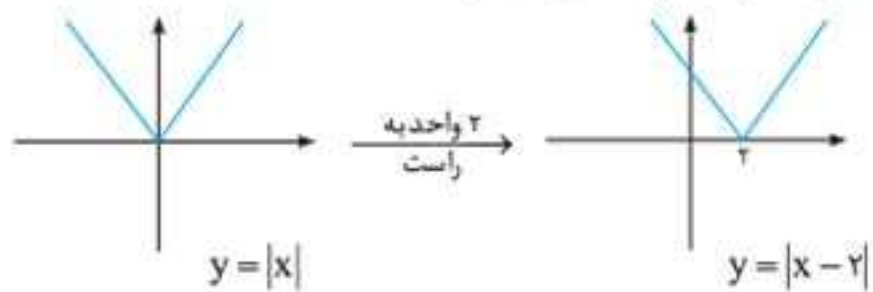


سپس درصدهای محدود مورد نظر رو با هم جمع می‌کنیم:

$$24 + 24 + 14 + 2 = 64$$

۴. ۱۷۴۳

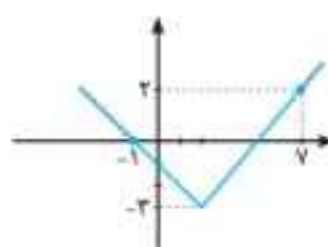
ابتدا تابع  $y = |x-2| - 3$  رو رسم می‌کنیم:



حالا  $-1$  و  $7$  رو به جای  $x$  جاگذاری می‌کنیم:

$$x = -1 \Rightarrow y = |-1-2| - 3 = 3 - 3 = 0 \quad \left| \begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$$x = 7 \Rightarrow y = |7-2| - 3 = 5 - 3 = 2 \quad \left| \begin{matrix} 7 \\ 2 \end{matrix} \right.$$



نقاط رو روی شکل پیدا می‌کنیم و با توجه به محدوده  $x$ ها شکل رو محدود می‌کنیم. با توجه به شکل، برد به صورت  $-3 \leq y \leq 2$  است.

۳. ۱۷۴۴

ابتدا رادیکال‌ها رو به صورت توان گویا می‌نویسیم:

$$x^2 \sqrt[3]{x} \sqrt{x} = x^2 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}}$$

حالا مخرج مشترک می‌گیریم:

$$= x^{\frac{12+2+3}{6}} = x^{\frac{17}{6}} \xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم}} = x^2$$

حالا به جای  $x$  عدد  $2^{\frac{1}{5}}$  رو قرار می‌دیم:

$$x^{\frac{17}{6}} = \left(2^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{17}{6}} = 2^{\frac{1}{5} \times \frac{17}{6}} = 2^{\frac{17}{30}} = 2^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

۴. ۱۷۴۵

می‌دونیم  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$  است بنابراین:  $(\sim q \wedge p) \vee (\sim p \vee q) \equiv T$  این دو نقیض هم هستند

$$\left[ (\sim q \wedge p) \vee \sim(p \vee q) \right] \wedge r \equiv T \wedge r \equiv r$$

بنابراین:

۲.۱۷۵۰

ابتدا باید معادله سهمی رو به دست بیاریم:

سهمی از سه نقطه  $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$  و  $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  و  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  عبور می‌کنه.

ابتدا نقطه  $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$  رو جاگذاری می‌کنیم:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} 9 = 0 + 0 + c \\ 0 = 9 + 0 + c \end{cases} \Rightarrow c = 3$$

پس معادله به فرم  $y = ax^2 + bx + 3$  هست.

حالا نقطه‌های  $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  و  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  رو جاگذاری می‌کنیم:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow 0 = a(-1)^2 + b(-1) + 3 \Rightarrow 0 = a - b + 3 \Rightarrow a - b = -3$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow 0 = a(3)^2 + b(3) + 3 \Rightarrow 0 = 9a + 3b + 3 \Rightarrow 9a + 3b = -3$$

$$x^2 \begin{cases} a - b = -3 \\ 9a + 3b = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - 3b = -9 \\ 9a + 3b = -3 \end{cases}$$

$$12a = -12 \Rightarrow a = -1$$

$$a - b = -3 \xrightarrow{a=-1} -1 - b = -3 \Rightarrow -b = -2 \Rightarrow b = 2$$

