



بهبشت ریاضی هشتم

آموزش کامل مفاهیم ریاضی و کتاب کار

دو کتاب در یک کتاب



- ◉ آموزش کامل مفاهیم ریاضی به زبان ساده
- ◉ آرایه‌ی مثال‌ها و تمرین‌های متنوع، طبقه‌بندی‌شده و هدف‌دار
- ◉ آرایه‌ی انواع سوالات تستی، تشریحی، تکمیلی و
- ◉ آزمون‌های تشریحی پایان فصل، میان‌ترم و پایان‌ترم

مؤلفین:

سید مجید میری ◉ مهرداد سعیدی فرید ◉ یزدان منصوری

بهشت ریاضی، هشتم

آموزش کامل مفاهیم ریاضی هشتم
به زبان ساده و کتاب کار و تمرین

هم آموزش و هم کار و تمرین در یک کتاب
مناسب برای تمامی دانش‌آموزان در هر سطح علمی



مقدمه ناشر

به نام او که هر چه داریم از اوست

بهشت ریاضی هشتم، کتابی است با دو کاربرد متفاوت. این مجموعه هم کتاب کار است و هم آموزش و تمرین. هر فصل با یادآوری مطالب پیش نیاز آغاز می‌شود و تمامی مطالب آموزشی، در قالب نکته و مثال‌های متنوع آموزش داده می‌شود. در مرحله‌ی بعد با ارایه آزمون آغازین، از دانش‌آموز خواسته می‌شود تا میزان آمادگی خود را برای شروع درس جدید مورد ارزیابی قرار دهد. در صورت موفقیت در پاسخ‌گوی به بیش‌تر سؤالات آزمون آغازین، بخش آموزش درس جدید آغاز می‌شود. آموزش ساده و آسان مفاهیم ریاضی در قالب نکات آموزشی و حل انواع تمرین‌های متنوع باعث می‌شود تا دانش‌آموز به راحتی مفاهیم ریاضی را درک کند. در بخش کار و تمرین، حل انواع تمرین‌های تشریحی و تستی به دانش‌آموز کمک می‌کند تا به تثبیت یادگیری خود بپردازد. در پایان هر فصل یک آزمون جامع تشریحی و یک آزمون تستی برای افزایش تسلط و تمرین بیش‌تر ارایه شده است. آزمون میان ترم و پایان ترم اول و دوم، تکمیل‌کننده‌ی این کتاب بی‌نظیر است. امیدواریم این مجموعه مورد توجه و استقبال دانش‌آموزان و دبیران گرامی قرار گیرد. سامانه ۰۵۳۶۴۰۰۵۳۶۴۰۰۰۵۳۶۴۰۰۰ آماده دریافت نظرات پیامکی دبیران فرهیخته، دانش‌آموزان و اولیای گرامی است.

با تشکر و سپاس

صادق گرجی

مدیر انتشارات لوح برتر

راهنمای نحوه‌ی مطالعه و استفاده از کتاب

این کتاب هم به آموزش پرداخته و هم تمرین‌های متنوعی را در قالب کتاب کار به دانش‌آموزان ارائه کرده‌است. برای استفاده از این مجموعه به ترتیب مراحل زیر اقدام کنید:

۱- در ابتدای هر فصل، فهرست موضوعی قرار گرفته تا شما بدون مراجعه به فهرست ابتدای کتاب، به راحتی از محتوای آن آگاه شوید. ابتدا به صورت کلی فهرست مورد نظر را مرور کنید تا آشنایی مختصری با مطالب فصل مذکور پیدا کنید.

۲- بخش یادآوری را به دقت مطالعه کنید. با مرور مطالب این بخش برای یادگیری درس جدید آماده خواهید شد. با دقت نکته‌های آموزشی را بخوانید و مثال‌های ارائه شده را حل کنید. به خاطر داشته باشید که باید به طور دایم قلم در دست داشته باشید. یادگیری مطالب ریاضی با روخوانی امکان‌پذیر نیست بلکه با حل تمرین یادگیری به وجود خواهد آمد.

۳- پس از یادآوری، آموزش مطالب درس جدید آغاز می‌شود. آموزش مطالب به روش نکته و مثال است. مطالب مهم در قالب نکته، آموزش داده‌شده و مثال‌های ارائه شده برای آن است که شما با حل مجدد آن‌ها و مقایسه آن با پاسخ درست، بهتر مطالب را بیاموزید. حل مثال‌های ارائه شده بسیار مهم است.

۴- آزمون پایان فصل و آزمون تستی با تمرین‌های بدون پاسخ به شما کمک می‌کند تا به حل تمرین‌های بیش‌تری بپردازید و تسلط و مهارت درسی خود را افزایش دهید.

۵- آزمون‌های تشریحی میان‌ترم و پایان‌ترم اول به ارزیابی میزان یادگیری شما در پایان آبان و دی‌ماه می‌پردازند و شما را برای امتحانات مدرسه آماده می‌کنند. سعی کنید خود را در شرایط واقعی آزمون قرار دهید و به طور آزمایشی از خود امتحان بگیرید و با تصحیح آن اشکالات خود را برطرف سازید.

۶- آزمون‌های تشریحی میان‌ترم و پایان‌ترم دوم نیز به ارزیابی میزان یادگیری شما در اواسط ترم دوم و اواخر سال می‌پردازند و شما را برای امتحانات مدرسه آماده می‌کنند. سعی کنید باز هم خود را در شرایط واقعی آزمون قرار دهید و به طور آزمایشی از خود امتحان بگیرید و با تصحیح آن اشکالات خود را برطرف سازید.

در پایان به شما توصیه می‌کنیم که مباحث کتاب درسی را نیز به دقت مطالعه کنید و سعی کنید با رعایت مراحل فوق، زمینه استفاده‌ی بهتر از این مجموعه را فراهم سازید.

۷ فصل اول – عددهای صحیح و گویا

- ۸ . یادآوری اعداد صحیح
- ۱۱ . جمع و تفریق اعداد صحیح
- ۱۳ . ضرب و تقسیم اعداد صحیح
- ۱۵ . اولویت‌ها در محاسبات
- ۱۷ . حاصل جمع اعداد متوالی
- ۲۰ . حاصل جمع دنباله‌ای از اعداد
- ۲۲ . یادآوری اعداد گویا و نمایش آن‌ها روی محور
- ۲۴ . یادآوری ساده کردن کسرها و اعداد مخلوط
- ۲۵ . یافتن مقدار x در تساوی کسرها
- ۲۷ . جمع و تفریق اعداد کسری و اعشاری
- ۳۰ . ضرب و تقسیم اعداد گویا
- ۳۲ . یافتن حاصل عبارت‌های ترکیبی

۴۳ فصل دوم – حساب عددهای طبیعی

- ۴۳ . یادآوری عددهای طبیعی و ویژگی‌های آن‌ها
- ۴۴ . یادآوری نکات بخش‌پذیری
- ۴۵ . یادآوری شمارنده‌های اعداد و ویژگی‌های آن‌ها
- ۴۶ . یادآوری اعداد اول
- ۴۷ . یادآوری تجزیه اعداد به شمارنده‌های اولشان
- ۴۹ . یادآوری بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد (ب.م.م)
- ۵۱ . نکات و ویژگی‌های مربوط به شمارنده‌ها، ب.م.م و اعداد اول
- ۵۴ . اعداد نسبت به هم اول (متباین)
- ۵۵ . رابطه‌ی ب.م.م و ک.م.م
- ۵۶ . روش غربال برای تشخیص اعداد اول و مرکب

۶۷ فصل سوم – چندضلعی‌ها

- ۶۷ . چندضلعی‌ها
- ۶۸ . تقارن مرکزی و محوری
- ۷۰ . تعداد محور و مرکز تقارن
- ۷۵ . توازی و تعامد
- ۷۶ . قانون خطوط موازی و مورب
- ۸۰ . انواع چهارضلعی‌ها و ویژگی‌های آن‌ها
- ۸۴ . کاشی‌کاری و نکات مربوط به آن
- ۸۵ . زاویه‌های داخلی
- ۸۷ . زاویه‌های خارجی
- ۸۸ . محاسبه اندازه زاویه‌ها

۱۱۱ فصل چهارم – جبر و معادله

- ۱۱۱ . تبدیل عبارت کلامی به عبارت جبری
- ۱۱۲ . نوشتن الگوی جبری برای دنباله‌های عددی و تصویری
- ۱۱۴ . نوشتن فرمول‌های هندسی به صورت جبری
- ۱۱۵ . نوشتن عبارت کلامی برای عبارت جبری
- ۱۱۹ . یادآوری جملات جبری و جملات متشابه
- ۱۲۰ . ساده کردن عبارت جبری
- ۱۲۱ . ضرب عدد در یک یا چند جمله
- ۱۲۳ . ضرب یک جمله در یک یا چند جمله
- ۱۲۴ . عددنویسی جبری، گسترده‌نویسی و مقلوب عدد
- ۱۳۰ . یادآوری اولویت‌ها در محاسبات
- ۱۳۰ . مقدار یابی عبارت‌های جبری به ازای مقدارهای داده شده
- ۱۳۲ . ماشین محاسبات
- ۱۳۵ . تبدیل عبارت جبری به حاصل ضرب (فاکتورگیری) با دو روش
- ۱۳۶ . ساده کردن کسرها جبری
- ۱۴۰ . یادآوری حل انواع معادله‌ها و حل مسئله به کمک آن‌ها
- ۱۴۲ . حل انواع معادله‌های کسری

فصل پنجم - بردار و مختصات ۱۵۳

- ۱۵۳ یادآوری دستگاه مختصات
- ۱۵۴ یافتن مختصات نقطه و بردار
- ۱۵۶ جمع و تفریق مختصات
- ۱۵۸ بردارهای مساوی و قرینه
- ۱۵۹ رسم بردار و انتقال شکل با بردار
- ۱۶۱ بردار برآیند (روش مثلثی، روش متوازی‌الاضلاع)
- ۱۶۵ ضرب عدد در بردار
- ۱۶۶ ضرب عدد در مختصات
- ۱۶۸ تجزیه‌ی بردار روی دو راستا
- ۱۶۹ بردارهای واحد مختصات (i و j)
- ۱۷۲ حل انواع معادله‌های مختصاتی

فصل ششم - مثلث ۱۹۱

- ۱۹۱ یادآوری ویژگی‌های انواع مثلث‌ها
- ۱۹۳ یادآوری جذر و مجذور
- ۱۹۳ رابطه‌ی فیثاغورس
- ۱۹۴ یافتن ضلع مجهول اشکال مختلف به کمک رابطه فیثاغورس
- ۱۹۹ عکس رابطه فیثاغورس
- ۲۰۰ ایجاد پاره‌خطی با طول رادیکالی
- ۲۰۲ شکل‌های هم‌نهشت
- ۲۰۳ یادآوری هم‌نهشتی مثلث‌ها
- ۲۰۸ هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه

فصل هفتم - توان و جذر ۲۲۱

- ۲۲۱ یادآوری توان
- ۲۲۲ ویژگی‌ها و نکات مربوط به توان
- ۲۲۳ یادآوری ضرب و تقسیم اعداد هم‌پایه
- ۲۲۵ جمع اعداد توان‌دار مشابه
- ۲۲۷ ضرب و تقسیم اعداد هم‌توان
- ۲۲۹ یک پایه و چند توان
- ۲۳۱ تجزیه و تبدیلات مفید در ساده کردن عبارت‌های توان‌دار
- ۲۳۳ محاسبه مقدار یک عبارت توان‌دار به کمک عبارتی دیگر
- ۲۴۰ مجذور و جذر و نکات مربوط به آن‌ها
- ۲۴۴ جمع و تفریق و ضرب و تقسیم رادیکال‌ها
- ۲۴۵ محاسبه جذر تا چند رقم اعشار
- ۲۴۶ محاسبه محل فرود کمان رادیکالی
- ۲۴۷ نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

فصل هشتم - آمار و احتمال ۲۶۵

- ۲۶۵ معرفی علم آمار
- ۲۶۶ انواع نمودارها
- ۲۷۰ دسته‌بندی داده‌ها و تنظیم داده‌ها در جدول
- ۲۷۳ میانگین داده‌ها
- ۲۷۵ تکمیل جدول و یافتن میانگین کل
- ۲۷۷ بررسی حالت‌های ممکن در آزمایشات مختلف
- ۲۷۹ اصل ضرب
- ۲۸۲ محاسبه احتمال و نکات مربوط به آن

فصل نهم - دایره‌ها ۳۰۱

- ۳۰۲ دایره و عناصر مربوط به آن
- ۳۰۲ وضع خط و دایره نسبت به هم
- ۳۰۳ یافتن اندازه پاره‌خط یا زاویه‌ی مجهول
- ۳۰۷ معرفی کمان‌ها و نکات مربوط به آن
- ۳۰۸ یادآوری زاویه‌ها
- ۳۱۰ زاویه مرکزی و ویژگی آن
- ۳۱۱ تقسیم دایره به کمان‌های مساوی و روش کلی
- ۳۱۳ زاویه محاطی و ویژگی و نکات مربوط به آن
- ۳۱۵ یافتن اندازه زاویه‌ها و کمان‌های مجهول
- ۳۲۰ چندضلعی‌های محاطی

فصل اول

Q
Z

عددهای صحیح و گویا

محتوا و فهرست موضوعی فصل

- یادآوری اعداد صحیح ۸
- جمع و تفریق اعداد صحیح ۱۱
- ضرب و تقسیم اعداد صحیح ۱۳
- اولویت‌ها در محاسبات ۱۵
- حاصل جمع اعداد متوالی ۱۷
- حاصل جمع دنباله‌ای از اعداد ۲۰
- یادآوری اعداد گویا و نمایش آن‌ها روی محور ۲۲
- یادآوری ساده کردن کسرها و اعداد مخلوط ۲۴
- یافتن مقدار x در تساوی کسرها ۲۵
- جمع و تفریق اعداد کسری و اعشاری ۲۷
- ضرب و تقسیم اعداد گویا ۳۰
- یافتن حاصل عبارت‌های ترکیبی ۳۲

یادآوری 

در سال‌های گذشته با اعداد مختلف آشنا شدیم. مثلاً آموختیم:

اعداد طبیعی (Natural Numbers) اعدادی هستند که در طبیعت و برای شمارش استفاده شده و با حرف N نشان داده می‌شوند

$$N = 1, 2, 3, 4, \dots$$

و عبارتند از:



همچنین هنگامی که مفهوم هیچ به میان می‌آید، عددی به نام «صفر» مطرح می‌شود که در کنار اعداد طبیعی، اعداد حسابی (Integral Numbers) را تشکیل می‌دهد که آن‌ها را با حرف I نمایش می‌دهند (و نیز گاهی با W).
 $I = 0, 1, 2, 3, \dots$
مجموعه اعداد صحیح: اعداد طبیعی، صفر و قرینه اعداد طبیعی ($-1, -2, -3, \dots$) در کنار هم، اعداد صحیح (Zahlen Numbers) را ایجاد می‌کنند که با حرف Z نشان داده شده و عبارت است از:

$$Z = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$$

و یا: $Z = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ صورت دیگر نمایش اعداد صحیح

پس به طور کلی اعداد صحیح به ۳ دسته تقسیم می‌شوند

اعداد صحیح مثبت (اعداد طبیعی): ... ۳ و ۲ و ۱ عدد صفر: ۰ اعداد صحیح منفی (قرینه اعداد طبیعی): ... -۳ و -۲ و -۱	}
---	---

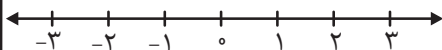
نکته ۱: می‌بینید که اعداد طبیعی، حسابی و صحیح، انتها ندارند و شامل بی‌شمار عضو هستند. پس عددی به نام بزرگ‌ترین عضو در آن‌ها وجود ندارد.

نکته ۲: کوچک‌ترین عضو اعداد طبیعی، عدد ۱ و کوچک‌ترین عضو اعداد حسابی، عدد ۰ است. اعداد صحیح، کوچک‌ترین عضو ندارند.

نکته ۳: اعداد صحیح، شامل اعداد حسابی نیز می‌باشند. اعداد حسابی نیز شامل اعداد طبیعی می‌باشند. (مجموعه اعداد طبیعی و اعداد حسابی، زیر مجموعه‌ی مجموعه اعداد صحیح می‌باشند و همچنین اعداد طبیعی، زیر مجموعه‌ی اعداد حسابی نیز می‌باشند.)

نکته ۴: منظور از اعداد صحیح نامنفی، همان اعداد حسابی می‌باشد، زیرا اعداد صحیحی را شامل می‌شود که منفی نباشند؛ یعنی صفر و مثبت‌ها را در برمی‌گیرد. ($0, +1, +2, +3, +4, \dots$)

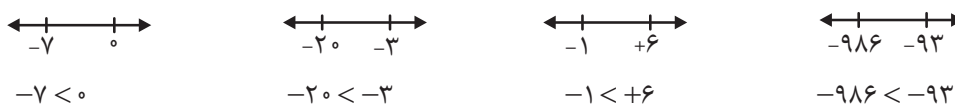
نکته ۵: معمولاً اعداد صحیح را روی محور اعداد، به این صورت مشخص می‌کنند که نقطه‌ای به نام صفر را به عنوان مبدأ فرض کرده، اعداد مثبت را در سمت راست مبدأ و اعداد منفی را سمت چپ نقطه‌ی صفر، به ترتیب قرار می‌دهند.



نکته ۶: لازم نیست که تعداد واحدهای سمت چپ و راست صفر برابر باشند. یعنی لازم نیست همیشه نقطه صفر، وسط محور باشد. به عبارت دیگر، تعداد واحدها در هر سمت مبدأ به نیاز ما بستگی دارد.



نکته ۷: هر چه روی محور به سمت راست پیش‌روی کنیم، اعداد بزرگ‌تر می‌شوند. به همین خاطر برای مقایسه‌ی دو عدد، هر کدام که سمت راست دیگری باشد، بزرگ‌تر است.



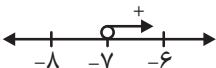


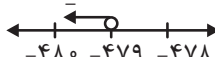
نکته ۸: اعداد مثبت از صفر و هم‌چنین از اعداد منفی، بزرگ‌ترند.


نکته ۹: صفر از اعداد منفی، بزرگ‌تر است.


نکته ۱۰: با علامت‌های $>$ و $<$ به عنوان «بزرگ‌تر» و «کوچک‌تر» آشنا هستید. ممکن است با علامت‌های \geq و \leq نیز برخورد کنید که به معنای «بزرگ‌تر یا مساوی» و «کوچک‌تر یا مساوی» می‌باشند.

مثال: در مثال‌های زیر، اگر x از اعداد صحیح باشد، چه اعدادی را شامل می‌شود؟

الف) اعداد بزرگ‌تر از -7 : $x > -7$  $\Rightarrow -6, -5, -4, -3, \dots$

ب) اعداد کوچک‌تر از -479 : $x < -479$  $\Rightarrow -480, -481, -482, \dots$

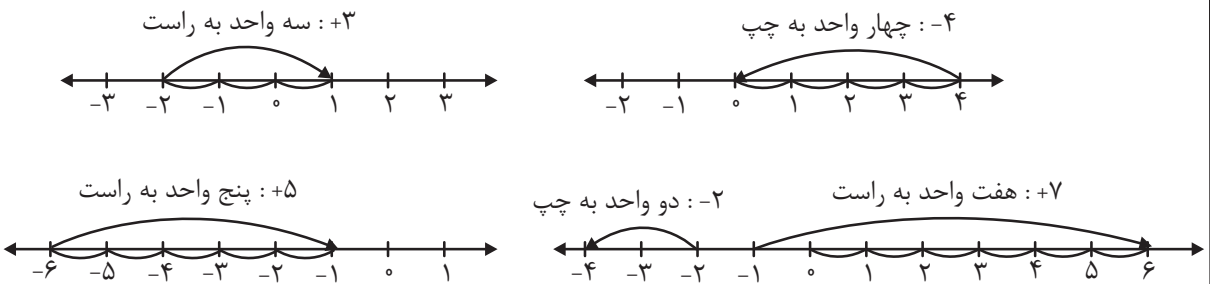
ج) اعداد بزرگ‌تر یا مساوی -3 : $x \geq -3$  $\Rightarrow -3, -2, -1, 0, 1, \dots$

د) اعداد کوچک‌تر یا مساوی -18 : $x \leq -18$  $\Rightarrow -18, -19, -20, \dots$

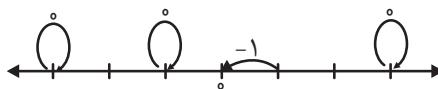
نکته ۱۱: علامت $\square < x < \square$ به معنای این است که « x کوچک‌تر از عدد \square و بزرگ‌تر از عدد \square » و یا به بیان ساده‌تر « x بین آن‌ها» می‌باشد. مثلاً $2 < x < 3$ یعنی اعداد بین ۲ و ۳ که شامل $\{1, 0, -1, -2\}$ است. اگر این عبارت به شکل $2 < x < 3$ یا $2 < x \leq 3$ یا $3 \leq x < 2$ بیاید، به ترتیب باید خود عدد ۲، خود عدد ۳ و خود دو عدد ۲ و ۳ را به عددهای بین آن‌ها اضافه کنیم.

حرکت روی محور اعداد: هر حرکت روی محور اعداد را می‌توان با یک عدد علامت دار بیان کرد. جهت راست (+) و چپ (-) می‌باشد. علامت حرکت و تعداد قدم‌های (واحد‌های) طی شده، عدد حرکت را نشان می‌دهند. (نقطه‌های شروع و پایان حرکت اهمیتی ندارند)

مثال: برای هر حرکت، یک عدد بنویسید.



حرکت صفر: اگر حرکتی از یک نقطه آغاز شده و در همان نقطه به پایان برسد، عدد حرکت، صفر خواهد بود.

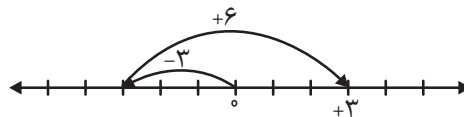




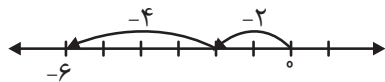
جمع حرکات‌ها:

(نقطه‌ی مقصد) = (حرکت دوم) + (حرکت اول)

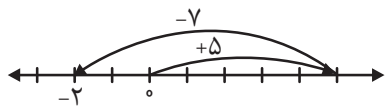
مثال: جمع متناظر با حرکت‌های زیر را بنویسید.



$$(-3) + (+6) = +3$$



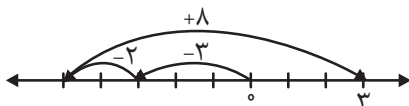
$$(-2) + (-4) = -6$$



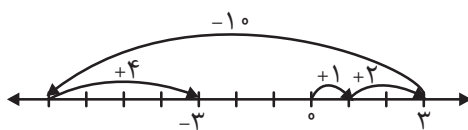
$$(+5) + (-7) = -2$$



$$(+3) + (+4) = +7$$



$$(-2) + (-3) + (+8) = +3$$



$$(+1) + (+2) + (-3) + (+4) = -3$$

قرینه: اگر از صفر به سمت راست حرکت و به همان اندازه از صفر به سمت چپ نیز حرکت کنیم، دو عدد قرینه‌ی یکدیگر را یافته‌ایم.



+3 و -3 قرینه‌ی یکدیگرند.



+5 و -5 قرینه‌ی یکدیگرند.

در ریاضیات، قرینه را با نماد «-» نشان می‌دهند. مثلاً برای دو محور بالا می‌توان نوشت:

$$-3 = -(+3) \quad \text{یا} \quad +3 = -(-3)$$

$$-5 = -(+5) \quad \text{یا} \quad +5 = -(-5)$$

پس می‌بینید که با تغییر علامت، عدد، قرینه می‌شود.

$$+2000 \text{ قرینه} = -(+2000) = -2000$$

$$-627 \text{ قرینه} = -(-627) = +627$$

$$-19 \text{ قرینه} = -(-19) = +19$$

نکته ۱۲: تنها عددی که قرینش با خودش برابر است، عدد صفر می‌باشد. (چون مبدأ می‌باشد)

نکته ۱۳: قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد، برابر است با خود آن عدد.

$$-9601 \text{ قرینه} = -(-(-9601)) = -9601$$

$$+12 \text{ قرینه} = -(-(+12)) = +12$$



مثال: عبارتهای زیر را به شکل قرینه‌ای بنویسید. (قرینه، علامت همه را عوض می‌کند).

$$\begin{aligned} -17+15 &= -(+17-15) & -34-71+29 &= -(+34+71-29) \\ -11-98 &= -(+11+98) & +53-60+15 &= -(-53+60-15) \end{aligned}$$

نکته ۱۴: اگر عمل قرینه کردن را به تعداد دفعات زوج انجام دهیم، حاصل، برابر با همان عدد مورد نظر و اگر تعداد دفعات قرینه کردن فرد باشد حاصل، قرینه‌ی آن عدد می‌باشد.

$$\begin{aligned} \underbrace{-(-(-(-12)))}_{\text{قرینه ۳ بار که فرد است}} &= +12 & \underbrace{-(-(-(-(-12))))}_{\text{خودش ۴ بار زوج}} &= -12 \\ \underbrace{-(-(-\dots(-(+107))\dots))}_{\text{قرینه ۷۵ بار که فرد است}} &= -107 & \underbrace{-(-(-\dots(-(+107))\dots))}_{\text{خودش ۷۶ بار}} &= +107 \end{aligned}$$

*** جمع و تفریق اعداد صحیح:**

در جمع اعداد صحیح، اگر اعداد مورد نظر هم‌علامت باشند، مقدار آن‌ها را با یکدیگر جمع کرده و یکی از علامت‌ها را به عنوان علامت جواب قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} (+3) + (+5) &= +8 & +60 + (+19) &= +79 & +4 + (+10) + (+3) &= +17 \\ (-3) + (-5) &= -8 & -60 + (-19) &= -79 & -4 + (-10) + (-3) &= -17 \end{aligned}$$

اگر اعداد داده شده هم‌علامت نبوندند، مقدار آن‌ها را از یکدیگر کم کرده و علامت مربوط به مقدار بیش‌تر را در علامت جواب قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} +3 + (-5) &= -(5-3) = -2 & +60 + (-19) &= +(60-19) = +41 \\ -11 + (+31) &= +(31-11) = +20 & -45 + (+15) &= -(45-15) = -30 \end{aligned}$$

نکته ۱۵: حاصل جمع هر عدد با صفر، برابر است با همان عدد.

$$+37 + 0 = +37 \quad -208 + 0 = -208 \quad 0 + (-15) = -15 \quad 0 + (+6008) = +6008$$

نکته ۱۶: حاصل جمع هر عدد با قرینه‌اش، برابر است با صفر.

$$-7 + (+7) = 0 \quad +83 + (-83) = 0 \quad -419 + (+419) = 0$$

نکته ۱۷: در جمع اعداد، اجازه‌ی جابه‌جایی داریم.

$$\begin{aligned} \underbrace{-25 + (-2)}_{-27} &= \underbrace{(-2) + (-25)}_{-27} & \underbrace{-4 + (+11)}_{+7} &= \underbrace{+11 + (-4)}_{+7} \\ \underbrace{-4 + (+3)}_{-1} + (-2) &= \underbrace{-4 + (-2)}_{-6} + (+3) &= \underbrace{(+3) + (-2)}_{+1} + (-4) &= \dots \\ \underbrace{-4 + (+3)}_{-1} &= \underbrace{-4 + (-2)}_{-6} + (+3) &= \underbrace{(+3) + (-2)}_{+1} + (-4) &= \dots \end{aligned}$$



نکته ۱۸: می‌توان به روش زیر، علامت‌های کنار هم را به یک علامت تبدیل کرد. به این ترتیب، تفریق‌ها نیز به جمع تبدیل شده و حل می‌شود.

مثبت در مثبت می‌شود مثبت

منفی در مثبت می‌شود منفی

$$+(+) = +$$

$$-(+) = -$$

	+	-
+	+	-
-	-	+

مثبت در منفی می‌شود منفی

منفی در منفی می‌شود مثبت

$$+(-) = -$$

$$-(-) = +$$

$$-6 \oplus (-4) = -6 - 4 = -10$$

$$-1 \oplus (+48) = -1 + 48 = +47$$

$$+15 \oplus (-8) = +15 - 8 = +7$$

$$-10 \oplus (-20) = -10 + 20 = +10$$

$$+7 \oplus (+6) = +7 - 6 = +1$$

$$+6 \oplus (-6) = +6 - 6 = 0$$

$$+700 \oplus (-150) = +700 + 150 = +850$$

$$-111 \oplus (-20) = -111 + 20 = -91$$

نکته ۱۹: مثبت، علامتی است که می‌توان از نوشتن آن صرف‌نظر کرد. پس اگر علامت پاسخ مثبت شد، می‌توانیم عدد را بدون علامت بنویسیم.

$$-19 \oplus (-25) = -19 + 25 = 6$$

$$+31 \oplus (+8) = 31 + 8 = 39$$

جمع به کمک گسترده نویسی: عدد -27 را می‌توان به شکل گسترده $-20 - 7$ یا عدد $+69$ را به شکل $+60 + 9$ نوشت، در نتیجه:

$$-32 + 53 \Rightarrow \begin{array}{r} -30 \quad -2 \\ +50 \quad +3 \\ \hline +20 \quad +1 = \boxed{+21} \end{array}$$

و یا

	دهگان	یکان
-	3	2
+	5	3
	+20	+1 = $\boxed{+21}$

$$15 - 67 + 74 \Rightarrow \begin{array}{r} +10 \quad +5 \\ -60 \quad -7 \\ \hline +70 \quad +4 \\ +20 \quad +2 = \boxed{+22} \end{array}$$

و یا

	دهگان	یکان
+	1	5
-	6	7
+	7	4
	+20	+2 = $\boxed{+22}$



$$-9 - (-19) - (+88) \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r} -9 \\ +10 \quad +9 \\ \hline -80 \quad -8 \\ -70 \quad -8 = \boxed{-78} \end{array} \quad \text{و یا}$$

	دهگان	یکان	
-		9	
+	1	9	
-	8	8	
	-70	-8	= $\boxed{-78}$

$$-17 - 18 + 66 - 21 \Rightarrow$$

$$\begin{array}{r} -10 \quad -7 \\ -10 \quad -8 \\ +60 \quad +6 \\ \hline -20 \quad -1 \\ +20 \quad -10 = \boxed{+10} \end{array} \quad \text{و یا}$$

	دهگان	یکان	
-	1	7	
-	1	8	
+	6	6	
-	2	1	
	+20	10	= $\boxed{+10}$

روش کلی جمع و تفریق اعداد صحیح:

پس از یکی کردن علامت‌های کنار هم: اگر اعداد، هم علامت بودند، مقادیر را جمع و اگر علامتشان مخالف یکدیگر بود، مقادیر را تفریق می‌کنیم. (موافق‌ها جمع، مخالف‌ها کم)

$$-80 - (+20) = -80 - 20 = -100$$

$$-34 - (-30) = -34 + 30 = -4$$

$$-25 - (-40) = -25 + 40 = +15$$

$$6 + (-10) = 6 - 10 = -4$$

$$85 - (-70) = +85 + 70 = +155$$

$$-39 + (-30) = -39 - 30 = -69$$

$$-3974 - (-4046) = -3974 + 4046 = +72$$

$$-70077 - (+7007) = -70077 - 7007 = -77084$$

مثال: در جاهای خالی علامت + یا - را طوری قرار دهید که حاصل، بیش‌ترین مقدار شود. سپس آن مقدار را به دست آورید.

هر چه مقدار اعداد مثبت بیش‌تر شود، حاصل جمع بیش‌تر و بزرگ‌تر می‌شود. پس باید علامتی قرار دهیم که علامت عدد را \oplus کند.

$$+((\boxed{+})7) \boxed{-}(-15) - 11 \boxed{-}(-3) \boxed{+}((-10)) =$$

$$+7 + 15 - 11 + 3 + 10 = \boxed{+24}$$

اگر یکی از علامت‌های جای خالی را عوض کنیم، حاصل از 24 کم‌تر خواهد شد.

ضرب اعداد صحیح: روش ضرب اعداد صحیح با جمع و تفریق، متفاوت و بسیار ساده است.

علامت‌ها با هم یکی می‌شوند. (تعیین علامت جواب)
 عددها در هم ضرب می‌شوند.



اگر بین عدد و پرانتز یا بین دو پرانتز علامتی نباشد، باید ضرب انجام شود.

$$-7 \times (+3) = -21 \quad +5(+8) = +40 \quad +11(-6) = -66$$

$$-11(-4)(-15) = -660 \quad -1(-2) \times (+3)(-3) \times (+3) = -54$$

$$(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32 \quad (-5)^4 = (-5)(-5)(-5)(-5) = +625$$

تعداد فرد
تعداد زوج

در ضرب می‌توانیم از مثبت‌ها صرف‌نظر کرده و فقط تعداد علامت‌های منفی را در نظر بگیریم. اگر تعداد منفی‌ها فرد بود، حاصل، منفی و اگر زوج بود، حاصل، مثبت خواهد شد.

$$-25 \times (+4) \times (-3) = +300 \quad -1 \times (+1) \times (-1) \times (-1) \times (+1) \times (+1) = -1$$

$$-(+3) \times (+3) \times (-1) \times (-3) \times (-1) \times (+3) = +81$$

تقسیم اعداد صحیح: همانند ضرب، ابتدا علامت‌ها را یکی می‌کنیم، سپس عددها را بر یکدیگر تقسیم می‌کنیم.

نکته ۲۰: اگر عددها قابل تقسیم نباشند، تقسیم را به شکل کسری می‌نویسیم و در صورت امکان، کسر را ساده می‌کنیم.

$$+50 \div (-2) = -25 \quad -24 \div (-8) = +3 \quad +5 \div (+7) = +\frac{5}{7} \quad -3 \div (+2) = -\frac{3}{2}$$

$$-50 \div (-70) = +\frac{50 \div 10}{70 \div 10} = \frac{5}{7} \quad -33 \div (+66) = -\frac{33 \div 3}{66 \div 3} = -\frac{1}{2} \quad +80 \div (+56) = +\frac{80 \div 8}{56 \div 8} = \frac{10}{7}$$

می‌دانید که خط کسری نیز بیانگر عمل تقسیم می‌باشد.

$$\frac{-8}{+2} = -4 \quad \frac{-17}{-9} = +\frac{17}{9} \quad \frac{+5}{-30} = -\frac{1}{6} \quad -\frac{-99}{-11} = -9$$

نکته ۲۱: اعداد صحیح مثبت، وقتی در عددی بزرگ‌تر از یک ضرب شوند، بزرگ‌تر و وقتی بر چنین عددی تقسیم شود، کوچک‌تر می‌شوند، ولی اعداد صحیح منفی وقتی در عددی بزرگ‌تر از یک ضرب شوند، کوچک‌تر و وقتی بر چنین عددی تقسیم شوند، بزرگ‌تر می‌شوند.

$$-7 > -7 \times 4 \quad -7 < \frac{-7}{4} \quad -20 > -20 \times 157 \quad -20 < \frac{-20}{157}$$

نتیجه: در مورد عددی مثبت مانند m می‌توان گفت $\frac{m}{2} > \frac{m}{3}$ ولی در مورد عددی منفی مانند n می‌توان گفت: $\frac{n}{2} < \frac{n}{3}$

$$\frac{-18}{2} < \frac{-18}{3} \Rightarrow -9 < -6 \quad \frac{18}{2} > \frac{18}{3} \Rightarrow 9 > 6$$

به عنوان مثال: $9 > 6$



مثال: حاصل ضرب و تقسیم های زیر را به دست آورید.

$$(+14) \times (-5) \div (-35) = +2 \quad \frac{(-6) \div (-2)}{-6} = \frac{+3}{-6} = -\frac{1}{2}$$

$$-80 \div (+10) \div (-25) = +\frac{8}{25} \quad +11 \times (-2) \times (-6) \div (-22) \div (-3) = +2$$

نکته ۲۲: اگر در محاسبه ی یک عبارت، عملیات های مختلفی وجود داشت، باید به ترتیب اولویت، آن ها را انجام دهیم.

- اولویت ها در محاسبات:**
- (۱) پرانتزها (از داخلی ترین)
 - (۲) توان و جذر
 - (۳) ضرب و تقسیم (از چپ به راست)
 - (۴) جمع و تفریق

لازم به ذکر است، اگر در عبارتی چند عمل هم اولویت وجود داشت، مثلاً چند ضرب و تقسیم و یا چند جمع و تفریق، آن ها را از سمت چپ به راست انجام می دهیم.

$$5 \times 2 - 3 = 10 - 3 = 7 \quad -8 \div (-4) + (-2) = +2 - 2 = 0$$

$$-3 \times 5 - 11 \times (-2) = -15 + 22 = +7$$

$$5 - 2 \times 3 = 5 - 6 = -1 \quad -8 + (-4) \div (-2) = -8 + (+2) = -6$$

$$(-3 \times 5 - 11) \times (-2) = \overbrace{(-15 - 11)}^{-26} \times (-2) = +52$$

$$(5 - 2) \times 3 = 3 \times 3 = 9 \quad (-8 - 4) \div (-2) = -12 \div -2 = +6$$

$$-3 \times \underbrace{(5 - 11)}_{-6} \times (-2) = -36$$

$$-4 - 2 \times 3 - 10 \div (-2) = -4 - 6 + 5 = -5$$

$$-4 - 2 \times (3 - 10 \div (-2)) = -4 - 2 \overbrace{(3 + 5)}^8 = -4 - 16 = -20$$

$$(-4 - 2) \times (3 - 10) \div (-2) = -6 \times (-7) \div (-2) = 42 \div (-2) = -21$$

نکته ۲۳: در عبارت های صفحه ی بعد، منفی پشت هر پرانتز را به جواب نهایی داخل آن پرانتز وصل کنید.



$$\text{الف) } -\overbrace{[-3-13-5]}^{-21} = -(-21) = 21$$

$$\text{ب) } -\left[-(-\overbrace{(7-10-1)}^{-4})\right] = -[-(-(-4))] = 4$$

$$\text{ج) } -\left[-\overbrace{-(3-13-5)}^{-15}\right] = -[-(-15)] = -15$$

$$\text{د) } -\left[-\overbrace{(-7-10)}^{-17}-1\right] = -\left[\overbrace{+16}^{+16}-1\right] = -16$$

$$\text{ه) } -\left[-3-\overbrace{(13-5)}^8\right] = -\left[\overbrace{-3-8}^{-11}\right] = -(-11) = 11$$

$$\text{و) } -\left[-(-7)-\overbrace{(10-1)}^9\right] = -\left[\overbrace{+7-9}^{-2}\right] = 2$$

$$\text{ز) } -\left[-(-\overbrace{(-4-5)}^{-9})-1\right]-2 = -\left[-\overbrace{(+9-1)}^8-2\right] = -\left[\overbrace{-8-2}^{-10}\right] = 10$$

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

$$\text{الف) } 5 - 2 \times \overbrace{3^2}^9 + \overbrace{12 \div (-4)}^{-3} = 5 - 18 - 3 = -16$$

$$\text{ب) } \overbrace{(5-2)}^3 \times \overbrace{3^2}^9 + \overbrace{12 \div (-4)}^{-3} = 27 - 3 = 24$$

$$\text{ج) } \overbrace{(5-2)}^3 \times \overbrace{(3^2+12)}^{21} \div (-4) = \overbrace{3 \times 21}^{63} \div (-4) = \frac{-63}{4}$$

$$\text{د) } \overbrace{(5-2 \times 3)}^{-1} + \overbrace{12 \div (-4)}^{-3} = +1 - 3 = -2$$

$$\text{ه) } \overbrace{(5 - \overbrace{(2 \times 3)}^6)}^{-1} + 12 \div (-4) = \overbrace{(5 - 26 + 12)}^{-19} \div (-4) = +\frac{19}{4}$$

$$\text{و) } 4 \times \overbrace{(-2-3)}^{-5} - 5 \times \overbrace{(7-4)}^3 = -20 - 15 = -35$$



$$\text{ز) } -5(-5(-5(-5-5))) = +1250$$

$\begin{array}{c} -250 \\ \hline -10 \\ \hline +50 \end{array}$

$$\text{ح) } -(3-2(4-5)(6-7)) = -(3-2(+1)) = -(1) = -1$$

$\begin{array}{c} -1 \\ \hline -1 \\ \hline +1 \end{array}$

$$\text{ط) } -3(3-2(4-5(6-7))) = -(-15) = 15$$

$\begin{array}{c} -18 \\ \hline -1 \\ \hline +5 \\ \hline 9 \end{array}$

* حاصل جمع اعداد متوالی: برای محاسبه‌ی حاصل جمع اعداد متوالی، از ۱ تا عدد n، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{(آخری+1) \times آخری}{2}$$

$$\text{الف) } 1+2+3+\dots+20 = \frac{20 \times (20+1)}{2} = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

$$\text{ب) } 1+2+3+\dots+15 = \frac{15 \times (15+1)}{2} = \frac{15 \times 16}{2} = 120$$

$$\text{ج) } 1+2+3+\dots+199 = \frac{199 \times (199+1)}{2} = \frac{199 \times 200}{2} = 19900$$

مثال: حاصل جمع ۱۰۰ عدد طبیعی نخست را به دست آورید.

$$1+2+3+\dots+100 = \frac{100 \times (100+1)}{2} = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$$



آزمون آغازین



۱- هر عبارت را به حاصلش وصل کنید.

۰
-۳۰
-۸
-۱۰
-۲۶

$-۵ - ۳ \times ۲^۳ - ۴ \div ۴$
$-(۵ - ۳ \times ۲)^۳ - ۴ \div ۴$
$-۵ - ۳ \times (۲^۳ - ۴) \div ۴$
$-۵ - ۳ \times (۲^۳ - ۴ \div ۴)$
$-۵ - (۳ \times ۲^۳ - ۴) \div ۴$

۲- قرینه‌ی اعداد از خودشان بزرگ‌تر است.

(۴) منفی
 $-۲(۳ - ۵) - ۴(۲)(-۱)$

(۴) ۱۲

(۴) $+۴\frac{۷}{۷}$

(۴) ۸۲۰

(۳) مثبت

(۳) -۸

(۳) $-\sqrt{۳۶}$

(۳) ۴۱۰

(۲) بین صفر و یک

(۲) ۸

(۲) $-\frac{۱۵}{۳}$

(۲) ۸۰۰

(۱) طبیعی

(۱) ۰

(۱) $-۰/۲۰۰$

(۱) ۱۶۴۰

۳- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

۴- کدام گزینه، عددی صحیح را نشان نمی‌دهد؟

۵- مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا ۴۰ کدام است؟

۶- حاصل جمع هر عدد با قرینه‌اش برابر است با و حاصل جمع هر عدد با قرینه‌ی قرینه‌اش برابر است با

(۲) دو برابر آن عدد - صفر

(۴) قرینه‌اش - صفر

(۱) صفر - قرینه‌اش

(۳) صفر - دو برابر آن عدد

۷- اگر x از اعداد صحیح باشد، کدام گزینه دقیقاً شامل ۴ عضو می‌باشد؟

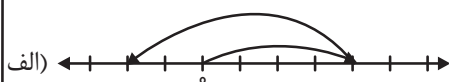
(۲) $-۲ < x \leq ۳$

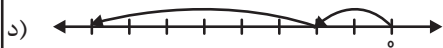
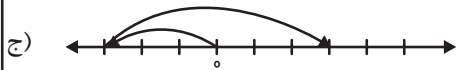
(۴) $-۱۳ \leq x \leq -۸$

(۱) $۳ < x < ۷$

(۳) $-۳ \leq x < ۱$

۸- جمع متناظر با حرکت‌های زیر را بنویسید.





۹- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف) $-[-3(-2+5) - 4(-5+6)] =$

ب) $-[-3(-2+5)(-4(-5+6))] =$

ج) $-[-3-2(+5-4)(-5+6)] =$

د) $-[(-3-2)(+5-4)(-5+6)] =$

ه) $-4+5 \times (-2) - 12 \div (-4) =$

و) $(7-19) \div (-6) + (-1) - (-10) =$

ز) $\frac{-13 - (+11)}{(-4)(+3)} =$

۱۰- حاصل جمعهای زیر را بیابید.