حالا معادله سهمی به دست اومد:

می‌دونیم طول پاره خط PH همون عرض رأس سهمیه:

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2(-1)} = -\frac{2}{-2} = 1 \xrightarrow{x_s=1}$$

$$y_s = -(1)^2 + 2(1) + 3 = -1 + 2 + 3 = 4$$

۲.۱۷۵۱

روز دوم بین روزهای اول و سوم قرار داره: پس ابتدا مقدار a رو پیدا می‌کنیم:

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 25 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 2 \\ 21 \end{pmatrix} \Rightarrow m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{21 - 25}{2 - 1} = \frac{-4}{1} = -4$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 25 = -4(x - 1) \Rightarrow y - 25 = -4x + 4$$

$$\Rightarrow y = -4x + 29 \quad x = 2 \Rightarrow y = -4(2) + 29 = -8 + 29 = 21 \Rightarrow a = 21$$

جدول رو کامل می‌کنیم:

روز	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۹
تعداد	۲۵	۲۸	۳۱	۲۲	۴۰	۴۲	۲۱	b

برای محاسبه b از برون‌یابی استفاده می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \text{میانگین روزهای ماه} &= \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = \frac{28}{7} = 4 \\ \text{میانگین تعداد افراد مراجعه‌کننده} &= \frac{25+28+31+22+40+42+21}{7} \\ &= \frac{210}{7} = 30 \end{aligned} \right\} C \begin{bmatrix} 4 \\ 30 \end{bmatrix}$$

چون روز نهم به روز هفتم نزدیکه، نقطه دوم رو  $D \begin{pmatrix} 7 \\ 21 \end{pmatrix}$  در نظر می‌گیریم:

$$m = \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D} = \frac{30 - 21}{4 - 7} = \frac{9}{-3} = -3$$

$$y - y_C = m(x - x_C) \Rightarrow y - 30 = -3(x - 4)$$

$$\Rightarrow y - 30 = -3x + 12 \Rightarrow y = -3x + 42$$

حالا به جای x عدد ۹ رو می‌ذاریم:

$$y = -3 \times 9 + 42 = -27 + 42 = 15$$

پس  $b = 15$ ، در نتیجه  $a + b = 29 + 15 = 44$

۲.۱۷۵۲

با توجه به تعریف تابع  $\text{Sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$  از معادله

$$[-x] - 2 = 0 \quad \text{Sgn}([-x] - 2) = 0 \quad \text{نتیجه می‌شه که:}$$

$$[-x] - 2 = 0 \Rightarrow [-x] = 2 \Rightarrow 2 \leq -x < 3$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین رو در منفی ضرب می‌کنیم}} -2 \geq x > -3$$

$$a = -3, b = -2 \Rightarrow a + b = (-3) + (-2) = -5$$

۲.۱۷۵۳

نمودار جوابی برای نمایش ۳ متغیر و بیشتر استفاده می‌شود.

۲.۱۷۵۴

این تابع کاهشی است پس باید پایه، عددی بین صفر و یک باشه: بنابراین:

$$0 < 2a - 2 < 1$$

$$2 < 2a < 3$$

$$\frac{2}{2} < a < \frac{3}{2}$$

به طرفین ۲ واحد اضافه می‌کنیم:

طرفین رو بر ۲ تقسیم می‌کنیم:

۲.۱۷۵۵

می‌دونیم این دو عدد زوج متوالی هستند پس می‌تونیم اون‌ها رو  $x$  و  $x+2$  در نظر بگیریم: بنابراین:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{5}{12} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{x+2+x}{x(x+2)} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{2x+2}{x^2+2x} = \frac{5}{12} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5x^2 + 10x = 24x + 24$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 10x - 24x - 24 = 0$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-14)^2 - 4(5)(-24) = 676$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{14 \pm \sqrt{676}}{10} = \frac{14 \pm 26}{10} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -\frac{12}{10} \end{cases}$$

پس دو عدد، ۴ و ۶ هستن در نتیجه  $x = 4$  ریشه معادله  $x^2 - ax = 8$  است.

$$x = 4 \Rightarrow 4^2 - 4a = 8 \Rightarrow 16 - 8 = 4a \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

حالا به جای a عدد ۲ رو می‌ذاریم:

$$x^2 - 2x = 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

پس ریشه دیگه -۲ است.