الف) $1+2+3+\dots+12 =$

ب) $1+2+3+\dots+80 =$



آموزش



* حاصل جمع دنباله‌ای از اعداد:

$$\frac{(1 + \text{عدد آخر}) \times \text{عدد آخر}}{2}$$

گفتیم که مجموع اعداد متوالی برابر است با:

ولی ممکن است فاصله‌ی اعداد موردنظر بیش از یک واحد اما مساوی باشد؛ مثلاً:

$$20 + 26 + 32 + \dots + 50 \quad \text{یا} \quad 3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 79$$

میانگین اولی و آخری \times تعداد = مجموع

در این صورت، حاصل جمع از این فرمول به دست می‌آید:

$$\text{مجموع} = \text{تعداد} \times \left(\frac{\text{اولی} + \text{آخری}}{2} \right)$$

یعنی:

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف)} \quad 4 + 8 + 12 + \dots + 36 = 9 \times \left(\frac{4 + 36}{2} \right) = 9 \times 20 = 180$$

$$\text{ب)} \quad 7 + 14 + 21 + \dots + 77 = 11 \times \left(\frac{7 + 77}{2} \right) = 11 \times 42 = 462$$

$$\text{ج)} \quad 5 + 13 + 21 + 29 + 37 + 45 = 6 \times \left(\frac{5 + 45}{2} \right) = 6 \times 25 = 150$$

$$\text{د)} \quad 10 + 16 + 22 + \dots + 40 = 7 \times \left(\frac{10 + 40}{2} \right) = 7 \times 25 = 175$$

نکته ۲۴: در روش فوق، می‌توان تعداد را به کمک شمارش ذهنی یا روش‌های دیگر به دست آورد، ولی گاهی یافتن تعداد به

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{\text{فاصله‌ی اعداد}} + 1$$

کمک شمارش ساده نیست. پس از این فرمول کمک می‌گیریم:

$$\text{ه)} \quad 25 + 32 + 39 + \dots + 95 = 11 \times \frac{25 + 95}{2} = 11 \times 60 = 660$$

میانگین تعداد

$$\text{تعداد} = \frac{95 - 25}{7} + 1 = 10 + 1 = 11$$

$$\text{و)} \quad 13 + 23 + 33 + \dots + 253 = 25 \times \frac{13 + 253}{2} = 25 \times 133 = 3325$$

$$\text{تعداد} = \frac{253 - 13}{10} + 1 = 24 + 1 = 25$$



$$\text{ز) } \overset{+3}{\curvearrowright} \overset{+3}{\curvearrowright} 64 + 67 + 70 + \dots + 121 = 20 \times \frac{64 + 121}{2} = 20 \times 92 / 2 = 1840 \quad \left(\frac{10}{2} \times \frac{184}{1} = 1840 \right)$$

$$\text{تعداد} = \frac{121 - 64}{3} + 1 = 19 + 1 = 20$$

$$\text{ح) } \overset{-3}{\curvearrowright} \overset{-3}{\curvearrowright} 20 + 17 + 14 + 11 + \dots + (-4) + (-7) = 10 \times \frac{20 + (-7)}{2} = 10 \times 6 / 2 = 60 \quad \left(\frac{5}{1} \times \frac{12}{1} = 60 \right)$$

$$\text{تعداد} = \frac{(-7) - (-20)}{-3} + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$\text{ط) } \overset{-20}{\curvearrowright} \overset{-20}{\curvearrowright} (-12) + (-32) + (-52) + \dots + (-112) = 6 \times \frac{-12 + (-112)}{2} = 6 \times (-62) = -372$$

$$\text{تعداد} = \frac{(-112) - (-12)}{-20} + 1 = \frac{-100}{-20} + 1 = 5 + 1 = 6$$

نکته ۲۵: بعضی عبارتها شاید در نگاه اول کمی پیچیده یا طولانی به نظر برسند، ولی با کمی دقت و آرامش، به نکته‌ای ظریف یا نظم‌ی خاص در آن سوال پی خواهیم برد که به کمک آن، به راحتی می‌توان به جواب رسید.

مثال: حاصل عبارتهای زیر را بیابید.

$$\text{الف) } (1393 - 1)(1393 - 2)(1393 - 3) \dots (1393 - 2014) = \boxed{0}$$

نماد «...» به معنی «ادامه یافتن با همان ترتیب» می‌باشد. پس با کمی دقت می‌فهمیم که حتماً یکی از پرانتزهای موجود در آن بین، $(1393 - 1393)$ می‌باشد و چون همه پرانتزها در هم ضرب شده‌اند و حاصل ضرب هر عدد در صفر برابر با صفر است، پس حاصل کل عبارت برابر است با صفر.

$$\text{ب) } \overset{+1}{\curvearrowright} -1 + \overset{+1}{\curvearrowright} 2 - \overset{+1}{\curvearrowright} 3 + \overset{+1}{\curvearrowright} 4 - 5 + 6 - 7 + \dots - 99 + 100 = 50 \times (+1) = +50$$

اگر حاصل هر جفت عدد متوالی را به ترتیب پیدا کنیم، پنجاه تا عدد $+1$ خواهیم داشت. به عبارت دیگر 50 جفت عدد داریم که حاصل هر جفت $+1$ می‌باشد.

$$\text{ج) } \overset{-3}{\curvearrowright} 3 - \overset{-3}{\curvearrowright} 6 + \overset{-3}{\curvearrowright} 9 - 12 + \dots + \overset{-3}{\curvearrowright} 63 - 66 = 11 \times (-3) = -33$$

$$\text{د) } \overset{-5}{\curvearrowright} 5 - \overset{-5}{\curvearrowright} 10 + \overset{-5}{\curvearrowright} 15 - 20 + \dots + \overset{-5}{\curvearrowright} 55 - 60 = 6 \times (-5) = -30$$



اعداد گویا

گویا صفت فاعلی از مصدر گفتن می‌باشد و در ریاضی، هر عدد کسری مانند $\frac{4}{9}$ یا $-\frac{30}{11}$ یا هر عددی که بتوان آن را به شکل یک کسر نوشت را

یک عدد گویا می‌نامند. مانند $-12, 0, +5, -7/3, +0/28$ که به ترتیب به شکل کسرهای $\frac{-12}{1}, \frac{0}{1}, \frac{-73}{10}, \frac{+5}{10}, \frac{+28}{1000}$

نوشته می‌شوند.

یا به بیان بهتر:

به طور کلی هر عددی که بتوان آن را به صورت کسر $\frac{a}{b}$ نوشت به طوری که صورت و مخرج آن متعلق به اعداد صحیح باشند و مخرج آن غیر صفر باشد، ($b \neq 0$) یک عدد گویا است.

مجموعه اعداد گویا را با حرف Q که حرف اول کلمه Quotient به معنای «خارج قسمت» است، نمایش می‌دهند.

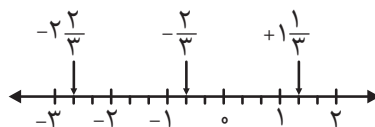
نمایش اعداد گویا روی محور: عدد مخرج، تعداد تقسیم‌بندی در هر واحد روی محور صحیح را نشان می‌دهد؛ یعنی برای

$-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{-8}{3}$ باید هر واحد را (با قرار دادن ۶ نقطه) به هفت قسمت مساوی تقسیم کرد. سپس با توجه به عدد صورت، واحدهای

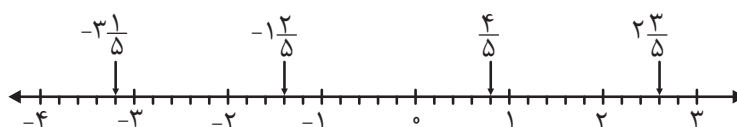
کوچک را شمرده و به سمت منفی یا مثبت پیش‌روی می‌کنیم. (اگر منفی بود، به سمت چپ و اگر مثبت بود، به سمت راست حرکت کرده و می‌شماریم)

مثال: مکان اعداد مورد نظر را روی محور نشان دهید.

الف) $-\frac{2}{3}, +\frac{1}{3}, \frac{-8}{3} = -2\frac{2}{3}$

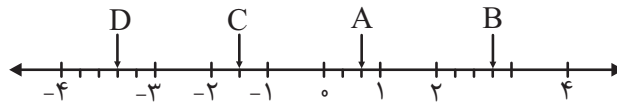


ب) $\frac{4}{5}, -\frac{7}{5} = -1\frac{2}{5}, +\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}, \frac{-16}{5} = -3\frac{1}{5}$





مثال: نقاط مشخص شده چه عددهایی را نشان می‌دهند؟



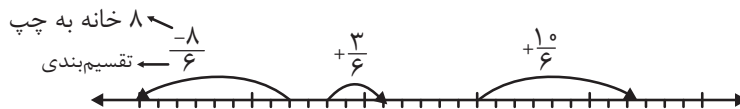
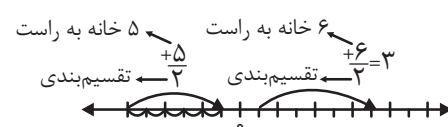
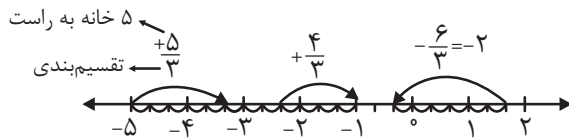
2 خانه به راست $A = +\frac{2}{3}$ بین 0 و 1
تقسیم‌بندی

3 خانه سوم $B = +2\frac{3}{4}$ بین 2 و 3
تقسیم‌بندی

1 خانه یکم $C = -1\frac{1}{2}$ بین -1 و -2
تقسیم‌بندی

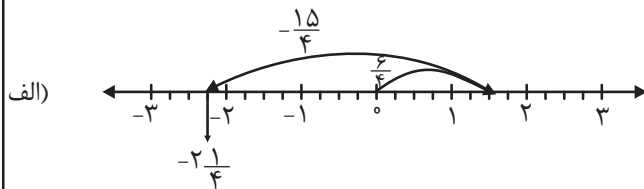
2 خانه دوم $D = -3\frac{2}{5}$ بین -3 و -4
تقسیم‌بندی

مثال: عدد متناظر با حرکت‌های زیر را بنویسید.

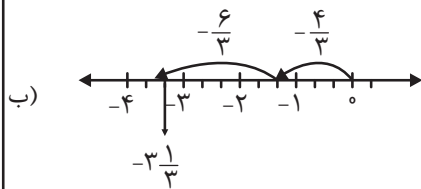


نقطه‌ی مقصد = (حرکت دوم) + (حرکت اول)

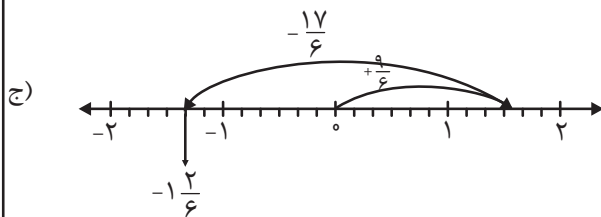
مثال: برای حرکت‌های زیر جمع بنویسید.



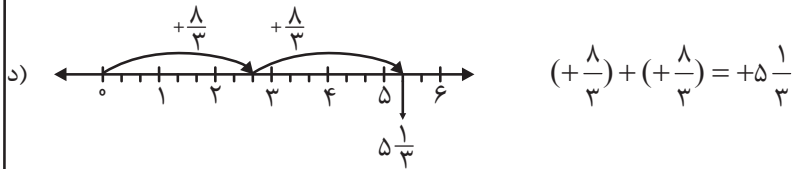
$$\left(+\frac{6}{4}\right) + \left(-\frac{15}{4}\right) = -2\frac{1}{4}$$



$$\left(-\frac{6}{3}\right) + \left(-\frac{4}{3}\right) = -3\frac{1}{3}$$



$$\left(+\frac{9}{6}\right) + \left(-\frac{17}{6}\right) = -1\frac{2}{6}$$



نکته ۲۶: قرینه کردن اعداد گویا نیز مانند قرینه‌ی اعداد صحیح، با تغییر علامت + به - و - به + انجام می‌شود.

$$-\frac{2}{17} \text{ قرینه} = -(-\frac{2}{17}) = +\frac{2}{17}$$

$$+\frac{1}{8} \text{ قرینه} = -(+\frac{1}{8}) = -\frac{1}{8}$$

$$+\frac{25}{9} \text{ قرینه} = -(+\frac{25}{9}) = -\frac{25}{9}$$

$$-\frac{6}{7} \text{ قرینه} = -(-\frac{6}{7}) = +\frac{6}{7}$$

نکته ۲۷: برای تبدیل عدد مخلوط به کسر، همان‌طور که در دوران ابتدایی آموختیم، قسمت صحیح را بدون علامت در مخرج، ضرب و سپس با صورت جمع می‌کنیم و حاصل را به عنوان صورت کسر حاصل نوشته و مخرج ثابت می‌ماند. لازم به ذکر است علامت عدد مخلوط و کسر تبدیل شده، یکسان می‌باشد.

$$+3\frac{2}{11} = +\frac{3 \times 11 + 2}{11} = +\frac{35}{11}$$

$$-8\frac{4}{7} = -\frac{8 \times 7 + 4}{7} = -\frac{60}{7}$$

کسرهای مساوی: از ضرب هم‌زمان صورت و مخرج کسر در یک عدد دلخواه، کسر جدیدی حاصل می‌شود که با کسر اول برابر است.

مثال: برای هر کسر، چهار کسر مساوی بنویسید.

$$\text{الف) } -\frac{2}{5} = -\frac{2 \times 3}{5 \times 3} = -\frac{6}{15} = -\frac{6 \times 5}{15 \times 5} = -\frac{30}{75}$$

$$-\frac{2}{5} = -\frac{2 \times 7}{5 \times 7} = -\frac{14}{35} = -\frac{14 \times 2}{35 \times 2} = -\frac{28}{70}$$

$$\text{ب) } +\frac{7}{3} = \frac{7 \times 2}{3 \times 2} = \frac{14}{6} = \frac{14 \times 3}{6 \times 3} = \frac{42}{18} = \frac{42 \times 2}{18 \times 2} = \frac{84}{36}$$

ساده کردن کسر: ابتدا عددی طبیعی پیدا می‌کنیم که صورت و مخرج، هر دو بر آن عدد بخش‌پذیر باشند (شمارنده‌ی مشترک)؛ سپس هر دو را بر آن عدد تقسیم می‌کنیم. آن قدر این کار را تکرار می‌کنیم تا جایی که برای صورت و مخرج، شمارنده‌ای مشترک جز «۱» پیدا نشود.

$$-\frac{15 \div 3}{9 \div 3} = -\frac{5}{3}$$

$$+\frac{42 \div 2}{30 \div 2} = \frac{21 \div 3}{15 \div 3} = \frac{7}{5}$$

$$-\frac{110 \div 5}{165 \div 5} = -\frac{22 \div 11}{33 \div 11} = -\frac{2}{3}$$

نکته ۲۸: برای این که کسر را فقط با یک مرحله تقسیم کردن ساده کنیم، باید صورت و مخرج را بر بزرگ‌ترین شمارنده مشترکشان (ب.م.م) تقسیم کنیم.

$$+\frac{42 \div 6}{30 \div 6} = \frac{7}{5}$$

$$-\frac{110 \div 55}{165 \div 55} = -\frac{2}{3}$$

$$+\frac{36 \div 12}{60 \div 12} = \frac{3}{5}$$

$$-\frac{210 \div 30}{150 \div 30} = -\frac{7}{5}$$



نکته ۲۹: اگر بین اعداد صورت کسر و نیز اعداد مخرج، فقط علامت ضرب وجود داشته باشد، می‌توان هر کدام از اعداد صورت را با هر کدام از مخرج در صورت داشتن شمارنده مشترک، ساده کرد. برای این کار شاید چندین روش وجود داشته باشد که با هر روش و ترتیبی عمل کنیم، جواب فرقی نمی‌کند.

$$\frac{\overset{5}{\cancel{15}} \times \overset{1}{\cancel{14}}}{\cancel{42} \times \cancel{14}} = \frac{5}{1}$$

$$\left(\frac{15}{42} = \frac{5}{14}, \quad \frac{14}{14} = \frac{1}{1} \right)$$

$$\frac{\overset{3}{\cancel{27}} \times \overset{11}{\cancel{44}}}{\cancel{20} \times \cancel{18}} = \frac{33}{10}$$

$$\left(\frac{27}{18} = \frac{3}{2}, \quad \frac{44}{20} = \frac{11}{5} \right)$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{51}}}{\cancel{17} \times \cancel{18}} = \frac{1}{6}$$

$$\left(\frac{51}{17} = \frac{3}{1}, \quad \frac{3}{18} = \frac{1}{6} \right)$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{1}} \times \overset{5}{\cancel{15}}}{\cancel{25} \times \cancel{24}} = \frac{1}{5}$$

$$\left(\frac{1}{24} = \frac{1}{3}, \quad \frac{15}{3} = \frac{5}{1}, \quad \frac{5}{25} = \frac{1}{5} \right)$$

$$\frac{\overset{2}{\cancel{240}}}{\cancel{12} \times \cancel{50} \times 3} = \frac{2}{15}$$

$$\left(\frac{240}{12} = \frac{20}{1}, \quad \frac{20}{50} = \frac{2}{5} \right)$$

* مقدار x در تساوی کسرها: برای به‌دست‌آوردن مقدار x ، حاصل ضرب اعداد قطر مخالف x را بر قطر موافق تقسیم می‌کنیم و به ساده کردن می‌پردازیم تا جواب به‌دست آید.

$$\text{الف) } \frac{x}{8} = \frac{30}{20} \Rightarrow$$

$$x = \frac{\overset{4}{\cancel{12}} \times \overset{3}{\cancel{30}}}{\cancel{20} \times \cancel{1}} = 12$$



$$\text{ب) } \frac{6}{x} = \frac{14}{35} \Rightarrow x = \frac{\overset{3}{\cancel{14}} \times \overset{5}{\cancel{35}}}{\cancel{14}} = 15$$

$$\text{ج) } \frac{15}{9} = \frac{x}{24} \Rightarrow x = \frac{\overset{5}{\cancel{15}} \times \overset{8}{\cancel{24}}}{\cancel{9}} = 40$$

$$\text{د) } \frac{18}{4} = \frac{36}{x} \Rightarrow x = \frac{\overset{2}{\cancel{36}} \times \overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{18}} = 8$$

$$\text{ه) } \frac{5x}{15} = \frac{20}{2} \Rightarrow x = \frac{\overset{3}{\cancel{15}} \times \overset{10}{\cancel{20}}}{\cancel{5} \times \cancel{1}} = 30$$

$$\text{و) } \frac{12}{13x} = \frac{3}{26} \Rightarrow x = \frac{\overset{4}{\cancel{12}} \times \overset{2}{\cancel{26}}}{\cancel{13} \times \cancel{3}} = 8$$

$$\text{ز) } \frac{6 \times 15}{28} = \frac{12 \times 15}{4x} \Rightarrow x = \frac{\overset{2}{\cancel{12}} \times \overset{1}{\cancel{15}} \times \overset{7}{\cancel{28}}}{\cancel{4} \times \cancel{6} \times \cancel{15}} = 14$$

نکته ۳۰: علامت کسر می تواند در صورت، در مخرج یا پشت کسر قرار گیرد. (البته معمولاً در مخرج نوشته نمی شود)



$$-\frac{4}{17} = \frac{-4}{17} = \frac{4}{-17}$$

اگر چند علامت برای کسر وجود داشته باشد، همه علامت ها را یکی می کنیم. (البته فقط تعداد منفی ها مهم است)

$$-\frac{-3}{14} = +\frac{3}{14} \quad -\frac{-16}{-21} = -\frac{16}{21} \quad +\frac{-1}{-5} = +\frac{1}{5}$$

$$\frac{-6 \times -7}{-11 \times (+12)} = -\frac{6 \times 7}{11 \times 12} = -\frac{6 \times 7}{11 \times 12}$$

$$\frac{-15 \times (+16) \times (-8)}{-20 \times (-30)} = -\frac{16 \times 8}{20 \times 30} = +\frac{16 \times 8}{20 \times 30}$$



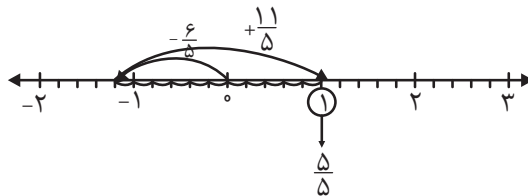
مثال: ساده کنید.

$$\frac{+\frac{1}{40} \times \frac{1}{50} \times (-\frac{1}{60})}{-\frac{3}{50} \times (-\frac{1}{40})} = \frac{-\frac{1}{12000}}{\frac{3}{2000}} = -\frac{1}{12000} \times \frac{2000}{3} = -\frac{1}{18}$$

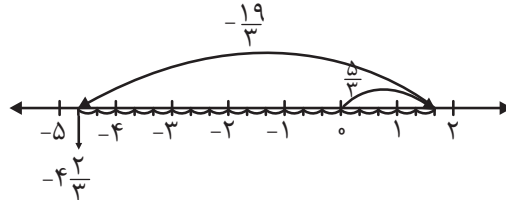
$$-\left(-\frac{1}{21} \times \frac{1}{22}\right) = \frac{1}{462} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

مثال: با رسم حرکت‌های متناسب با سؤال، حاصل را به دست آورید.

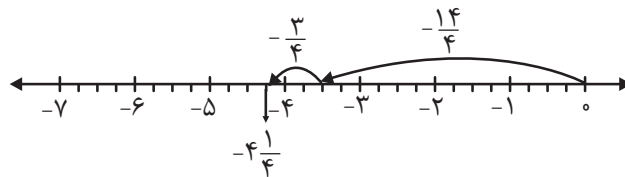
الف) $-\frac{6}{5} + \left(+\frac{11}{5}\right) = \frac{5}{5} = 1$



ب) $\frac{5}{3} - \frac{19}{3} = \left(+\frac{5}{3}\right) + \left(-\frac{19}{3}\right) = -\frac{14}{3}$



ج) $-\frac{14}{4} - \frac{3}{4} = \left(-\frac{14}{4}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{17}{4}$



*** جمع و تفریق کسرها بدون استفاده از محور:**

الف) کسرهای هم‌مخرج: اگر مخرج کسرها مساوی باشد، یکی از آن‌ها را در مخرج جواب نوشته و صورت‌ها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. اگر جواب قابل ساده شدن باشد، آن را ساده می‌کنیم.

$$-\frac{2}{7} + \left(+\frac{3}{7}\right) = \frac{-2+3}{7} = \frac{1}{7}$$

$$+\frac{4}{15} - \left(+\frac{11}{15}\right) = \frac{+4-11}{15} = \frac{-7}{15}$$

$$\frac{-9}{14} + \left(-\frac{5}{14}\right) = \frac{-9-5}{14} = \frac{-14}{14} = -1$$

$$\frac{3}{20} - \frac{25}{20} - \frac{18}{20} = \frac{3-25-18}{20} = \frac{-30}{20} = \frac{-3}{2}$$



$$-\frac{13}{24} - \left(-\frac{20}{24}\right) + \left(+\frac{11}{24}\right) = \frac{-13+20+11}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$+0/37 - 0/87 = +\frac{37}{100} - \frac{87}{100} = \frac{+37-87}{100} = \frac{-50}{100} = \frac{-1}{2}$$

ب) اگر یکی از مخرج‌ها بر دیگری بخش پذیر باشد: مخرج کوچک‌تر را در عدد مناسب ضرب می‌کنیم تا با کسر دیگر، هم‌مخرج شود.

(مخرج مشترک می‌گیریم) لازم به تذکر است اگر مخرج کسری در یک عدد ضرب شود، صورت نیز باید در همان عدد ضرب شود.

$$\frac{-7 \times 2}{15 \times 2} + \frac{7}{30} = \frac{-14+7}{30} = \frac{-7}{30}$$

$$\frac{9}{28} - \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{9+21}{28} = \frac{30}{28} = \frac{15}{14}$$

$$+\frac{1 \times 16}{2 \times 16} + \left(-\frac{3}{8}\right) - \left(-\frac{3}{32}\right) = \frac{16-12+3}{32} = \frac{7}{32}$$

$$\frac{3 \times 8}{1 \times 8} - \frac{24-3}{8} = \frac{21}{8}$$

$$-\frac{12 \times 2}{35 \times 2} + \left(-\frac{9}{70}\right) - \left(+\frac{1}{10}\right) = \frac{-24-9-7}{70} = \frac{-40}{70} = \frac{-4}{7}$$

$$\frac{5}{13} - \frac{2 \times 13}{1 \times 13} - \frac{5-26}{13} = \frac{-21}{13}$$

$$\frac{-3}{4} - 0/64 + 0/9 = \frac{-3 \times 25}{4 \times 25} + \frac{64}{100} + \frac{9 \times 10}{100} = \frac{-75-64+90}{100} = \frac{-49}{100}$$

ج) مخرج‌ها متفاوت بوده و بر هم بخش پذیر نباشند: باید مخرج مشترکی پیدا کنیم که بر این مخرج‌ها بخش پذیر باشد؛ یعنی

یک مضرب مشترک برای مخرج‌ها. (بهترین مخرج مشترک، همان کوچک‌ترین مضرب مشترک یا ک.م.م مخرج‌ها است). البته ضرب

مخرج‌ها در یک‌دیگر نیز اشکالی ندارد، ولی گاهی ممکن است مخرج مشترک کوچک‌تری پیدا شود که کار را راحت‌تر کند.

$$-\frac{1 \times 2}{9 \times 2} - \frac{1 \times 3}{6 \times 3} - \frac{2-3}{18} = \frac{-5}{18}$$

$$\frac{7 \times 3}{12 \times 3} - \frac{17 \times 2}{18 \times 2} - \frac{21-34}{36} = \frac{-13}{36}$$

$$-\left(+\frac{4 \times 4}{7 \times 4}\right) - \left(-\frac{3 \times 7}{4 \times 7}\right) = \frac{-16+21}{28} = \frac{5}{28}$$

$$-\left(-\frac{3 \times 5}{20 \times 5}\right) + \left(-\frac{4 \times 4}{25 \times 4}\right) = \frac{+15-16}{100} = \frac{-1}{100} = -0/100$$

می‌توان قبل از شروع، هر کسر را در خودش ساده کرد:

$$-\left(-\frac{3}{8}\right) + \left(+\frac{2}{15}\right) = \frac{3 \times 5}{8 \times 5} + \frac{2 \times 8}{15 \times 8} = \frac{15+16}{40} = \frac{31}{40}$$

$$\frac{7 \times 6}{5 \times 6} - \frac{2 \times 30}{1 \times 30} - \frac{1 \times 5}{6 \times 5} = \frac{42-60-5}{30} = \frac{-23}{30}$$



$$\frac{1 \times 5 \quad 2 \times 3 \quad 1 \times 9}{9 \times 5 \quad 15 \times 3 \quad 5 \times 9} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$$

\downarrow
 ۱۵
 ۳۰
 ۴۵

$$-\frac{5 \times 4}{9 \times 4} - \left(-\frac{5 \times 6}{6 \times 6}\right) + \left(-\frac{5 \times 3}{12 \times 3}\right) = \frac{-20 + 30 - 15}{36} = \frac{-5}{36}$$

\downarrow
 ۱۲
 ۲۴
 ۳۶

نکته ۳۱: دو عدد صحیح و کسری هم‌علامت را می‌توان به یک عدد مخلوط تبدیل کرد و برعکس.

$$-2 - \frac{2}{5} = -2\frac{2}{5}$$

$$+11 + \frac{3}{8} = +11\frac{3}{8}$$

$$-1 - \frac{9}{25} = -1\frac{9}{25}$$

$$3\frac{1}{6} = +3 + \frac{1}{6}$$

$$-5\frac{2}{7} = -5 - \frac{2}{7}$$

در جمع و تفریق اعداد مخلوط می‌توان از نکته فوق کمک گرفت، چرا که تبدیل عدد مخلوط به کسر، صورت عبارت را بزرگ‌تر کرده و گاهی کار سخت می‌شود.

الف)
$$-2\frac{3}{5} + 4\frac{5}{6} = -2 - \frac{3}{5} + 4 + \frac{5}{6} = (-2 + 4) + \left(-\frac{3}{5} + \frac{5}{6}\right) = 2 + \frac{-18 + 25}{30} = 2 + \frac{7}{30} = 2\frac{7}{30}$$

ب)
$$-5\frac{3}{8} - 6\frac{1}{12} = -5 - \frac{3}{8} - 6 - \frac{1}{12} = (-5 - 6) + \left(-\frac{3}{8} - \frac{1}{12}\right) = -11 + \frac{-9 - 2}{24} = -11 - \frac{11}{24} = -11\frac{11}{24}$$

ج)
$$7\frac{4}{13} - 10\frac{25}{26} + 4\frac{1}{2} = 7 + \frac{4}{13} - 10 - \frac{25}{26} + 4 + \frac{1}{2} = (7 - 10 + 4) + \left(\frac{4}{13} - \frac{25}{26} + \frac{1}{2}\right) =$$

$$+1 + \frac{+8 - 25 + 13}{26} = 1 - \frac{4}{26} = 1 - \frac{2}{13} = \frac{13 - 2}{13} = \frac{11}{13}$$

د)
$$14\frac{1}{4} + 9\frac{1}{6} - 25\frac{1}{8} = 14 + \frac{1}{4} + 9 + \frac{1}{6} - 25 - \frac{1}{8} = (14 + 9 - 25) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8}\right)$$

$$-2 + \frac{6 + 4 - 3}{24} = -2 + \frac{7}{24} = \frac{-48 + 7}{24} = \frac{-41}{24}$$

ه)
$$5 - 5\frac{2}{3} = 5 - 5 - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

جمع و تفریق اعداد اعشاری: اعداد اعشاری را علاوه بر روش تبدیل به کسر، می‌توان با روش اعداد صحیح، جمع و تفریق کرد:

(۱) نوشتن علامت عدد با مقدار بیش‌تر (۲) موافق‌ها جمع، مخالف‌ها کم



هنگام زیر هم نوشتن برای جمع و تفریق، باید ممیز زیر ممیز قرار گرفته و رقم‌های اطراف ممیز، به ترتیب زیر هم چیده شوند.

$$\begin{array}{r} 4 / 7 \ 0 \\ - 0 / 4 \ 7 \\ \hline 4 / 2 \ 3 \end{array}$$

الف) $-4/7 + 0/47 = -4/23$

$$\begin{array}{r} 2 \ 3 / 1 \ 1 \\ - 1 \ 2 / 5 \ 0 \\ \hline 1 \ 0 / 6 \ 1 \end{array}$$

ب) $-12/5 + 23/11 = +10/61$

$$\begin{array}{r} 8 / 1 \ 6 \ 0 \\ + 7 / 4 \ 9 \ 1 \\ \hline 1 \ 5 / 6 \ 5 \ 1 \end{array}$$

ج) $-8/16 - 7/491 = -15/651$

$$\begin{array}{r} 4 / 0 \\ 0 / 7 \\ 1 \ 1 / 2 \\ \hline 1 \ 5 / 9 \end{array}$$

د) $-4 + (-0/7) - (+11/2) = -4 - 0/7 - 11/2 = -15/9$

ضرب اعداد گویا: پس از یکی کردن علامت‌ها و انجام عمل ساده کردن، حاصل ضرب صورت‌ها را در صورت جواب و حاصل ضرب

مخرج‌ها را در مخرج جواب می‌نویسیم. (دقیقاً مانند سوالات ساده کنید مثل: $\frac{(-12) \times (+14)}{(-21) \times (-20)}$)

$$-\frac{15}{16} \times \frac{+24}{25} = -\frac{9}{10}$$

$$-\frac{12}{17} \times \frac{-23}{24} = +\frac{23}{34}$$

$$-\frac{28}{33} \times \frac{+22}{14} \times \left(-\frac{15}{20}\right) = +\frac{1}{1} = 1$$

$$-\frac{27}{41} \times \frac{-41}{27} = +1$$

$$0/64 \times \frac{-25}{48} = \frac{64}{100} \times \frac{-25}{48} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{-20}{11} \times \left[-\left(\frac{-33}{1}\right)\right] = -60$$

نکته ۳۲: برای ضرب اعداد مخلوط، باید آن‌ها را به کسر تبدیل کنیم.

الف) $+1 \frac{8}{17} \times \left(-6 \frac{4}{5}\right) = +\frac{25}{17} \times \frac{-34}{5} = -10$

ب) $\frac{-1}{20} \times 2 \frac{6}{7} = \frac{-1}{20} \times \frac{20}{7} = \frac{-1}{7}$

نکته ۳۳: می‌دانید که قرینه با تغییر علامت (+ و -) سروکار دارد و معکوس با تغییر جای صورت و مخرج. (عدد مخلوط را

می‌توان با تغییر علامت قرینه کرد، ولی برای معکوس کردن باید ابتدا آن را به کسر تبدیل کرد.)



$$\left. \begin{array}{l} \text{قرینه: } +\frac{2}{7} \\ \text{معکوس: } -\frac{7}{2} \\ \text{قرینه‌ی معکوس: } +\frac{7}{2} \end{array} \right\} -\frac{2}{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{قرینه: } -\frac{5}{6} = -\frac{17}{6} \\ \text{معکوس: } +\frac{6}{17} \\ \text{قرینه‌ی معکوس: } -\frac{6}{17} \end{array} \right\} +\frac{5}{6}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{قرینه: } +\frac{3}{5} = +\frac{23}{5} \\ \text{معکوس: } -\frac{5}{23} \\ \text{قرینه‌ی معکوس: } +\frac{5}{23} \end{array} \right\} -\frac{3}{5}$$

مثال: آیا $-1\frac{2}{5}$ معکوس $-1\frac{5}{2}$ است؟ خیر، معکوس $-1\frac{5}{2}$ برابر است با $-\frac{2}{5}$.

نکته ۳۴: صفر تنها عددی است که معکوس ندارد (زیرا کسری که مخرجش صفر باشد، تعریف نشده است).

نکته ۳۵: حاصل ضرب هر عدد در معکوسش برابر است با یک.

$$-\frac{4}{5} \times \frac{-5}{4} = +1$$

نکته ۳۶: حاصل ضرب هر عدد در قرینه‌ی معکوسش برابر است با -1 .

$$-\frac{4}{5} \times \frac{+5}{4} = -1$$

* **ضرب اعداد اعشاری:** به جای تبدیل عدد اعشاری به کسر، پس از یکی کردن علامت‌ها، مانند دوران ابتدایی عمل می‌کنیم، یعنی اعداد را بدون در نظر گرفتن ممیزشان در یکدیگر ضرب کرده و به تعداد رقم‌های اعشاری هر دو عدد روی هم، در پاسخ، اعشار می‌زنیم.

$$-2/5 \times (-0/04) = +0/100 = 0/1 \qquad +40 \times (-7/5) = -300/0 = -300$$

$$(-0/3)^4 = -0/3 \times (-0/3) \times (-0/3) \times (-0/3) = +0/0081$$

$$+0/0002 \times (-0/07) \times (+0/5) = -0/0000070 = -0/000007$$

تقسیم اعداد گویا: «کسر اول ضرب در معکوس کسر دوم»

$$-\frac{17}{26} \div \frac{-17}{13} = \frac{-17}{26} \times \frac{-13}{17} = +\frac{1}{2}$$

$$+\frac{45}{32} \div \frac{-27}{40} = \frac{45}{32} \times \frac{40}{27} = \frac{-25}{12}$$

$$-7\frac{1}{3} \div \left(-\frac{33}{2}\right) = \frac{-22}{3} \times \frac{-2}{33} = +\frac{4}{9}$$

$$\frac{-13}{6} \div \left(+9\frac{3}{4}\right) = \frac{-13}{6} \div \frac{39}{4} = \frac{-13}{6} \times \frac{4}{39} = \frac{-2}{9}$$

$$-0/27 \div 0/045 = \frac{-27}{100} \div \frac{45}{1000} = \frac{-27}{100} \times \frac{1000}{45} = -6$$

$$-\frac{42}{50} \div (-0/56) = \frac{-42}{50} \div \frac{-56}{100} = \frac{-42}{50} \times \frac{100}{56} = +\frac{3}{2}$$

تقسیم کسرها را با خط کسری نیز می‌توان بیان کرد. (کسر بالایی ضرب در معکوس پایینی)

$$\frac{-16}{25} \div \frac{-45}{40} = \frac{-16}{25} \times \frac{-40}{45} = +\frac{128}{225}$$

$$\frac{-70}{-29} \div \frac{-58}{80} = \frac{-70}{-29} \times \frac{-80}{58} = +\frac{2800}{1681}$$



بعضی‌ها هم می‌گویند، دور در دور بیاید بالا، نزدیک در نزدیک برود پایین. (با روش بالا فرقی ندارد).

$$\frac{-16}{25} = \frac{-16 \times 45}{25 \times (-40)} = \frac{+18}{25}$$

$$\frac{-70}{-29} = \frac{-70 \times 58}{-80 \times (-29)} = \frac{+7}{4}$$

نکته ۳۷: حاصل تقسیم صفر بر هر عددی برابر است با صفر. (ولی تقسیم عدد بر صفر تعریف نشده است).

$$\frac{-7}{18} = \frac{-7}{18}, \quad \frac{-5}{-72} = +\frac{5}{72}$$

نکته ۳۸: حاصل تقسیم هر عدد بر یک، برابر است با همان عدد.

$$1 \div \frac{-7}{22} = \frac{-22}{7}, \quad \frac{1}{4} = \frac{11}{44}$$

نکته ۳۹: حاصل تقسیم عدد یک بر هر عددی برابر است با معکوس آن عدد.

$$\frac{-24}{113} \div \frac{+24}{113} = -1, \quad \frac{+59}{60} \div \frac{-59}{60} = -1$$

نکته ۴۰: حاصل تقسیم هر عدد بر قرینه‌اش برابر است با -۱.

عبارت‌های ترکیبی:

مثال: با رعایت اولویت‌ها، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{3}{8} - \frac{6}{9} \times \frac{15}{16} = \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = \frac{-2}{8} = \boxed{\frac{-1}{4}}$ $\left(\frac{6}{9} \times \frac{15}{16} = \frac{5}{8}\right)$

ب) $\frac{-4}{7} + \frac{-25}{24} \times \frac{+16}{15} \div \frac{-10}{9} = \frac{-4}{7} + \frac{1}{1} = \frac{-4+7}{7} = \boxed{\frac{3}{7}}$ $\left(-\frac{25}{24} \times \frac{16}{15} \times \frac{-9}{10} = 1\right)$

ج) $(-5+2-9) \div \left(\frac{-24}{6} \times \frac{-30}{8}\right) = -12 \div 15 = \frac{-12}{15} = \boxed{\frac{-4}{5}}$

د) $\left(2\frac{3}{10} - 3\frac{4}{15}\right) \div \left(\frac{+20}{-10}\right) = \frac{-29}{30} \div \left(\frac{-58}{1}\right) = \frac{-29}{30} \times \frac{-1}{58} = \boxed{\frac{+1}{60}}$

$2 + \frac{3}{10} - 3 - \frac{4}{15} = 2 - 3 + \frac{3}{10} - \frac{4}{15} = -1 + \frac{9-8}{30} = \frac{-1}{30} + \frac{1}{30} = \frac{-30+1}{30} = \frac{-29}{30}$ $\left(+\frac{20}{1} \times \frac{-29}{10} = -58\right)$

ه) $\frac{-42}{24} \times \frac{-44}{10} = \frac{-42}{24} \times \frac{-44}{10} \times \frac{-20}{77} = \boxed{-2}$

و) $\frac{5}{24} - \frac{5}{16} = \frac{5}{48} = \frac{-5}{48} \times \frac{-48}{11} = +\frac{5}{11}$ $\left(\frac{5}{24} - \frac{5}{16} = \frac{10-15}{48} = \frac{-5}{48}\right)$



$$1 + 1\frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$1 - \frac{1}{5} = \frac{5}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$1 - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$1 - \frac{1}{7} = \frac{7}{7} - \frac{1}{7} = \frac{6}{7}$$

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$1 - \frac{1}{9} = \frac{9}{9} - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$1 - \frac{1}{10} = \frac{10}{10} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$$

$$1 - \frac{1}{11} = \frac{11}{11} - \frac{1}{11} = \frac{10}{11}$$

$$1 - \frac{1}{12} = \frac{12}{12} - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

$$1 - \frac{1}{13} = \frac{13}{13} - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

$$1 - \frac{1}{14} = \frac{14}{14} - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}$$

$$1 - \frac{1}{15} = \frac{15}{15} - \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$$

$$1 - \frac{1}{16} = \frac{16}{16} - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$1 - \frac{1}{17} = \frac{17}{17} - \frac{1}{17} = \frac{16}{17}$$

$$1 - \frac{1}{18} = \frac{18}{18} - \frac{1}{18} = \frac{17}{18}$$

$$1 - \frac{1}{19} = \frac{19}{19} - \frac{1}{19} = \frac{18}{19}$$

$$1 - \frac{1}{20} = \frac{20}{20} - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

$$1 - \frac{1}{21} = \frac{21}{21} - \frac{1}{21} = \frac{20}{21}$$

$$1 - \frac{1}{22} = \frac{22}{22} - \frac{1}{22} = \frac{21}{22}$$

$$1 - \frac{1}{23} = \frac{23}{23} - \frac{1}{23} = \frac{22}{23}$$

$$1 - \frac{1}{24} = \frac{24}{24} - \frac{1}{24} = \frac{23}{24}$$

$$1 - \frac{1}{25} = \frac{25}{25} - \frac{1}{25} = \frac{24}{25}$$

$$1 - \frac{1}{26} = \frac{26}{26} - \frac{1}{26} = \frac{25}{26}$$

$$1 - \frac{1}{27} = \frac{27}{27} - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}$$

$$1 - \frac{1}{28} = \frac{28}{28} - \frac{1}{28} = \frac{27}{28}$$

$$1 - \frac{1}{29} = \frac{29}{29} - \frac{1}{29} = \frac{28}{29}$$

$$1 - \frac{1}{30} = \frac{30}{30} - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$$

$$1 - \frac{1}{31} = \frac{31}{31} - \frac{1}{31} = \frac{30}{31}$$

$$1 - \frac{1}{32} = \frac{32}{32} - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$$

$$1 - \frac{1}{33} = \frac{33}{33} - \frac{1}{33} = \frac{32}{33}$$

$$1 - \frac{1}{34} = \frac{34}{34} - \frac{1}{34} = \frac{33}{34}$$

$$1 - \frac{1}{35} = \frac{35}{35} - \frac{1}{35} = \frac{34}{35}$$

$$1 - \frac{1}{36} = \frac{36}{36} - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$$

$$1 - \frac{1}{37} = \frac{37}{37} - \frac{1}{37} = \frac{36}{37}$$

$$1 - \frac{1}{38} = \frac{38}{38} - \frac{1}{38} = \frac{37}{38}$$

$$1 - \frac{1}{39} = \frac{39}{39} - \frac{1}{39} = \frac{38}{39}$$

$$1 - \frac{1}{40} = \frac{40}{40} - \frac{1}{40} = \frac{39}{40}$$

$$1 - \frac{1}{41} = \frac{41}{41} - \frac{1}{41} = \frac{40}{41}$$

$$1 - \frac{1}{42} = \frac{42}{42} - \frac{1}{42} = \frac{41}{42}$$

$$1 - \frac{1}{43} = \frac{43}{43} - \frac{1}{43} = \frac{42}{43}$$

$$1 - \frac{1}{44} = \frac{44}{44} - \frac{1}{44} = \frac{43}{44}$$

$$1 - \frac{1}{45} = \frac{45}{45} - \frac{1}{45} = \frac{44}{45}$$

$$1 - \frac{1}{46} = \frac{46}{46} - \frac{1}{46} = \frac{45}{46}$$

$$1 - \frac{1}{47} = \frac{47}{47} - \frac{1}{47} = \frac{46}{47}$$

$$1 - \frac{1}{48} = \frac{48}{48} - \frac{1}{48} = \frac{47}{48}$$

$$1 - \frac{1}{49} = \frac{49}{49} - \frac{1}{49} = \frac{48}{49}$$

$$1 - \frac{1}{50} = \frac{50}{50} - \frac{1}{50} = \frac{49}{50}$$

$$1 - \frac{1}{51} = \frac{51}{51} - \frac{1}{51} = \frac{50}{51}$$

$$1 - \frac{1}{52} = \frac{52}{52} - \frac{1}{52} = \frac{51}{52}$$

$$1 - \frac{1}{53} = \frac{53}{53} - \frac{1}{53} = \frac{52}{53}$$

$$1 - \frac{1}{54} = \frac{54}{54} - \frac{1}{54} = \frac{53}{54}$$

$$1 - \frac{1}{55} = \frac{55}{55} - \frac{1}{55} = \frac{54}{55}$$

$$1 - \frac{1}{56} = \frac{56}{56} - \frac{1}{56} = \frac{55}{56}$$

$$1 - \frac{1}{57} = \frac{57}{57} - \frac{1}{57} = \frac{56}{57}$$

$$1 - \frac{1}{58} = \frac{58}{58} - \frac{1}{58} = \frac{57}{58}$$

$$1 - \frac{1}{59} = \frac{59}{59} - \frac{1}{59} = \frac{58}{59}$$

$$1 - \frac{1}{60} = \frac{60}{60} - \frac{1}{60} = \frac{59}{60}$$

$$1 - \frac{1}{61} = \frac{61}{61} - \frac{1}{61} = \frac{60}{61}$$

$$1 - \frac{1}{62} = \frac{62}{62} - \frac{1}{62} = \frac{61}{62}$$

$$1 - \frac{1}{63} = \frac{63}{63} - \frac{1}{63} = \frac{62}{63}$$

$$1 - \frac{1}{64} = \frac{64}{64} - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