۲.۱۷۵۶

$$\text{نمره ریاضی حسین} = \frac{\text{نمره ریاضی}}{\text{Max نمره}} \times 100 = \frac{x}{18} \times 100 = 50$$

$$\Rightarrow 100x = 900 \Rightarrow x = 9$$

$$\text{نمره ادبیات حسین} = \frac{\text{نمره ادبیات}}{\text{Max نمره}} \times 100 = \frac{x}{20} \times 100 = 60$$

$$\Rightarrow 100x = 1200 \Rightarrow x = 12$$

$$\text{نمره عربی حسین} = \frac{\text{نمره عربی}}{\text{Max نمره}} \times 100 = \frac{x}{15} \times 100 = 80$$

$$\Rightarrow 100x = 1200 \Rightarrow x = 12$$

$$\text{نمره علوم و فنون حسین} = \frac{\text{نمره علوم و فنون}}{\text{Max نمره}} \times 100 = \frac{x}{14} \times 100 = 100$$

$$\Rightarrow 100x = 1400 \Rightarrow x = 14$$



۱.۱۷۶۰

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{\text{تعداد}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{2000}{100} = 20 \Rightarrow \sigma = 22 - 20 = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

$$\Rightarrow 4 = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 4 \times 100 = 400$$

۲.۱۷۶۱

$$-\frac{5}{2} < x < -2 \Rightarrow f(x) = \underbrace{|3-x|}_{\oplus} = 3-x$$

$$-\frac{5}{2} < x < -2 \xrightarrow{\times 2} -5 < 2x < -4$$

$$\Rightarrow [2x] = -5 \Rightarrow g(x) = 2(-5) = -10$$

$$-\frac{5}{2} < x < -2 \xrightarrow{\times (-1)} 2 < -x < \frac{5}{2} \Rightarrow h(x) = \text{Sign}(\frac{-x}{2}) = 1$$

همواره عددی مثبت است.

$$\Rightarrow y = (3-x)^2 - (-10)^2 - 1^2 = 9 - 6x + x^2 - 100 - 1$$

$$= x^2 - 6x - 92$$

۳.۱۷۶۲

طول سبیل راست + طول سبیل چپ = طول جعبه

$$\Rightarrow c - 6 = 6 - a + 48 - c \Rightarrow 2c + a = 60$$

$$R = 46 \Rightarrow 48 - a = 46 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2c + 2 = 60 \Rightarrow 2c = 58 \Rightarrow c = 29$$

$$Q_2 = b = \frac{6+c}{2} = \frac{6+29}{2} = 17.5$$

۳.۱۷۶۳

$$f(-1/5) = [-1/5 - 2] + |-1/5 - 2| - \text{Sign}(-1/5) = [-2.2] + |-2.2| - (-1) = -0.5 + 1 = 0.5$$

$$f(0) = [-2] + |-2| - \text{Sign}(0) = -2 + 2 - 0 = 0$$

$$f(2/5) = [2/5 - 2] + |2/5 - 2| - \text{Sign}(2/5) = -1.6 + 1.6 - 1 = -0.5 \Rightarrow$$

$$\text{میانگین اعضای بُرد} = \frac{0.5 + 0 - 0.5}{3} = 0$$

۲.۱۷۶۴

$$A \cap B = \emptyset \quad \text{از } A \subseteq B' \text{ نتیجه می‌گیریم که:}$$

$$B \cap C = \emptyset \quad \text{از } B \subseteq C' \text{ نتیجه می‌گیریم که:}$$

$$\begin{cases} A \cap C = \emptyset \\ A - C = A \\ C - A = C \end{cases} \quad \text{از سازگار نبودن } A \text{ و } C \text{ نتیجه می‌گیریم که:}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱ رابطه گزینه ۱، درست است.  $(A \cap C) \cap B = \emptyset \cap B = \emptyset$