$$1 - \frac{1}{65} = \frac{65}{65} - \frac{1}{65} = \frac{64}{65}$$

$$1 - \frac{1}{66} = \frac{66}{66} - \frac{1}{66} = \frac{65}{66}$$

$$1 - \frac{1}{67} = \frac{67}{67} - \frac{1}{67} = \frac{66}{67}$$

$$1 - \frac{1}{68} = \frac{68}{68} - \frac{1}{68} = \frac{67}{68}$$

$$1 - \frac{1}{69} = \frac{69}{69} - \frac{1}{69} = \frac{68}{69}$$

$$1 - \frac{1}{70} = \frac{70}{70} - \frac{1}{70} = \frac{69}{70}$$

$$1 - \frac{1}{71} = \frac{71}{71} - \frac{1}{71} = \frac{70}{71}$$

$$1 - \frac{1}{72} = \frac{72}{72} - \frac{1}{72} = \frac{71}{72}$$

$$1 - \frac{1}{73} = \frac{73}{73} - \frac{1}{73} = \frac{72}{73}$$

$$1 - \frac{1}{74} = \frac{74}{74} - \frac{1}{74} = \frac{73}{74}$$

$$1 - \frac{1}{75} = \frac{75}{75} - \frac{1}{75} = \frac{74}{75}$$

$$1 - \frac{1}{76} = \frac{76}{76} - \frac{1}{76} = \frac{75}{76}$$

$$1 - \frac{1}{77} = \frac{77}{77} - \frac{1}{77} = \frac{76}{77}$$

$$1 - \frac{1}{78} = \frac{78}{78} - \frac{1}{78} = \frac{77}{78}$$

$$1 - \frac{1}{79} = \frac{79}{79} - \frac{1}{79} = \frac{78}{79}$$

$$1 - \frac{1}{80} = \frac{80}{80} - \frac{1}{80} = \frac{79}{80}$$

$$1 - \frac{1}{81} = \frac{81}{81} - \frac{1}{81} = \frac{80}{81}$$

$$1 - \frac{1}{82} = \frac{82}{82} - \frac{1}{82} = \frac{81}{82}$$

$$1 - \frac{1}{83} = \frac{83}{83} - \frac{1}{83} = \frac{82}{83}$$

$$1 - \frac{1}{84} = \frac{84}{84} - \frac{1}{84} = \frac{83}{84}$$

$$1 - \frac{1}{85} = \frac{85}{85} - \frac{1}{85} = \frac{84}{85}$$

$$1 - \frac{1}{86} = \frac{86}{86} - \frac{1}{86} = \frac{85}{86}$$

$$1 - \frac{1}{87} = \frac{87}{87} - \frac{1}{87} = \frac{86}{87}$$

$$1 - \frac{1}{88} = \frac{88}{88} - \frac{1}{88} = \frac{87}{88}$$

$$1 - \frac{1}{89} = \frac{89}{89} - \frac{1}{89} = \frac{88}{89}$$

$$1 - \frac{1}{90} = \frac{90}{90} - \frac{1}{90} = \frac{89}{90}$$

$$1 - \frac{1}{91} = \frac{91}{91} - \frac{1}{91} = \frac{90}{91}$$

$$1 - \frac{1}{92} = \frac{92}{92} - \frac{1}{92} = \frac{91}{92}$$

$$1 - \frac{1}{93} = \frac{93}{93} - \frac{1}{93} = \frac{92}{93}$$

$$1 - \frac{1}{94} = \frac{94}{94} - \frac{1}{94} = \frac{93}{94}$$

$$1 - \frac{1}{95} = \frac{95}{95} - \frac{1}{95} = \frac{94}{95}$$

$$1 - \frac{1}{96} = \frac{96}{96} - \frac{1}{96} = \frac{95}{96}$$

$$1 - \frac{1}{97} = \frac{97}{97} - \frac{1}{97} = \frac{96}{97}$$

$$1 - \frac{1}{98} = \frac{98}{98} - \frac{1}{98} = \frac{97}{98}$$

$$1 - \frac{1}{99} = \frac{99}{99} - \frac{1}{99} = \frac{98}{99}$$

$$1 - \frac{1}{100} = \frac{100}{100} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$$

$$1 + 1 + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$1 - 1 - \frac{2}{3} = 0 - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{-3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{1} = \frac{1-3}{3} = -\frac{2}{3}$$

$$2) \left[-\left(\frac{-3}{-5}\right) \div \left(\frac{-1}{1}\right) \right] = -\frac{3}{5} \div \frac{1}{1} = -\frac{3}{5} \times \frac{1}{1} = \frac{-3}{5}$$

$$3) \frac{-2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{5}{12} + \frac{5}{24} = \frac{-16+4-10+5}{24} = \frac{-17}{24}$$

$$4) 2 - \frac{3}{2 - \frac{3}{2}} = 2 - \frac{3}{2 - \frac{3}{2}} = 2 - \frac{3}{\frac{4-3}{2}} = 2 - \frac{3}{\frac{1}{2}} = 2 - \frac{3}{1} = 2 - 3 = -1$$

$$\frac{2}{1} - \frac{3}{2} = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{1} \times \frac{2}{1} = 6$$

$$5) \frac{-7}{11} \times \frac{-22}{21} - \frac{5}{6} + \frac{1}{2} - \frac{14}{25} \div \frac{-28}{50} = \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} = \frac{4-5+3+6}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{14}{25} \times \frac{50}{28} = +1$$

$$6) \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{43}\right) \left(1 - \frac{1}{44}\right) =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{42}{43} \times \frac{43}{44} = \frac{1}{44}$$

مخرج هر کسر با صورت کسر بعدی ساده شده و فقط صورت کسر اول و مخرج کسر آخر می ماند.



آزمون فصل



۱- درستی یا نادرستی جملات زیر را با ✓ یا × مشخص نمایید.

الف) مجموعه اعداد گویای بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ بی شمار عضو دارد.

ب) $-9000 > -9810$

ج) مجموع دو عدد منفی، عددی مثبت است.

د) اگر عددی منفی را به توان ۵ برسانیم، حاصل، مثبت خواهد شد.

ه) همه اعداد صحیح، گویا هستند.

و) هیچ عدد کسری را نمی توان به شکل عدد صحیح نوشت.

ز) $X < \frac{X}{2}$ وقتی درست است که X عددی منفی باشد.

ح) دو عدد $-\frac{2}{3}$ و $-\frac{3}{2}$ معکوس یکدیگرند.

ط) معکوس معکوس هر عدد، برابر است با خود آن عدد.

۲- در جای خالی کلمه مناسب بنویسید.

الف) همه اعداد صحیح نیز هستند.

ب) اعداد طبیعی به همراه قرینه شان و نیز عدد صفر، مجموعه اعداد را تشکیل می دهند.

ج) حاصل ضرب دو عدد منفی همواره عددی می باشد.

د) از تقسیم هر عدد بر عدد -۱، آن عدد به دست می آید.

ه) از ضرب هر عدد در عدد ۱ به دست می آید.

و) از ضرب هر عدد در عدد -۱ ایجاد می شود.

ز) حاصل جمع هر عدد با برابر با صفر است.

ح) اگر عددی را دوازده بار قرینه کنیم، حاصل برابر است با آن عدد.

ط) هفت برابر اعداد منفی، از خودشان تر و ثلث آن ها از خودشان تر می باشد.

ی) برای هر کسر دلخواه، می توان به تعداد کسر مساوی با آن نوشت.



ک) برای این که کسری را با یک عمل تقسیم کاملاً ساده کنیم، باید صورت و مخرج را بر آن‌ها ساده کنیم.

ل) $\frac{X}{3} < \frac{X}{2}$ وقتی برقرار است که X عددی باشد.

م) قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد برابر است با

ن) از تقسیم عدد یک بر هر عددی آن عدد به دست می‌آید.

۳- در جای خالی عدد مناسب قرار دهید .

الف) بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی است.

ب) اگر X عددی صحیح باشد، مجموعه‌ی $-3 \leq X < 3$ شامل عضو می‌باشد.

ج) اگر حرکت از نقطه‌ای آغاز و در همان نقطه پایان یابد، اندازه‌ی حرکت می‌باشد.

د) مخرج یک کسر نمی‌تواند باشد.

ه) تنها عددی است که معکوس ندارد.

و) حاصل تقسیم هر عدد بر قرینه‌اش برابر است با

ز) معکوس قرینه‌ی ۷- برابر است با

ح) حاصل تقسیم عدد بر هر عددی برابر است با خودش.

ط) حاصل تقسیم عدد بر هر عددی برابر است با معکوس آن عدد.

۴- به هم وصل کنید.

$\frac{7}{15}$
$\frac{15}{7}$
$\frac{-7}{15}$
قرینه‌ی قرینه‌ی $-2\frac{1}{7}$

معکوس $-2\frac{1}{7}$
قرینه‌ی $-2\frac{1}{7}$
معکوس معکوس $-2\frac{1}{7}$
معکوس قرینه‌ی $-2\frac{1}{7}$

۵- قرینه، معکوس و قرینه‌ی معکوس هر یک از اعداد زیر را بنویسید.

الف) $+\frac{5}{9}$

ب) -12

د) $+\frac{1}{5}$

ج) $-2\frac{1}{3}$



الف) $\frac{27 \times 28}{21} =$

ب) $\frac{-45}{25 \times (-27)} =$

ج) $\frac{-34 \times (+30)}{-10 \times (-17)} =$

د) $\frac{-15 \times 54 \times 10}{-81} =$

ه) $\frac{-24 \times (-36)}{144 \times 30} =$

و) $\frac{-7 \times (-8) \times (-9)}{-27 \times (-28)} =$

۷- مقدار X را به دست آورید.

الف) $\frac{30}{x} = \frac{18}{12}$

ب) $\frac{21}{14} = \frac{12}{x}$

ج) $\frac{x}{40} = \frac{35}{25}$

د) $\frac{45}{63} = \frac{x}{35}$

ه) $\frac{-10}{x} = \frac{-22}{33}$

و) $\frac{-16}{-40} = \frac{x}{-15}$

ز) $\frac{18}{5x} = \frac{3}{25}$

ح) $\frac{13x}{36} = \frac{39}{4}$

ط) $\frac{12}{21} = \frac{-24}{7x}$

ی) $\frac{6x}{12} = \frac{12}{2}$



۸- برای هر کدام چهار کسر مساوی بنویسید.

الف) $\frac{-1}{6}$

ب) $\frac{-3}{11}$

ج) $\frac{+4}{7}$

د) $-\frac{0}{9}$

ه) $-\frac{2}{3}$

و) $+\frac{1}{5}$

۹- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $5 + 10 + 15 + \dots + 115 =$

ب) $5 + 9 + 13 + \dots + 41 =$

ج) $19 + 25 + 31 + \dots + 67 =$

د) $-8 - 11 - 14 - \dots - 26 =$

ه) $23 + 18 + 13 + \dots + (-12) + (-17) =$

و) $7 - 8 + 9 - 10 + \dots + 25 - 26 =$

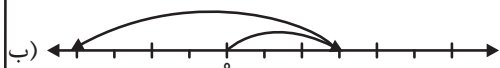
ز) $5 - 9 + 13 - 17 + \dots + 37 - 41 =$

ح) $(13 - 4)(13 - 5)(13 - 6) \dots (13 - 20) =$

ط) $(-17 - 10)(-16 - 10)(-15 - 10) \dots (-21 - 10) =$



۱۰- برای حرکت‌های روی محور، یک جمع بنویسید.



۱۱- برای هر عدد گویا یک حرکت روی محور رسم کنید.

الف) $-\frac{15}{4}, \frac{+5}{4}, -2\frac{3}{4}$

ب) $\frac{10}{3}, \frac{-8}{3}, +2\frac{1}{3}$

ج) $-1\frac{2}{5}, \frac{13}{5}, \frac{-14}{5}$

۱۲- حاصل عبارت‌های زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

الف) $-\frac{6}{5} - \left(-\frac{4}{5}\right) - \frac{1}{15} =$

ب) $-\left(+\frac{3}{8}\right) - \frac{5}{6} =$

ج) $\frac{7}{9} - \frac{5}{12} =$

د) $-\frac{2}{7} - \frac{1}{4} + \frac{13}{14} =$



$$\frac{-36}{20} = \frac{-25}{-18} =$$

$$و) 3\frac{2}{15} - 4\frac{1}{10} =$$

$$ز) -11\frac{3}{5} - 10\frac{1}{6} =$$

$$ح) \frac{-20}{21} \times \left(\frac{+14}{15}\right) \times \left(\frac{-9}{16}\right) =$$

$$ط) \left(\frac{7}{18} - \frac{7}{12}\right) \div \frac{-7}{20} =$$

$$ی) \frac{7}{18} - \frac{7}{12} \div \frac{-7}{20} =$$

$$ک) -3\frac{3}{8} \times 2\frac{2}{9} =$$

$$ل) \frac{-20}{33} \div \left(-4\frac{1}{6}\right) =$$

$$م) \frac{-\frac{2}{5} + 0/3}{-0/1 - \frac{2}{15}} =$$



$$\text{ن) } \frac{4 - 4\frac{5}{11}}{\frac{-13}{22} + \frac{10}{33}} =$$

$$\text{س) } \left(\frac{-1}{5}\right)^2 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^3 =$$

$$\text{ع) } 0.03^2 \times (-2000) =$$

$$\text{ف) } \frac{-8}{2 - \frac{1}{2 - 3\frac{1}{2}}} =$$

$$\text{ص) } \frac{1 - \frac{2}{3 + \frac{1}{2}}}{1 + \frac{2}{2 - \frac{1}{3}}} =$$

$$\text{ق) } 2 - \frac{1 - \frac{1}{1 - \frac{2}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} =$$



آزمون تستی

۱- کدام عدد صحیح نیست؟

$3/25 \times 4$ (۴)	$\frac{-\sqrt{64}}{2}$ (۳)	$\frac{-18}{8}$ (۲)	$-\frac{38}{19}$ (۱)
---------------------	----------------------------	---------------------	----------------------

۲- قرینه‌ی معکوس عدد $3\frac{3}{4}$ + کدام است؟

$\frac{-4}{15}$ (۴)	$\frac{4}{15}$ (۳)	$\frac{-15}{4}$ (۲)	$\frac{15}{4}$ (۱)
---------------------	--------------------	---------------------	--------------------

۳- در تساوی $\frac{48}{30} = \frac{32}{x}$ مقدار x را بیابید.

۳۰ (۴)	۲۴ (۳)	۲۰ (۲)	۱۵ (۱)
--------	--------	--------	--------

۴- مقدار x چند باشد تا تساوی $\frac{30}{8} = \frac{3x}{16}$ برقرار باشد؟

۳۰ (۴)	۲۴ (۳)	۲۰ (۲)	۱۵ (۱)
--------	--------	--------	--------

۵- تساوی $\frac{x}{5} > \frac{x}{3}$ هنگامی برقرار است که x باشد.

فرد (۴)	منفی (۳)	مثبت (۲)	بین صفر و یک (۱)
---------	----------	----------	------------------

۶- معکوس قرینه‌ی معکوس هر عدد برابر است با:

(۲) قرینه‌ی آن عدد	(۱) معکوس آن عدد
(۴) قرینه‌ی معکوس آن عدد	(۳) همان عدد

۷- حاصل تقسیم هر عدد بر برابر است با ۱-.

خودش (۴)	قرینه‌اش (۳)	معکوش (۲)	۱- (۱)
----------	--------------	-----------	--------

۸- حاصل تقسیم عدد یک بر هر عددی برابر است با:

(۴) معکوس آن عدد	(۳) همان عدد	(۲) قرینه‌ی آن عدد	(۱) ۱
------------------	--------------	--------------------	-------

$$\frac{-36 \times (-27)}{(-45)(-60)} =$$

۹- ساده شده‌ی عبارت مقابل کدام است؟

$\frac{-9}{25}$ (۴)	$\frac{9}{25}$ (۳)	$\frac{-3}{5}$ (۲)	$\frac{3}{5}$ (۱)
---------------------	--------------------	--------------------	-------------------



۱۰- کدام با $3\frac{1}{2}$ مساوی نیست؟

$$\frac{-42}{12} \quad (4)$$

$$-3\frac{5}{10} \quad (3)$$

$$\frac{-14}{4} \quad (2)$$

$$-3\frac{2}{6} \quad (1)$$

۱۱- حاصل جمع $8+14+20+\dots+50$ را بیابید.

$$224 \quad (4)$$

$$236 \quad (3)$$

$$232 \quad (2)$$

$$240 \quad (1)$$

$$11+10+9+\dots+(-12)=$$

۱۲- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$-60 \quad (4)$$

$$-132 \quad (3)$$

$$-12 \quad (2)$$

$$-78 \quad (1)$$

$$11+7+3+(-1)+\dots+(-17)=$$

۱۳- حاصل جمع مقابل برابر است با:

$$-34 \quad (4)$$

$$-30 \quad (3)$$

$$-28 \quad (2)$$

$$-24 \quad (1)$$

$$\left(1-\frac{1}{5}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\dots\left(1-\frac{1}{20}\right)=$$

۱۴- پاسخ عبارت مقابل را بیابید.

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$7 \times \frac{4}{1 - \frac{3}{2 - \frac{3}{2 - (-2)}}} =$$

۱۵- حاصل عبارت مقابل برابر است با:

$$-10 \quad (4)$$

$$-20 \quad (3)$$

$$20 \quad (2)$$

$$10 \quad (1)$$

$$-90 \div 5\frac{5}{8} \div 48 =$$

۱۶- معکوس قرینه‌ی عبارت مقابل را بیابید.

$$\frac{-1}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۱۷- اگر ۱۰ حرکت مساوی با حرکت زیر را در ادامه‌ی آن رسم کنیم، به چه نقطه‌ای خواهیم رسید؟



$$-24 \quad (2)$$

$$-20 \quad (1)$$

$$-28\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$-36 \quad (3)$$

$$\left(-1-\frac{1}{3}\right)\left(-1-\frac{1}{4}\right)\left(-1-\frac{1}{5}\right)\dots\left(-1-\frac{1}{17}\right)=$$

۱۸- پاسخ ساده شده‌ی عبارت مقابل را پیدا کنید.

$$-6 \quad (4)$$

$$6 \quad (3)$$

$$-9 \quad (2)$$

$$9 \quad (1)$$

فصل دوم

حساب عددهای طبیعی

۱, ۲, ۳, ...

محتوا و فهرست موضوعی فصل

- یادآوری عددهای طبیعی و ویژگی‌های آن‌ها ۴۳
- یادآوری نکات بخش‌پذیری ۴۴
- یادآوری شمارنده‌های اعداد و ویژگی‌های آن‌ها ۴۵
- یادآوری اعداد اول ۴۶
- یادآوری تجزیه اعداد به شمارنده‌های اولشان ۴۷
- یادآوری بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد (ب.م.م) ۴۹
- نکات و ویژگی‌های مربوط به شمارنده‌ها، ب.م.م و اعداد اول ۵۱
- اعداد نسبت به هم اول (متباین) ۵۴
- رابطه‌ی ب.م.م و ک.م.م ۵۵
- روش غربال برای تشخیص اعداد اول و مرکب ۵۶

یادآوری 

اعداد طبیعی:

از همان کودکی برای شمارش، از اعداد طبیعی استفاده می‌کردیم. کوچک‌ترین آن‌ها عدد ۱ بود ولی عددی به‌عنوان بزرگ‌ترین، در آن‌ها وجود نداشت. مجموعه اعداد طبیعی (Natural Numbers) را به اختصار با حرف N نمایش می‌دهند.



اعداد طبیعی را به شیوه‌های مختلفی می‌توان دسته‌بندی کرد؛ یکی از اصلی‌ترین دسته‌بندی‌ها، تقسیم اعداد طبیعی به اعداد فرد (یا O که از Odd می‌آید) و اعداد زوج (یا E که از Even گرفته شده) می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{اعداد فرد: } O = 1, 3, 5, 7, \dots \\ \text{اعداد زوج: } E = 2, 4, 6, 8, \dots \end{array} \right\} \text{اعداد طبیعی: } N = 1, 2, 3, \dots$$

نکته ۱: حاصل جمع و حاصل ضرب هر دو عدد طبیعی، همواره عددی طبیعی است.

$$\begin{array}{l} \text{طبیعی} \quad 3 \times 8 = 24 \\ \text{طبیعی} \quad 12 + 10 = 22 \\ \text{طبیعی} \quad 12 \times 10 = 120 \\ \text{طبیعی} \quad 3 + 8 = 11 \end{array}$$

نکته ۲: اختلاف دو عدد طبیعی ممکن است طبیعی نباشد.

$$\begin{array}{l} \text{طبیعی} \quad 5 - 3 = 2 \\ \text{غیرطبیعی} \quad 3 - 5 = -2 \end{array}$$

نکته ۳: مجموع، اختلاف و حاصل ضرب دو عدد زوج، همواره عددی زوج است.

$$\begin{array}{l} \text{زوج} \quad 12 - 8 = 4 \\ \text{زوج} \quad 12 + 8 = 20 \\ \text{زوج} \quad 12 \times 8 = 96 \end{array}$$

نکته ۴: مجموع و اختلاف دو عدد فرد، همواره عددی زوج است.

$$\begin{array}{l} \text{زوج} \quad 13 + 7 = 20 \\ \text{زوج} \quad 13 - 7 = 6 \end{array}$$

نکته ۵: حاصل ضرب دو عدد فرد، همواره عددی فرد است.

$$\begin{array}{l} \text{فرد} \quad 5 \times 7 = 35 \\ \text{فرد} \quad 11 \times 9 = 99 \end{array}$$

نکته ۶: صفر شدن باقی‌مانده‌ی تقسیم، نشانه‌ی بخش‌پذیری مقسوم بر مقسوم‌علیه است.

مثال: بخش‌پذیر بودن یا نبودن اعداد زیر را بررسی کنید.

$$\begin{array}{r} 143 \quad | \quad 13 \\ -13 \quad | \quad 11 \\ \hline 13 \\ -13 \\ \hline 0 \quad \checkmark \end{array}$$

۱۴۳ بر ۱۳ بخش‌پذیر است.

$$\begin{array}{r} 98 \quad | \quad 8 \\ -8 \quad | \quad 12 \\ \hline 18 \\ -16 \\ \hline 2 \quad \times \end{array}$$

۹۸ بر ۸ بخش‌پذیر نیست.

$$\begin{array}{r} 91 \quad | \quad 7 \\ -7 \quad | \quad 13 \\ \hline 21 \\ -21 \\ \hline 0 \quad \checkmark \end{array}$$

۹۱ بر ۷ بخش‌پذیر است.

$$\begin{array}{r} 36 \quad | \quad 2 \\ -2 \quad | \quad 18 \\ \hline 16 \\ -16 \\ \hline 0 \quad \checkmark \end{array}$$

۳۶ بر ۲ بخش‌پذیر است.

نکته ۷: با دانستن نکات بخش‌پذیری، می‌توان سریع‌تر و بدون نیاز به تقسیم، به بخش‌پذیر بودن بعضی اعداد پی برد.

بخش‌پذیری بر ۲: باید عدد، زوج (یعنی یکانش یکی از رقم‌های ۰ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸) باشد.

$$176, 685, 33, 3114, 2007$$

مثال: کدام یک از اعداد مقابل بر ۲ بخش‌پذیر هستند؟

بخش‌پذیری بر ۳: مجموع رقم‌ها عددی شود که بر ۳ بخش‌پذیر است.



مثال ۱: کدام یک از اعداد زیر بر ۳ بخش پذیرند؟

۴۳۳ ، ۵۴۳ ، ۴۲۷۲ ، ۲۰۰۶ ، ۱۱۱
 $4+3+3=10 \times$ $5+3+4=12 \checkmark$ $4+2+7+2=15 \checkmark$ $2+6=8 \times$ $1+1+1=3 \checkmark$

بخش پذیری بر ۵: رقم یکان ۰ یا ۵ باشد.

مثال ۲: کدام بر ۵ بخش پذیر است؟

۲۰۶ ، ۳۵۲ ، ۱۹۰۰ ، ۷۱۵ ، ۵۰۰۳

بخش پذیری بر ۷: اختلاف دو برابر یکان از بقیه عدد، عددی شود که بر ۷ بخش پذیر است (مثل ۰ و ۷ و ۱۴ و ...)

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$
 91 ، 534 ، 105 ، 182 ، 1393
 $9-2=7 \checkmark$ $53-8=45 \times$ $10-10=0 \checkmark$ $18-4=14 \checkmark$ $139-6=133$
 $13-6=7 \checkmark$

بخش پذیری بر ۱۱: رقم‌ها را با یکی در میان علامت زدن، دو قسمت می‌کنیم. با جمع رقم‌های این دو قسمت، دو عدد حاصل

می‌شود که باید اختلاف آن‌ها بر ۱۱ بخش پذیر شود. (مثل ۰ و ۱۱)

$1 \quad (2) \quad 3$ $(1+3)-(2)=2$ بخش پذیر نیست.	$1 \quad (3) \quad 2$ $(1+2)-(3)=0$ بخش پذیر است.	$5 \quad (7) \quad 2$ $(5+2)-7=0$ بخش پذیر است.	$9 \quad (3) \quad 8 \quad (3)$ $(9+8)-(3+3)=11$ بخش پذیر است.	$6 \quad (1) \quad 2 \quad (5) \quad 1$ $(6+2+1)-(1+5)=3$ بخش پذیر نیست.
--	---	---	--	--

*** یادآوری شمارنده‌های اعداد و ویژگی‌های آن‌ها:**

مثال: برای شمارش ۱۲ لوبیا، چندتا چندتا می‌توان شمرد؟

۱۲ دسته ۱ دسته ۲ دسته ۳ دسته ۴ دسته ۶ دسته ۱۲ دسته
 ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑
 یکی یکی، دوتایی، سه‌تایی، چهارتایی، (پنج‌تایی نمی‌توان شمرد چون ۲ تا باقی می‌ماند) شش‌تایی و خود دوازده‌تایی.

اعداد فوق شمارنده‌های عدد ۱۲ را نشان می‌دهد. شمارنده‌های ۱۲ : ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

نکته ۸: مفهوم شمارنده از بخش پذیری می‌آید، یعنی عدد موردنظر، از بین اعداد یک تا خودش، بر کدام اعداد بخش پذیر است.

نکته ۹: وقتی می‌گوییم a شمارنده‌ی عدد b است، نتیجه آن می‌شود که b مضرب a است.



مثال: شمارنده‌های اعداد زیر را بنویسید.

$1 \rightarrow 1$

$25 \rightarrow 1, 5, 25$

$40 \rightarrow 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40$

$5 \rightarrow 1, 5$

$26 \rightarrow 1, 2, 13, 26$

$41 \rightarrow 1, 41$

$9 \rightarrow 1, 3, 9$

$27 \rightarrow 1, 3, 9, 27$

$42 \rightarrow 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42$

$10 \rightarrow 1, 2, 5, 10$

$28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14, 28$

$43 \rightarrow 1, 43$

$11 \rightarrow 1, 11$

$29 \rightarrow 1, 29$

$44 \rightarrow 1, 2, 4, 11, 22, 44$

$12 \rightarrow 1, 2, 3, 4, 6, 12$

$30 \rightarrow 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$

نکته ۱۰: اگر عدد a شمارنده عدد b و عدد b نیز شمارنده c باشد، آن‌گاه عدد a شمارنده c است.

مثلاً ۲ شمارنده ۶ و عدد ۶، شمارنده ۲۴ است. در نتیجه ۲ شمارنده ۲۴ خواهد بود.

نکته ۱۱: عدد یک، شمارنده همه اعداد طبیعی می‌باشد؛ ضمناً کوچک‌ترین شمارنده طبیعی هر عدد، یک می‌باشد.

نکته ۱۲: بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد، خودش می‌باشد.

نکته ۱۳: یک عدد بر همه شمارنده‌هایش بخش‌پذیر است.

نکته ۱۴: هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک، حداقل دو شمارنده دارد.

مثال ۱: ۴ عدد بنویسید که عدد ۷، شمارنده آن‌ها باشد.

... و ۷۷ و ۷۰ و ۱۴ و ۷

همه‌ی مضرب‌های طبیعی عدد ۷ جواب است. مانند:

مثال ۲: اعداد زیر را به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی غیر از یک بنویسید.

$$\begin{array}{c} 21 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 3 \quad 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 25 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 5 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 30 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 6 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 23 \\ ? \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 18 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2 \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 19 \\ ? \end{array}$$

برای کدام اعداد نمی‌توان چنین ضربی نوشت؟ اعداد اول.

*** یادآوری عدد اول:** به عددهایی طبیعی که فقط دو شمارنده دارند، عدد اول می‌گویند. آن دو شمارنده، یک و خود عدد هستند.

مانند ۵ و ۱۱ و ۲۹ و ۲۳ و ۱۹ و ۴۱ و ۴۳.

نکته ۱۵: تنها ضربی که با اعداد طبیعی برای اعداد اول می‌توان نوشت به این شکل است: «خودش $\times 1$ »

نکته ۱۶: مجموعه اعداد اول، بی‌پایان است، یعنی بی‌شمار عدد اول وجود دارد.

نکته ۱۷: کوچک‌ترین عدد اول، ۲ است. هم‌چنین عدد ۲ تنها عدد اول زوج است.

نکته ۱۸: به حافظه سپردن چند عدد اول نخست، کار سختی نیست و می‌تواند کارگشا باشد.

۵۰ اعداد اول کمتر از ۵۰: $\underbrace{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47}$



محتوا و فهرست موضوعی فصل

- چندضلعی‌ها ۶۷
- تقارن مرکزی و محوری ۶۸
- تعداد محور و مرکز تقارن ۷۲
- توازی و تعامد ۷۵
- قانون خطوط موازی و مورب ۷۶
- دسته‌بندی چهارضلعی‌ها و ویژگی‌های آن‌ها ۸۰
- کاشی‌کاری و نکات مربوط به آن ۸۴
- مجموع زاویه‌های داخلی چند ضلعی‌ها ۸۵
- زاویه‌های خارجی ۸۷
- محاسبه اندازه زاویه‌ها ۸۸

چندضلعی: هر خط شکسته بسته که ضلع‌های آن هم‌دیگر را قطع نکنند (فقط در رأس‌ها به هم برسند)، چندضلعی نام دارد.

مثال: کدام شکل، چندضلعی است؟



✓



بسته نیست ✗



✓



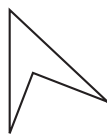
بسته نیست ✗

و ضلع‌های یک‌دیگر را قطع کرده‌اند

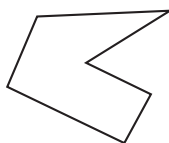


خمیدگی دارد ✗

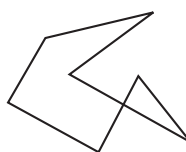
پس خط شکسته نیست



✓



✓

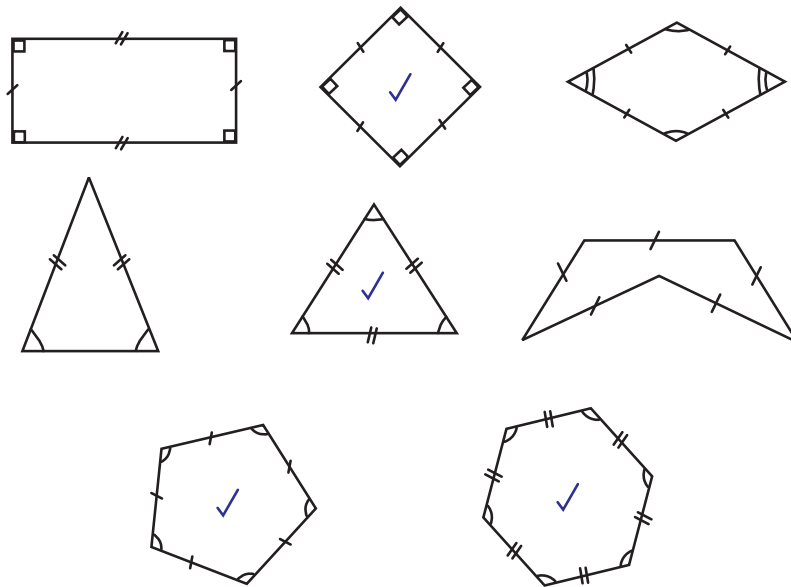


ضلع‌ها هم‌دیگر را قطع کرده‌اند ✗



چندضلعی منتظم: هر چندضلعی که اندازه همه ضلع‌های آن با هم و اندازه همه زاویه‌های آن نیز با یکدیگر برابر باشند را چندضلعی منتظم گویند.

مثال: کدام شکل منتظم است؟

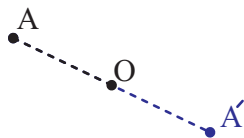


نکته ۱: در مورد مثلث‌ها، تساوی سه ضلع و تساوی سه زاویه از یکدیگر نتیجه می‌شوند، یعنی اطلاع از برابری یکی، برابری دیگری را نتیجه می‌دهد و شکل، منتظم خواهد بود ولی در مورد چهارضلعی‌ها این طور نیست. مثلاً در مستطیل، زاویه‌ها برابرند ولی همه ضلع‌ها برابر نیستند یا لوزی، اضلاع برابر دارد ولی همه زاویه‌هایش مساوی نیستند.

نکته ۲: تنها سه ضلعی منتظم، مثلث متساوی‌الاضلاع و تنها چهار ضلعی منتظم، مربع می‌باشد.

*** تقارن:** یعنی یافتن قرینه و همتای یک شکل نسبت به یک: $\left. \begin{array}{l} \text{نقطه} \Leftarrow \text{تقارن مرکزی} \\ \text{خط} \Leftarrow \text{تقارن محوری} \end{array} \right\}$

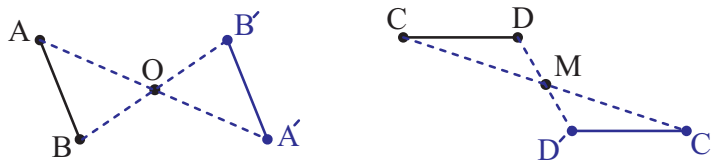
تقارن مرکزی: اگر نقطه‌ی A را به نقطه‌ی O وصل کرده و به همان اندازه (فاصله A و O) پاره‌خط را در همان راستا ادامه



دهیم، به نقطه‌ی A' می‌رسیم. در این جا می‌گویند:

نقطه‌های A و A'، نسبت به نقطه‌ی O (که مرکز تقارن نام دارد)، قرینه‌ی یکدیگرند.

برای یافتن قرینه یک پاره‌خط نسبت به نقطه O، قرینه‌ی دو سرپاره‌خط را نسبت به O یافته و به هم وصل می‌کنیم.



در اینجا پاره‌خط‌های A'B' و C'D' قرینه‌های AB و CD نسبت به نقاط O و M می‌باشند.



آزمون میان نوبت اول

تاریخ آزمون:
زمان: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:
نام دبیر:

نام و نام خانوادگی:
نام مدرسه:

بارم	متن سؤال	پاسخ
۳	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>۱- در لوزی، مربع و مستطیل، قطرها با هم برابرند.</p> <p>۲- مستطیل نوعی مربع است.</p> <p>۳- در یک n ضلعی منتظم که تعداد اضلاع زوج باشد، قطرهایی که از مرکز n ضلعی می‌گذرند و خطوطی که وسط اضلاع موازی را به هم وصل می‌کند، تعداد محور تقارن را تشکیل می‌دهند. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>۴- هر عددی را که بتوان به صورت یک کسر متعارفی نوشت، به طوری که صورت و مخرج عضو مجموعه صحیح باشند و مخرج مخالف صفر باشد، مجموعه گویا می‌گویند. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	A
۲	<p>در جاهای خالی، کلمه مناسب یا عدد مناسب قرار دهید.</p> <p>۱- بزرگ‌ترین عدد صحیح منفی، عدد است.</p> <p>۲- عدد تنها عددی است که معکوس ندارد.</p> <p>۳- هر زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه</p> <p>۴- در چندضلعی همه ضلع‌ها با هم و هم زاویه‌ها با هم برابرند.</p>	B
۱/۵	<p>در سؤالات زیر، گزینه مناسب را علامت بزنید.</p> <p>۱- در روش غربال اعداد از یک تا ۱۰۰، کدام عدد دیرتر خط می‌خورد؟</p> <p style="text-align: center;"> ۹۸ (۱) ۸۷ (۲) ۶۵ (۳) ۹۱ (۴) </p> <p>۲- مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی محدب، ۳۶۰۰ درجه می‌باشد. n برابر است با:</p> <p style="text-align: center;"> ۱۲ (۱) ۲۲ (۳) ۲۰ (۲) ۱۶ (۴) </p> <p>۳- در متوازی‌الاضلاع ABCD، مقدار X برابر است با:</p> <p style="text-align: center;"> ۱۰ (۱) ۱۲ (۳) ۲۰ (۲) ۲۲ (۴) </p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div>	C



آزمون میان نوبت اول

تاریخ آزمون:
زمان: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:
نام دبیر:

نام و نام خانوادگی:
نام مدرسه:

بارم	متن سؤال	نمره												
۱	<p>در جدول زیر عبارتهای سمت راست را به پاسخهای مناسب در سمت چپ وصل کنید.</p> <table border="1"> <tr> <td>چندضلعی محدب گویند.</td> <td>- چندضلعی که همه زوایه‌های آن کمتر از 180° درجه باشد؟</td> </tr> <tr> <td>چندضلعی مقعر گویند.</td> <td>- عددی که به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک نوشته می‌شود؟</td> </tr> <tr> <td>اول است.</td> <td>- عددی که شمارنده اول آن خود عدد باشد؟</td> </tr> <tr> <td>مرکب است.</td> <td>- اگر ب.م.م دو عدد، برابر یک باشد ک.م.م آن‌ها چند است؟</td> </tr> <tr> <td>حاصل ضرب آن‌ها</td> <td></td> </tr> <tr> <td>حاصل جمع آن‌ها</td> <td></td> </tr> </table>	چندضلعی محدب گویند.	- چندضلعی که همه زوایه‌های آن کمتر از 180° درجه باشد؟	چندضلعی مقعر گویند.	- عددی که به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک نوشته می‌شود؟	اول است.	- عددی که شمارنده اول آن خود عدد باشد؟	مرکب است.	- اگر ب.م.م دو عدد، برابر یک باشد ک.م.م آن‌ها چند است؟	حاصل ضرب آن‌ها		حاصل جمع آن‌ها		
چندضلعی محدب گویند.	- چندضلعی که همه زوایه‌های آن کمتر از 180° درجه باشد؟													
چندضلعی مقعر گویند.	- عددی که به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک نوشته می‌شود؟													
اول است.	- عددی که شمارنده اول آن خود عدد باشد؟													
مرکب است.	- اگر ب.م.م دو عدد، برابر یک باشد ک.م.م آن‌ها چند است؟													
حاصل ضرب آن‌ها														
حاصل جمع آن‌ها														
۳/۵	<p>حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $(10+20)(10+19)(10+18)\dots(10+18)(10+19)(10+20)$ =</p> <p>ب) $1+2+3+\dots+50$ =</p> <p>ج) $6-6 \times 4 \div (-2) \times 4$ =</p> <p>د) $-10+18-13+25$ =</p>													
۰/۵	<p>برای حرکت زیر جمع بنویسید.</p>													
۳	<p>حاصل عبارات زیر را به دست آورده و در صورت امکان ساده کنید.</p> <p>الف) $2\frac{1}{3} \div (4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3})$ =</p>													

$$ax+b=c$$

جبر و معادله

محتوا و فهرست موضوعی فصل

- تبدیل عبارت کلامی به عبارت جبری ۱۰۹
- نوشتن الگوی جبری برای دنباله‌های عددی و تصویری ۱۱۰
- نوشتن فرمول‌های هندسی به صورت جبری ۱۱۲
- نوشتن عبارت کلامی برای عبارت جبری ۱۱۳
- یادآوری جملات جبری و جملات متشابه ۱۱۷
- ساده کردن چند جمله‌ای‌ها ۱۱۸
- ضرب یک عدد در یک یا چند جمله ۱۱۹
- ضرب یک جمله در یک یا چند جمله ۱۲۱
- عددنویسی جبری، گسترده‌نویسی و مقلوب عدد ۱۲۲
- یادآوری اولویت‌ها در محاسبات ۱۲۸
- مقدارریابی عبارت‌های جبری به ازای مقدارهای داده شده ۱۲۸
- ماشین محاسبات ۱۳۰
- تبدیل عبارت جبری به حاصل ضرب (فاکتورگیری) با دو روش ۱۳۳
- ساده کردن کسرهای جبری ۱۳۴
- یادآوری حل انواع معادله‌ها و حل مسئله به کمک آن‌ها ۱۳۸
- حل انواع معادله‌های کسری ۱۴۰

* تبدیل عبارت کلامی به عبارت جبری:

مثال: عبارت‌های کلامی زیر را به صورت جبری بنویسید:

$$x \quad (+) \quad \frac{1}{3}$$

الف) ثلث مجموع عددی با عدد ۷:

$$\frac{1}{3}(x+7) \quad \text{یا} \quad \frac{x+7}{3}$$



$x^2 - 3$

ب) سه واحد کم‌تر از مجذور یک عدد:

$\sqrt{x+y}$

ج) جذر مجموع دو عدد:

$x^3 - \frac{4}{y}x$

د) اختلاف $\frac{4}{y}$ عددی از مکعبش:

$\frac{1}{3}x + 3 = x - 5$

ه) مجموع ثلث عددی با عدد ۳ برابر است با ۵ واحد کم‌تر از آن عدد:

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

و) حاصل ضرب مجموع و اختلاف دو عدد برابر است با اختلاف مجذورهای آن دو عدد:

ز) اگر مبلغ ورودی تاکسی ۲۵۰ تومان و هزینه‌ی هر کیلومتر مسافت، ۲۰۰ تومان باشد، کرایه‌ی مسافتی n کیلومتری برابر است با:

$$n \times 200 + 250 = 200n + 250$$

ح) رضا m بستنی ۵۰۰ تومانی و n کیک ۴۰۰ تومانی خرید و ۲۲۰۰ تومان بایش باقی ماند. کل پول او چقدر بوده است؟

باقی پول قیمت هر کیک تعداد کیک قیمت هر بستنی تعداد بستنی

$$(m \times 500) + (n \times 400) + 2200 = 500m + 400n + 2200$$

* نوشتن الگوی جبری برای دنباله‌های عددی یا تصویری:

برای این منظور باید الگویی (فرمولی) یکسان برای همه عددهای داده شده پیدا کنیم که توسط آن، هر عدد به کمک شماره‌اش ساخته شود.

مثال ۱: دو عدد بعدی هر دنباله را بنویسید، سپس جمله‌ی n ام را بیابید.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (n)

الف) $5, 10, 15, 20, 25 \Rightarrow 5n$

$5 \times 1 \quad 5 \times 2 \quad 5 \times 3 \quad 5 \times 4 \quad 5 \times 5 \quad 5 \times n$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (n)

ب) $17, 21, 25, 29, 33 \Rightarrow 13 + 4n$

$13 + 4 \times 1 \quad 13 + 4 \times 2 \quad 13 + 4 \times 3 \quad 13 + 4 \times 4 \quad 13 + 4 \times 5 \quad 13 + 4 \times n$

آزمون تستی

۱- کدام یک محیط مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع $2 - \frac{5}{3}x$ را نشان می‌دهد؟

(۲) $\frac{5}{9}x - 6$

(۱) $\frac{5}{9}x - 2$

(۴) $5x - 6$

(۳) $\frac{10}{3}x - 4$

۲- اگر علی هر روز n نان 150 تومانی بخرد، در هفته چقدر پول نان می‌دهد؟

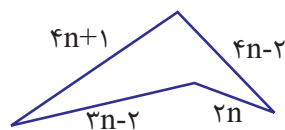
(۲) $150n + 7$

(۱) $1050n$

(۴) $1050 + n$

(۳) $7n + 150$

۳- محیط شکل روبه‌رو کدام است؟



(۱) $13n + 1$

(۲) $5n + 1$

(۳) $5n - 3$

(۴) $13n - 3$

$$\frac{4x + 6y}{10x + 15y} =$$

۴- ساده شده‌ی عبارت مقابل برابر است با:

(۲) $\frac{2}{5}$

(۱) $\frac{2}{5}(x + y)$

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}(2x + 3y)$

۵- حجم مکعب مستطیلی به ابعاد n و $n+1$ و $n-1$ متر، برابر است با مترمکعب.