۲ رابطه متن گزینه ۲، نادرست است.  $(A \cup B)' \cap C = C$

۳ رابطه داده‌شده درست است.  $C \subseteq (A - B)' \Rightarrow C \subseteq A'$

۴ رابطه داده‌شده درست است.  $B \subseteq (C - A)' \Rightarrow B \subseteq C'$

۳.۱۷۶۵

گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$  در واقع همون استدلال استثنایی رو نشون میده که می‌دونیم ارزشش همیشه درسته ولی چون یک علامت نقیض پشت اون اومده، ارزشش نادرست همیشه.

$$\text{درس جغرافی} = \frac{\text{نمره جغرافی حسین}}{\text{Max نمره}} \times 100 = \frac{x}{20} \times 100 = 50$$

$$\Rightarrow 100x = 5000 \Rightarrow x = 50$$

$$\text{درس فلسفه} = \frac{\text{نمره فلسفه حسین}}{\text{Max نمره}} \times 100 = \frac{x}{15} \times 100 = 60$$

$$\Rightarrow 100x = 900 \Rightarrow x = 9$$

$$\text{میانگین} = \frac{9+12+12+14+10+9}{6} = \frac{66}{6} = 11$$

$$\sigma^2 = \frac{(9-11)^2 + (12-11)^2 + (12-11)^2 + (14-11)^2 + (10-11)^2 + (9-11)^2}{6}$$

$$= \frac{4+1+1+9+1+4}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} = 3.33$$

$$\sigma = \sqrt{3.33} \approx 1.82$$

### آزمون به سبک ۱۴۰۰

۱.۱۷۵۷

اگر تعداد کالاها رو  $x$  فرض کنیم، ابتدا باید تابع هزینه و درآمد رو تشکیل بدیم:

$$C = 200 + 41x$$

$$C = 200 + 41x$$

$$\text{تابع درآمد } R = x \cdot p = x(kx - 1) = kx^2 - x$$

$$\text{تابع سود } P = R - C = kx^2 - x - 200 - 41x = kx^2 - 42x - 200$$

$$x_S = \frac{-b}{2a} \quad \text{طبق فرض سوال } x_S = 10 \Rightarrow 10 = \frac{-(-42)}{2(k)}$$

$$\Rightarrow 20k = 42 \Rightarrow k = \frac{42}{20} = \frac{21}{10} = 2.1$$

۲.۱۷۵۸

$$\frac{2x^2 - m}{x - 1} = -x + 4 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2x^2 - m = -x^2 + 4x - 4$$

$$\Rightarrow -x^2 + 4x + x - 4 \Rightarrow 3x^2 - 5x + 4 - m = 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow$$

$$(-5)^2 - 4(3)(4 - m) > 0 \Rightarrow 25 - 48 + 12m > 0$$

$$\Rightarrow 12m > 23 \Rightarrow m > \frac{23}{12}$$

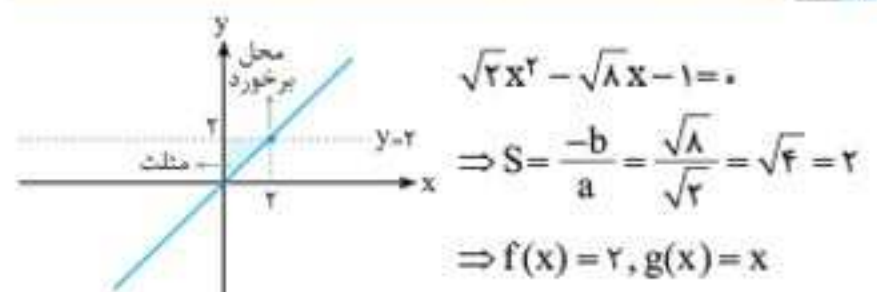
البته باید ریشه مخرج یعنی  $x = 1$  رو در معادله قرار بدیم و  $m$  که به دست میاد کنار بنذاریم:

$$3x^2 - 5x + 4 - m = 0 \xrightarrow{x=1} 3(1)^2 - 5(1) + 4 - m = 0 \Rightarrow m = 2$$

پس جواب  $\left\{ m > \frac{23}{12}, m \neq 2 \right\}$  هست که چون  $m > \frac{23}{12}$  شامل عدد ۲

است، با توجه به گزینه‌ها  $m > 2$  رو قبول می‌کنیم.

۱.۱۷۵۹



$$\text{ارتفاع } \times \text{ قاعده} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$