(۲) $n^3 - n$

(۱) $n^3 - n^2$

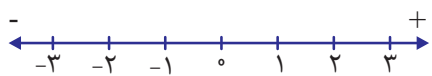
(۴) $n^3 - 1$

(۳) n^3

بردار و مختصات

محتوا و فهرست موضوعی فصل

- یادآوری دستگاه مختصات ۱۵۱
- یافتن مختصات نقطه و بردار ۱۵۲
- جمع و تفریق مختصات ۱۵۴
- بردارهای مساوی و قرینه ۱۵۶
- رسم بردار و انتقال شکل با بردار ۱۵۷
- بردار برآیند (روش مثلثی، روش متوازی‌الاضلاع) ۱۵۹
- ضرب عدد در بردار ۱۶۳
- ضرب عدد در مختصات ۱۶۴
- تجزیه‌ی بردار روی دو راستا ۱۶۶
- بردارهای واحد مختصات (i و j) ۱۶۷
- حل انواع معادله‌های مختصاتی ۱۷۰

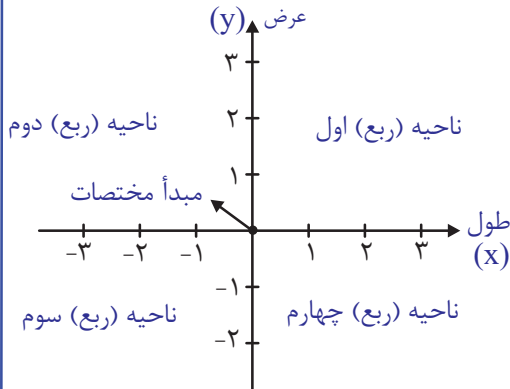


در درس‌های گذشته با محور اعداد (حقیقی) آشنا شدیم:

با رسم دو محور عمود بر هم در صفحه، یک دستگاه مختصات با چهار ناحیه (ربع) ایجاد می‌شود. محل برخورد دو محور را مبدأ مختصات می‌گویند.



محور افقی را محور طول (x) و محور عمودی را محور عرض (y) می‌گویند.

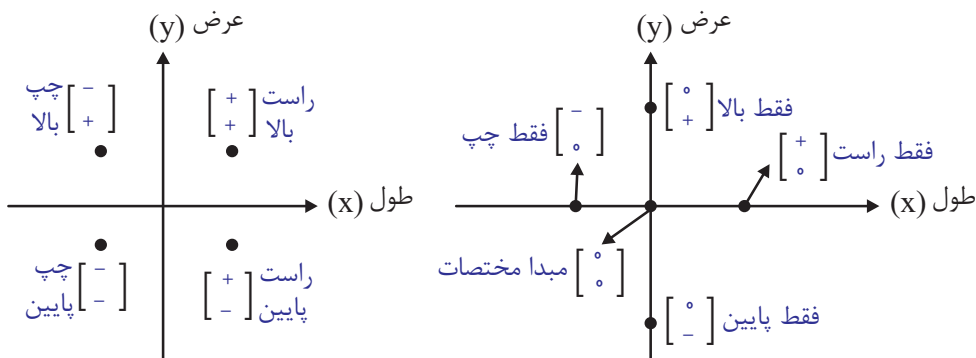


* یافتن مختصات نقطه و بردار

نکته ۱: مختصات (آدرس) هر نقطه در این دستگاه، با دو عدد به عنوان طول (حرکت افقی) و عرض (حرکت عمودی)، در قالب

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ نوشته می‌شود: } \begin{bmatrix} - & + \\ \text{راست یا چپ} \\ \text{بالا یا پایین} \\ - & + \end{bmatrix}$$

نکته ۲: برای یافتن مختصات هر نقطه، باید از مبدأ مختصات $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ حرکت کنیم. (اول حرکت افقی، سپس حرکت عمودی)



نتیجه ۱: مختصات نقاطی که روی محور طول باشند، به شکل $\begin{bmatrix} \square \\ 0 \end{bmatrix}$ می‌باشد، یعنی عرضشان صفر است.

نتیجه ۲: مختصات نقاطی که روی محور عرض باشند، به شکل $\begin{bmatrix} 0 \\ \square \end{bmatrix}$ می‌باشد، یعنی طولشان صفر است.

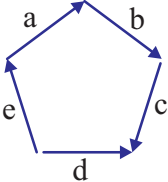


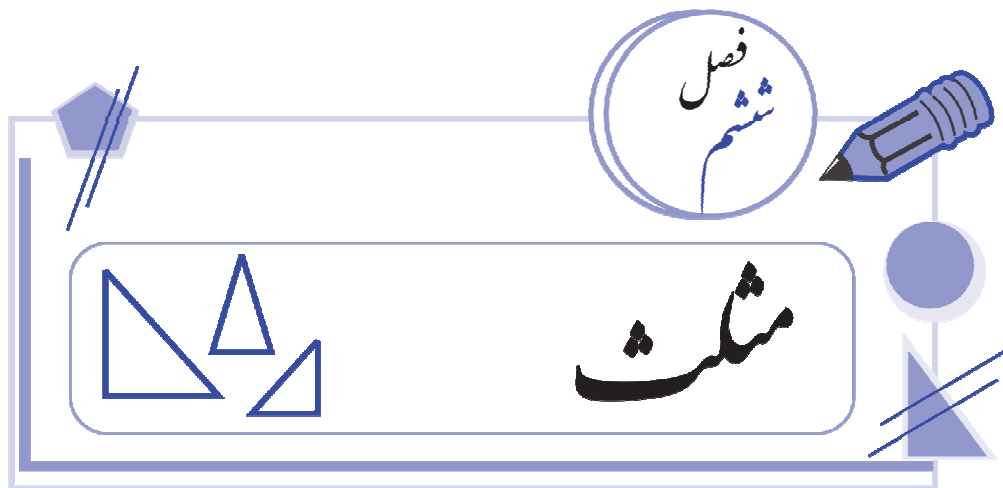
آزمون نوبت اول

تاریخ آزمون:
زمان: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:
نام دبیر:

نام و نام خانوادگی:
نام مدرسه:

بارم	متن سؤال	نوع
۱	<p>در سؤالات زیر، گزینه مناسب را علامت بزنید.</p> <p>۱- حاصل ضرب دو عدد زوج، یک عدد فرد است.</p> <p>۲- مربع، نوعی لوزی است.</p> <p>۳- بردارهای هم جهت و هم اندازه را، بردارهای مساوی می گویند.</p> <p>۴- در یک ضلعی منتظم که تعداد اضلاع آن فرد باشد، خطوطی که از هر رأس و مرکز n ضلعی می گذرند، تعداد محور تقارن را تشکیل می دهند.</p> <p style="text-align: center;"> <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/> درست <input type="checkbox"/> نادرست </p>	A
۱	<p>در جاهای خالی، کلمه مناسب یا عدد مناسب قرار دهید.</p> <p>۱- عدد طبیعی که نه اول و نه مرکب است، عدد می باشد.</p> <p>۲- تفاضل هر عدد دو رقمی از مقلوبش، مضرب عدد است.</p> <p>۳- حاصل ضرب هر عدد در معکوسش، برابر عدد است.</p> <p>۴- زاویه هر مثلث برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن.</p>	B
۲	<p>در سؤالات زیر، گزینه مناسب را علامت بزنید.</p> <p>۱- مجموع زوایای داخلی یک ۱۲ ضلعی محدب، برابر است با:</p> <p style="text-align: center;"> (۱) ۱۵۰۰ (۲) ۱۸۰۰ (۳) ۱۳۰۰ (۴) ۳۶۰۰ </p> <p>۲- کدام رابطه برای شکل مقابل درست است؟</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>(۱) $\vec{e} + \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$</p> <p>(۲) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{d} + \vec{e} = \vec{c}$</p> <p>(۳) $\vec{c} + \vec{b} + \vec{a} + \vec{d} = \vec{e}$</p> <p>(۴) $\vec{d} + \vec{c} + \vec{e} + \vec{a} = \vec{b}$</p> </div> </div> <p>۳- تعداد جمله‌ها از ضرب دو پرانتز $(x + y + z)(a + b + c) = ?$ برابر است با:</p> <p style="text-align: center;"> (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷ </p> <p>۴- حاصل عبارت $\frac{x^3y^2 - x^2y^3}{x^2y - xy^2}$ پس از تبدیل به ضرب و ساده کردن، برابر است با:</p> <p style="text-align: center;"> (۱) x^2y^2 (۲) xy (۳) $x - y$ (۴) x^3y^3 </p>	C



- یادآوری ویژگی‌های انواع مثلث‌ها ۱۸۹
- یادآوری جذر و مجذور ۱۹۱
- رابطه‌ی فیثاغورس ۱۹۱
- یافتن ضلع مجهول اشکال مختلف به کمک رابطه فیثاغورس ۱۹۲
- عکس رابطه فیثاغورس ۱۹۷
- ایجاد پاره‌خطی با طول رادیکالی ۱۹۸
- شکل‌های هم‌نهشت ۲۰۰
- یادآوری هم‌نهشتی مثلث‌ها ۲۰۱
- هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه ۲۰۶

* یادآوری انواع مثلث‌ها

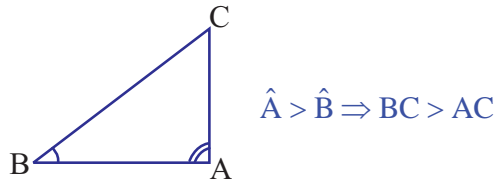
- ۱- متساوی‌الساقین: مثلثی است که دارای دو ضلع برابر (و در نتیجه دو زاویه برابر) باشد.
- ۲- متساوی‌الاضلاع: مثلثی است که دارای سه ضلع برابر (و در نتیجه سه زاویه برابر) باشد.
- ۳- قائم‌الزاویه: مثلثی است که با یک زاویه قائمه (90° درجه) داشته باشد.

مثال: آیا مثلث می‌تواند دو زاویه قائمه داشته باشد؟

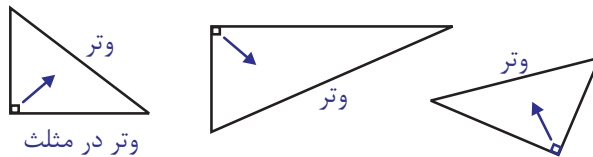
خیر، زیرا مجموع ۳ زاویه داخلی مثلث، 180° است و اگر دو زاویه 90° درجه داشته باشد، اندازه‌ی برای زاویه سوم باقی نمانده و در نتیجه مثلث تشکیل نمی‌شود.



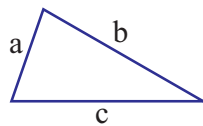
نکته ۱: اگر در مثلث ABC ، زاویه \hat{A} از زاویه \hat{B} بزرگتر باشد، ضلع مقابل زاویه \hat{A} (یعنی BC) نیز از ضلع مقابل زاویه \hat{B} (یعنی AC) بزرگتر است.



وتر: در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبرو به زاویه قائمه را وتر می‌گویند که بزرگ‌ترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه نیز می‌باشد.



نکته ۲: در هر مثلث، باید مجموع اندازه هر دو ضلع، از اندازه ضلع دیگر بیشتر باشد.



$$\Rightarrow a + b > c, \quad a + c > b, \quad b + c > a$$

مثال: اگر اعداد زیر اندازه ضلع‌های مثلث باشند، کدام‌ها نمی‌توانند تشکیل مثلث دهند؟

۵, ۸, ۱۲

۴, ۴, ۴

۷, ۴, ۳

۳, ۶, ۲

۲۰, ۳, ۱۸

$$5 + 8 > 12 \quad \checkmark$$

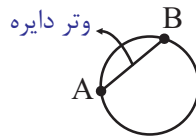
$$4 + 4 > 4 \quad \checkmark$$

$$7 + 4 > 3 \quad \times$$

$$3 + 2 > 6 \quad \times$$

$$3 + 18 > 20 \quad \checkmark$$

نکته ۳: وتر مثلث را با وتر دایره اشتباه نگیرید:



نکته ۴: بزرگ‌ترین ضلع هر مثلثی را وتر نمی‌گویند، فقط مثلث قائم‌الزاویه وتر دارد.

مثال: آیا ممکن است در مثلث قائم‌الزاویه دو ضلع برابر داشته باشیم؟

یک مثلث قائم‌الزاویه نمی‌تواند دو وتر داشته باشد، ولی دو ضلع غیر وتر ممکن است برابر باشند که در آن صورت، مثلث «قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین» به وجود می‌آید که دو ضلع برابر و دو زاویه ۴۵ درجه دارد.

مجذور (مربع): توان دوم هر عدد را که به معنای ضرب عدد در خودش می‌باشد، مجذور یا مربع آن عدد می‌گویند.

$$5 \text{ مجذور} = 5^2 = 5 \times 5 = 25$$

$$90 \text{ مجذور} = 90^2 = 90 \times 90 = 8100$$

$$\frac{3}{4} \text{ مجذور} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

$$0/8 \text{ مجذور} = 0/8^2 = 0/8 \times 0/8 = 0/64$$

فصل
هفتم

$$\sqrt[3]{8} \quad 5 \times 2^2$$

توان و جذر

محتوا و فهرست موضوعی
فصل

- ۲۱۹ یادآوری توان
- ۲۲۰ ویژگی‌ها و نکات مربوط به توان
- ۲۲۱ یادآوری ضرب و تقسیم اعداد هم‌پایه
- ۲۲۳ جمع اعداد توان‌دار مشابه
- ۲۲۵ ضرب و تقسیم اعداد هم‌توان
- ۲۲۷ یک پایه و چند توان
- ۲۲۹ تجزیه و تبدیلات مفید در ساده کردن عبارتهای توان‌دار
- ۲۳۲ محاسبه مقدار یک عبارت توان‌دار به کمک عبارتی دیگر
- ۲۳۸ مجذور و جذر و نکات مربوط به آنها
- ۲۴۲ جمع و تفریق و ضرب و تقسیم رادیکال‌ها
- ۲۴۳ محاسبه جذر تا چند رقم اعشار
- ۲۴۴ محاسبه محل فرود کمان رادیکالی
- ۲۴۵ نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد

یادآوری 

در سال سوم ابتدایی آموختیم که برای خلاصه‌نویسی جمع اعداد یا عبارتهای یکسان، از ضرب استفاده می‌شود؛ مثلاً:

$$5 + 5 + 5 + 5 = 5 \times 4 \quad , \quad \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times 6 \quad , \quad (-71) + (-71) = (-71) \times 2$$

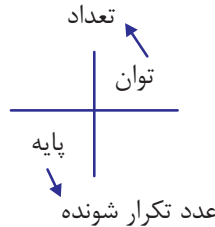
$$0/48 + 0/48 + 0/48 = 0/48 \times 3 \quad , \quad a + a + a + a + a = a \times 5 \quad , \quad \underbrace{x + x + \dots + x}_n = x \times n$$

مرتبه n تعداد

$$8xy + 8xy + 8xy = (8xy) \times 3 \quad , \quad (a - 2b) + (a - 2b) + (a - 2b) = (a - 2b) \times 3$$



* ویژگی‌ها و نکات مربوط به توان: برای خلاصه‌نویسی ضرب اعداد یکسان یا عبارتهای برابر، از توان استفاده می‌کنیم:

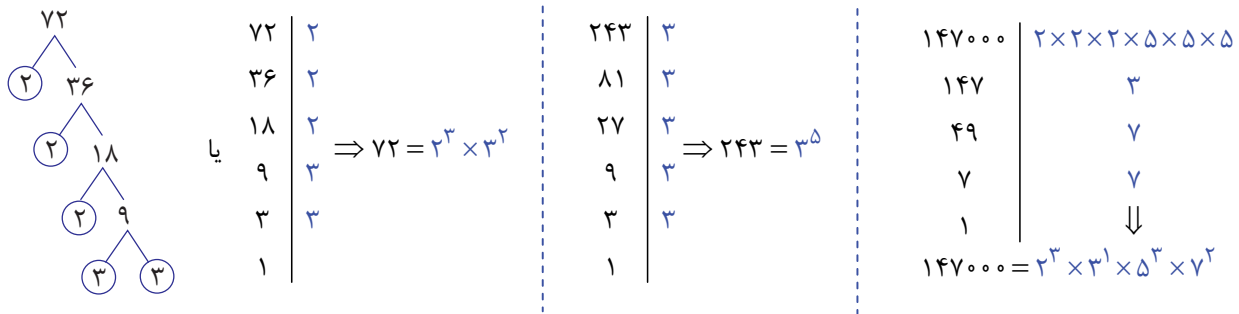


$$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4, \quad \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^6, \quad (-7) \times (-7) = (-7)^2$$

$$0/48 \times 0/48 \times 0/48 = 0/48^3, \quad \underbrace{aaaaa}_{\text{ضرب شده‌اند}} = a^5, \quad \underbrace{XX \dots X}_n = X^n$$

$$\lambda xy \times \lambda xy \times \lambda xy = (\lambda xy)^3, \quad (a-2b)(a-2b)(a-2b) = (a-2b)^3$$

برای نمایش تجزیه شده‌ی اعداد نیز از توان استفاده می‌شود:



نکته ۱: برای به توان رساندن یک کسر یا یک عدد منفی یا یک عبارت، باید از پرانتز استفاده کنیم. به مقایسه‌های زیر توجه کنید:

$$\frac{2^4}{5} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{5} \quad \text{ولی} \quad \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5 \times 5}$$

مخرج به توان نرسیده

$$-4^3 = -(4 \times 4 \times 4) \quad \text{ولی} \quad (-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4)$$

منفی به توان نرسیده

$$6xy^3 = 6x \ y \times y \times y \quad \text{ولی} \quad (6xy)^3 = (6xy) \times (6xy) \times (6xy)$$

به توان نرسیده

نکته ۲: هر عدد به توان یک، برابر است با خودش. (توان یک، معمولاً نوشته نمی‌شود)

$$18^1 = 18, \quad 17/4^1 = 17/4, \quad \left(\frac{2}{8}\right)^1 = \frac{2}{8}, \quad x^1 = x, \quad 0^1 = 0, \quad (a+yz)^1 = a+yz$$



نکته ۳: عدد یک به هر توانی برسد، برابر است با خودش:

$$1^{73} = 1, \quad 1^{3/5} = 1, \quad 1^{-62} = 1, \quad 1^{\frac{2}{7}} = 1, \quad 1^{\circ} = 1, \quad 1^{2199} = 1, \quad 1^{9x+ab} = 1$$

نکته ۴: حاصل هر عدد (غیر از صفر) به توان صفر برابر است با یک. (0° بی مفهوم است).

$$14^{\circ} = 1, \quad 8015^{\circ} = 1, \quad \left(4\frac{2}{5}\right)^{\circ} = 1, \quad (-12)^{\circ} = 1, \quad x^{\circ} = 1, \quad (4x + 12xy - z)^{\circ} = 1$$

نکته ۵: صفر به توان هر عدد مثبت برسد، صفر می شود. (0° و نیز صفر به توان عددی منفی بی مفهوم است).

$$0^1 = 0, \quad 0^{35} = 0, \quad 0^{7/91} = 0, \quad 0^{\frac{4}{15}} = 0, \quad 0^{36289} = 0$$

نکته ۶: مجذور (مربع) یک عدد یعنی «آن عدد به توان ۲» و مکعب یک عدد یعنی «آن عدد به توان ۳».

مثال: اختلاف مجذور $0/5$ و مکعب $0/2$ را حساب کنید.

$$0/5 \text{ مجذور} - 0/2 \text{ مکعب} = \underbrace{(0/5 \times 0/5)}_{0/25} - \underbrace{(0/2 \times 0/2 \times 0/2)}_{0/008} = \boxed{0/242}$$

$$\begin{array}{r} 0/250 \\ - 0/008 \\ \hline 0/242 \end{array}$$

نکته ۷: حاصل هر عدد منفی به توان زوج، عددی مثبت و حاصل هر عدد منفی به توان فرد، عددی منفی است.

زوج $(-3)^4 = \boxed{+}81$ $(-1)^{376} = \boxed{+}1$ $(-x)^{4010} = \boxed{+}x^{4010}$ زوج $(-)^{\text{زوج}} = +$

فرد $(-3)^5 = \boxed{-}243$ $(-1)^{37} = \boxed{-}1$ $(-x)^{4009} = \boxed{-}x^{4009}$ فرد $(-)^{\text{فرد}} = -$

نکته ۸: اعداد بین صفر و یک، وقتی به توان عددی بیشتر از ۱ برسند، کوچک تر می شوند. (هر چه توان بیشتر، حاصل کوچک تر)

$$\frac{1}{3} > \left(\frac{1}{3}\right)^2 > \left(\frac{1}{3}\right)^3 > \left(\frac{1}{3}\right)^4 > \dots, \quad \frac{0/5}{0/25} > \frac{0/5^2}{0/125} > \frac{0/5^3}{0/0625} > \frac{0/5^4}{0/0625} > \dots, \quad \frac{2}{7} > \left(\frac{2}{7}\right)^2 > \left(\frac{2}{7}\right)^3 > \left(\frac{2}{7}\right)^4 > \dots$$

$$\frac{1}{9} \quad \frac{1}{27} \quad \frac{1}{81} \qquad \frac{4}{49} \quad \frac{8}{343} \quad \frac{16}{2401}$$

در ضرب، وقتی پایه ها با هم برابر باشند، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم:

$$x^y \times x^z = x^{y+z}$$

در تقسیم، وقتی پایه ها با هم برابر باشند، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم کم می کنیم:

$$x^y \div x^z = x^{y-z}$$

* ضرب و تقسیم اعداد هم پایه

$$17^{11} \times 17^7 = 17^{18}$$

$$6/4^{20} \times 6/4^{15} = 6/4^{35}$$

$$\left(\frac{5}{8}\right)^{10} \times \left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{5}{8}\right)^4 = \left(\frac{5}{8}\right)^{17}$$

$$\frac{17^{11}}{17^7} = 17^{11} \div 17^7 = 17^4$$

$$6/4^{20} \div 6/4^{15} = 6/4^5$$

$$\left(\frac{5}{8}\right)^{10} \div \left(\frac{5}{8}\right)^3 \div \left(\frac{5}{8}\right)^4 = \left(\frac{5}{8}\right)^3$$

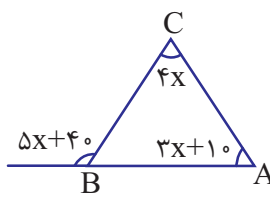
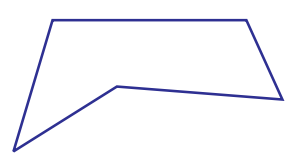


آزمون میان نوبت دوم

تاریخ آزمون:
زمان: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:
نام دبیر:

نام و نام خانوادگی:
نام مدرسه:

بارم	متن سوال	نوع
۱	<p>در سوالات زیر، گزینه مناسب را علامت بزنید.</p> <p>۱- عدد ۴۹ دارای دو ریشه می‌باشد، یکی $+7$ و دیگری -7 درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>۲- $-2^5 \neq (-2)^5$ درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>۳- دو عدد متوالی نسبت به هم اولند. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p> <p>۴- ده ضلعی منتظم، یک مرکز تقارن و 10° محور تقارن دارد. درست <input type="checkbox"/> نادرست <input type="checkbox"/></p>	A
۱	<p>در جاهای خالی، کلمه مناسب یا عدد مناسب قرار دهید.</p> <p>۱- در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور برابر است با مجموع مجذورهای دو ضلع دیگر.</p> <p>۲- اگر شکلی با تبدیل‌های هندسی (تقارن و دوران و انتقال) بر شکل دیگر منطبق شود، آن دو شکل با یکدیگر هستند.</p> <p>۳- هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک را که فقط بر خودش و یک بخش‌پذیر باشد، عدد می‌گویند.</p> <p>۴- اگر مجموع دو عدد اول، یک عدد فرد باشد، حتماً یکی از آن‌ها، عدد می‌باشد.</p>	B
۱/۵	<p>در سوالات زیر، گزینه مناسب را علامت بزنید.</p> <p>۱- با توجه به شکل مقابل، اندازه \hat{A} چند درجه است؟</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>۱۵ (۱)</p> <p>۶۰ (۲)</p> <p>۵۵ (۳)</p> <p>۷۵ (۴)</p> </div> </div> <p>۲- مجموع زاویه‌های داخلی شکل مقابل، برابر است با:</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>۷۲۰ (۱)</p> <p>۳۶۰ (۲)</p> <p>۵۴۰ (۳)</p> <p>۹۰۰ (۴)</p> </div> </div> <p>۳- حاصل عبارت $\underbrace{(((a^M)^M)^M)^M}_{n \text{ بار به توان } M}$ برابر است با:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>a^{Mn} (۲)</p> <p>$a^M \times n$ (۴)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>$(a^M)^5$ (۱)</p> <p>a^{M^n} (۳)</p> </div> </div>	C



آزمون میان نوبت دوم

تاریخ آزمون:
زمان: ۱۰۰ دقیقه

کلاس:
نام دبیر:

نام و نام خانوادگی:
نام مدرسه:

ردیف	بارم	متن سوال		
D	۰/۷۵	<p>۱- در جدول زیر عبارت‌های سمت راست را به پاسخ‌های مناسب در سمت چپ وصل کنید.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <p>- رابطه‌ی فیثاغورس در مورد مثلث‌های:</p> <p style="text-align: center;">- حاصل عبارت $\sqrt{10 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{4}}$ برابر است با:</p> <p>- به هر چندضلعی که دست کم یک زاویه آن بیش‌تر از 180° درجه باشد:</p> </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <p>متساوی‌الساقین است.</p> <p>قائم‌الزاویه است.</p> <p style="text-align: center;">۳</p> <p style="text-align: center;">۴</p> <p style="text-align: center;">۲</p> <p>چندضلعی محدب گویند.</p> <p>چندضلعی مقعر گویند.</p> </td> </tr> </table>	<p>- رابطه‌ی فیثاغورس در مورد مثلث‌های:</p> <p style="text-align: center;">- حاصل عبارت $\sqrt{10 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{4}}$ برابر است با:</p> <p>- به هر چندضلعی که دست کم یک زاویه آن بیش‌تر از 180° درجه باشد:</p>	<p>متساوی‌الساقین است.</p> <p>قائم‌الزاویه است.</p> <p style="text-align: center;">۳</p> <p style="text-align: center;">۴</p> <p style="text-align: center;">۲</p> <p>چندضلعی محدب گویند.</p> <p>چندضلعی مقعر گویند.</p>
	<p>- رابطه‌ی فیثاغورس در مورد مثلث‌های:</p> <p style="text-align: center;">- حاصل عبارت $\sqrt{10 - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{4}}$ برابر است با:</p> <p>- به هر چندضلعی که دست کم یک زاویه آن بیش‌تر از 180° درجه باشد:</p>	<p>متساوی‌الساقین است.</p> <p>قائم‌الزاویه است.</p> <p style="text-align: center;">۳</p> <p style="text-align: center;">۴</p> <p style="text-align: center;">۲</p> <p>چندضلعی محدب گویند.</p> <p>چندضلعی مقعر گویند.</p>		
	۰/۷۵	<p>۲- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $-3 - 4 \times 10 \div 5 + 2 \times 5^2 =$</p>		
	۰/۵	<p>ب) $-8 - (-12) - (+30) =$</p>		
۰/۷۵	<p>ج) $21 + 24 + 27 + \dots + 57 =$</p> <p>د) $\frac{2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2}}{3} - \frac{2}{2} =$</p> <p style="text-align: center;">۱</p>			
۰/۷۵	<p>۳- در شکل مقابل $d \parallel d'$ نقطه با توجه به اندازه‌های داده شده، اندازه‌ی زاویه‌های \hat{A}_1 و \hat{A}_2 و \hat{B} را به دست آورید.</p> <p style="text-align: center;">$\hat{A}_1 = \square$, $\hat{A}_2 = \square$, $\hat{B} = \square$</p>			
۱	۴- دور عددهای اول خط بکشید. <p style="text-align: center;">۷۱ , ۶۱ , ۴۱ , ۲۱ , ۸۱ , ۳۱ , ۵۱</p>			

$$P(A) + P(B)$$

آمار و احتمال

محتوا و فهرست موضوعی
فصل

- معرفی علم آمار ۲۶۳
- انواع نمودارها ۲۶۴
- دسته‌بندی داده‌ها و تنظیم داده‌ها در جدول ۲۶۸
- میانگین داده‌ها ۲۷۱
- تکمیل جدول و یافتن میانگین کل ۲۷۳
- احتمال ۲۷۵
- اصل ضرب ۲۷۷
- محاسبه احتمال و نکات مربوط به آن ۲۸۰

داشتن اطلاعات منظم، صحیح و کافی در مورد هر چیزی به تصمیم‌گیری بهتر در آن مورد کمک می‌کند.

در مدیریت جامعه، نقش آمار، نقشی بی‌بدیل و حساس است. بسیاری از تصمیمات کلان و اساسی و مصوبات مهم که به اداره امور یک کشور مربوط می‌شود، براساس اطلاعات جمع‌آوری شده و تجزیه و تحلیل آن‌ها صورت می‌گیرد که نشانگر اهمیت علم آمار است.

*** علم آمار:** علم جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات است.

داده‌ها: داده‌ها همان اطلاعات مورد بررسی در علم آمار هستند. مثلاً میزان بارش سالانه در مناطق مختلف یا درآمد ماهانه افراد یک خانواده یا وزن محصولات کشاورزی برداشت شده در سال‌های متوالی یا نمرات ریاضی دانش‌آموزان یک پایه در امتحان پایان‌ترم و ...



نمودار: یکی از روش‌های مناسب نمایش منظم داده‌ها که اطلاعات موجود را با سرعت بیشتر و به شکل ماندگارتر به مخاطب منتقل می‌کند و مقایسه داده‌ها را آسان‌تر می‌نماید، رسم نمودار داده‌هاست.

* انواع نمودارها:

- نمودار ستونی (میله‌ای)
- نمودار خط شکسته
- نمودار تصویری
- نمودار دایره‌ای

نکته ۱: برای رسم نمودارهای ستونی (میله‌ای) و خط شکسته معمولاً محور افقی را به اسم یا عنوان داده‌ها و محور عمودی را به تعداد یا مقدار عددی داده‌ها اختصاص می‌دهند.

هم‌چنین محور عمودی با توجه به بیش‌ترین تعداد (فراوانی)، به فاصله‌های یکسان مناسب تقسیم می‌شود.

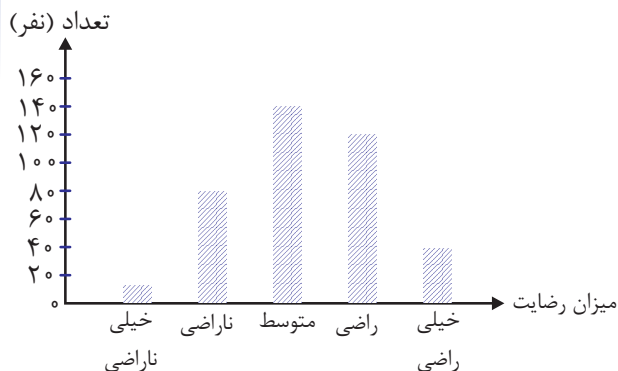
نمودار ستونی (میله‌ای): از پرکاربردترین نمودارهاست که همه ما نمونه‌هایی از آن را در تابلوهای اعلانات مدرسه، روزنامه‌ها و ... مشاهده کرده‌ایم.

توسط این نمودار، مقایسه تعداد داده‌های مختلف به راحتی صورت می‌گیرد و با یک نگاه، کم‌ترین و بیش‌ترین تعدادها و نیز، داده‌های کم‌تر یا بیش‌تر از یک مقدار خاص به راحتی شناسایی می‌شوند.

مثال ۱: اگر داده‌های زیر مربوط به سطح رضایت مراجعه‌کنندگان یک اداره باشد، نمودار ستونی این اطلاعات را رسم کنید.

خیلی ناراضی: ۹ نفر ناراضی: ۷۵ نفر متوسط: ۱۴۵ نفر راضی: ۱۲۹ نفر خیلی راضی: ۴۷ نفر

بیش‌ترین عدد، ۱۴۵ می‌باشد، پس محور عمودی باید تا ۱۴۵ یا عددی رُند و نزدیک به آن مانند ۱۶۰ را داشته باشد. هشت فاصله‌ی ۲۰ تایی، مناسب این محور است.

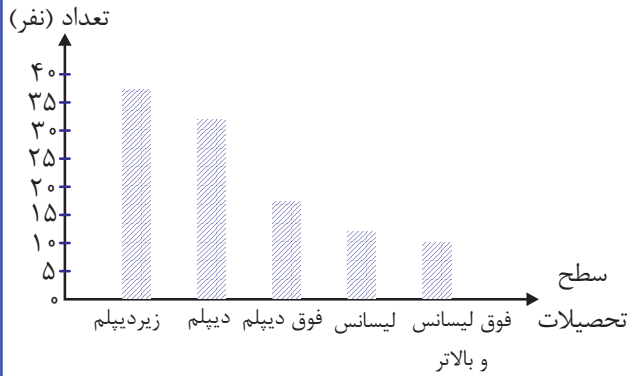


مثال ۲: در یک مدرسه درباره سطح تحصیل والدین دانش‌آموزان، آمارگیری و نتیجه به این صورت گزارش شد:

زیر دیپلم: ۳۸ نفر دیپلم: ۳۲ نفر فوق دیپلم: ۱۸ نفر لیسانس: ۱۲ نفر فوق لیسانس و بالاتر: ۱۰ نفر

نمودار ستونی مربوطه را رسم کنید.

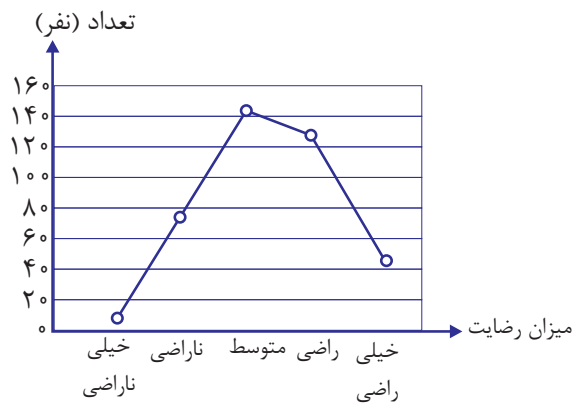
بیش‌ترین عدد، ۳۸ می‌باشد، پس محور عمودی باید تا ۳۸ یا عددی رُند و نزدیک به آن مانند ۴۰ را داشته باشد. هشت فاصله‌ی ۵ تایی مناسب این محور است.



نمودار خط شکسته: برای نمایش میزان تغییرات در یک ترتیب یا مدت مشخص، از نمودار خط شکسته استفاده می‌شود.

برای رسم این نمودار، شبیه نمودار ستونی عمل می‌کنیم، ولی به جای رسم ستون‌ها، فقط نقطه‌ی بالای ستون‌ها را مشخص کرده و به صورت متوالی به هم وصل می‌کنیم.

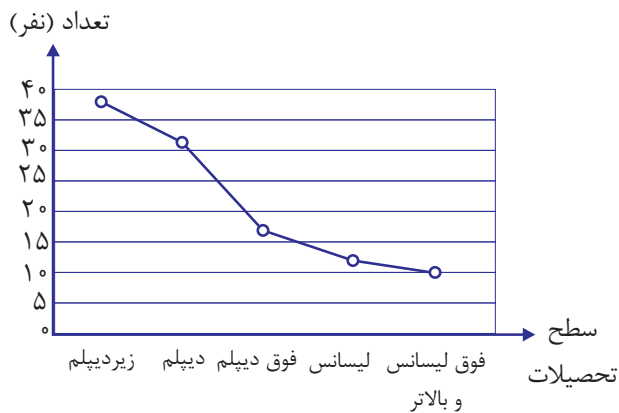
مثال: برای دو مثال زیر، نمودار خط شکسته رسم کنید.



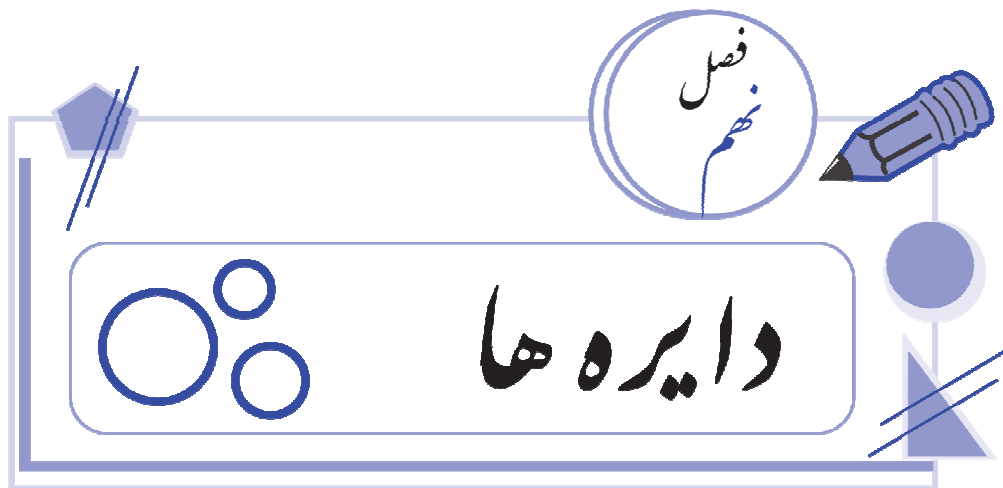
الف) میزان رضایت مراجعه کنندگان

خیلی ناراضی	۹
ناراضی	۷۵
متوسط	۱۴۵
راضی	۱۲۹
خیلی راضی	۴۷

ب) سطح تحصیلات اولیا



زیردیپلم	۳۸
دیپلم	۳۲
فوق دیپلم	۱۸
لیسانس	۱۲
فوق لیسانس و بالاتر	۱۰

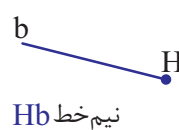


محتوا و فهرست موضوعی
فصل

- دایره و عناصر مربوط به آن ۳۰۰
- وضعیت یک خط و یک دایره نسبت به هم ۳۰۰
- یافتن اندازه پاره خط یا زاویه مجهول ۳۰۱
- معرفی کمان ها و نکات مربوط به آن ۳۰۵
- یادآوری زاویه ها ۳۰۶
- زاویه مرکزی و ویژگی آن ۳۰۸
- تقسیم دایره به کمان های مساوی و روش کلی ۳۰۹
- زاویه محاطی و ویژگی و نکات مربوط به آن ۳۱۱
- یافتن اندازه زاویه ها و کمان های مجهول ۳۱۳
- چندضلعی های محاطی ۳۱۸

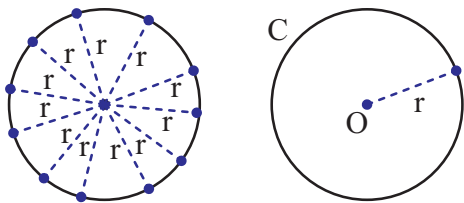
تذکره: در این درس منظور از خط، همان خط راست می باشد. می دانید که نقطه را با یک حرف بزرگ، خط را با یک حرف کوچک،

پاره خط را با دو حرف بزرگ و نیم خط را با دو حرف که یکی بزرگ و یکی کوچک، است، نمایش می دهند.



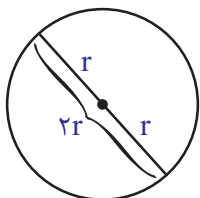


***دایره:** مجموعه نقاطی از صفحه است که فاصله آن‌ها از یک نقطه ثابت (به نام مرکز) به یک اندازه ثابت (شعاع) باشد. معمولاً دایره را با حرف C ، مرکز دایره را با O و شعاع دایره را با r نشان می‌دهند؛ مثلاً می‌نویسند: $C(O, r)$.



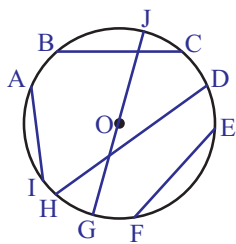
شعاع دایره: پاره‌خطی که مرکز دایره را به یکی از نقاط روی محیط دایره وصل کند، شعاع نام دارد. هر دایره بی‌شمار شعاع دارد که همه آن‌ها با هم برابرند.

قطر دایره: پاره‌خطی که از مرکز دایره گذشته و دو نقطه از محیط دایره را به هم وصل می‌کند، قطر نام دارد. اندازه هر قطر دو برابر شعاع است، پس می‌توان آن را با $2r$ نشان داد. هر دایره بی‌شمار قطر دارد که همه با هم برابرند.



وتر: پاره‌خطی است که دو نقطه از محیط دایره را به یکدیگر وصل کند، پس مانند پاره‌خط با دو حرف بزرگ نمایش داده می‌شود. هر دایره بی‌شمار وتر دارد که می‌توانند با هم برابر باشند یا نباشند.

نکته ۱: بزرگ‌ترین وتر دایره، از مرکز دایره می‌گذرد، پس بزرگ‌ترین وتر دایره همان قطر است.



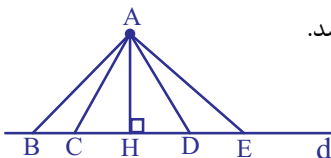
مثال: یک دایره رسم کرده و ۵ وتر روی آن ایجاد کنید.

نام وترها: AI و BC و JG و DH و EF

نکته ۲: شعاع دایره هیچ‌گاه نمی‌تواند وتر باشد، چون یک سر آن روی مرکز دایره است نه روی محیط دایره.

نکته ۳: منظور از فاصله‌ی یک نقطه از خط، همان فاصله‌ی عمودی است که بیان‌گر کوتاه‌ترین فاصله است.

مثلاً از بین پاره‌خط‌های شکل زیر، اندازه پاره خط AH بیان‌گر فاصله‌ی نقطه‌ی A از خط d می‌باشد.



۱- متداخل: خط و دایره ۲ نقطه مشترک دارند.

۲- مماس: خط و دایره ۱ نقطه مشترک دارند.

۳- متخارج: خط و دایره نقطه مشترکی ندارند.

***وضعیت یک خط و یک دایره نسبت به هم**



آزمون نوبت دوم

تاریخ آزمون:
زمان: ۱۱۰ دقیقه

کلاس:
نام دبیر:

نام و نام خانوادگی:
نام مدرسه:

بارم	متن سوال	نوع		
۱	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>۱- اگر فاصله‌ی مرکز دایره تا خط d برابر شعاع دایره باشد، خط و دایره دو نقطه مشترک دارند.</p> <p>۲- به فاصله بین کمترین و بیشترین داده، دامنه تغییرات می‌گویند.</p> <p>۳- عبارات $x = 5$ و $x = -5$ پاسخ‌های معادله $x^2 = 25$ هستند.</p> <p>۴- عدد ۹۱ یک عدد اول است.</p>	A		
۰/۷۵	<p>در جاهای خالی، کلمه یا عدد مناسب قرار دهید.</p> <p>۱- برای تقسیم دایره به ۶ کمان مساوی، دهانه‌ی پرگار را به‌اندازه‌ی باز می‌کنیم.</p> <p>۲- مجموع زاویه‌های داخلی هشت ضلعی منتظم درجه است.</p> <p>۳- مجموع احتمال‌های همه پیشامدهای متفاوت در یک آزمایش تصادفی برابر با می‌باشد.</p>	B		
۰/۵	<p>در سؤالات زیر، گزینه مناسب را علامت بزنید.</p> <p>۱- شاخه‌های یک درخت در حال رشد به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند. پس از طی ۸ قسمت چند شاخه می‌شوند؟</p> <p style="text-align: center;"> ۳۲ (۱) ۶۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۲۵۶ (۴) </p> <p>۲- در کدام یک از شکل‌های زیر رابطه‌ی $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ درست است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> (۱) </div> <div style="text-align: center;"> (۲) </div> <div style="text-align: center;"> (۳) </div> <div style="text-align: center;"> (۴) </div> </div>	C		
۰/۵	<p>۱- در جدول زیر عبارت‌های سمت راست را به پاسخ‌های مناسب در سمت چپ وصل کنید.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> مربع و وتر برابر است با مجموع - زاویه‌ای که رأس آن روی مرکز دایره و ضلع‌هایش شعاع دایره باشند: </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> مربعات دو ضلع دیگر مکعبات دو ضلع دیگر زاویه مرکزی زاویه محاطی </td> </tr> </table>	مربع و وتر برابر است با مجموع - زاویه‌ای که رأس آن روی مرکز دایره و ضلع‌هایش شعاع دایره باشند:	مربعات دو ضلع دیگر مکعبات دو ضلع دیگر زاویه مرکزی زاویه محاطی	D
مربع و وتر برابر است با مجموع - زاویه‌ای که رأس آن روی مرکز دایره و ضلع‌هایش شعاع دایره باشند:	مربعات دو ضلع دیگر مکعبات دو ضلع دیگر زاویه مرکزی زاویه محاطی			
۱/۲۵	<p>۲- حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید و در صورت امکان ساده کنید.</p> <p>(الف) $4 \times 2 \div 8 + 2 \div 2 - 6 =$ (الف)</p> <p>(ب) $\left[\left(-\frac{3}{8} \right) - \left(-\frac{5}{12} \right) \right] \div \frac{1}{6} =$ (ب)</p>			

لوحة برتر انتخاب برتر ✓

تلفن های ثبت سفارش و خرید:

۰۲۱ - ۶۶۹۷۱۹۷۰

۶۶۹۷۲۴۷۸

۶۶۹۷۱۸۰۴

۶۶۱۷۵۰۵۳



ارتباط با انتشارات لوح برتر:

تهران، میدان انقلاب، خیابان کارگر جنوبی

بین لبافی نژاد و جمهوری، پلاک ۱۲۱۳

  Lohebartarpub  Lohebartar  www.Lohebartar.ir

سامانه پیامکی: ۰۳۶-۵۳۶۴۰۰۰-۳