



### راهبرد رسم شکل

در بسیاری از مسائل برای درک بهتر سؤال از رسم شکل استفاده می‌شود. رسم شکل باعث می‌شود عملیات و محاسبات یک سؤال حذف یا کم شود. این شکل لزومی به ترسیم ندارد و می‌تواند در ذهن شما باشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست و شکل باید به حل سؤال و درک آن کمک کند.

#### دارای پاسخ تشریحی



<p>(شاهرود-ارشاد-۹۳-۹۳-۹۳) شاهرود-ارشاد-۹۳-۹۳-۹۳</p>	<p>۱- یک زمین فوتبال مستطیلی شکل به طول و عرض <math>100m</math> و <math>200m</math> داریم. می‌خواهیم به فاصله‌ی ۲ متر از دور تا دور آن نرده بکشیم. چند متر نرده نیاز داریم؟</p>
<p>(مرند-علامه جعفری-۹۳-۹۳) مرند-علامه جعفری-۹۳-۹۳</p>	<p>۲- یک توپ فوتبال از زمین به ارتفاع ۳۲ متری به صورت عمودی (به سمت بالا) شوت می‌شود. این توپ بعد از هر بار خوردن به زمین، <math>\frac{1}{4}</math> ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظه‌ی شوت شدن و پس از دو بار خوردن به زمین چه مسافتی پیموده است؟</p>
<p>(اراک-فروغ دانش-۹۱-۹۱) اراک-فروغ دانش-۹۱-۹۱</p>	<p>۳- مساحت زمینی مربع شکل <math>100m^2</math> می‌باشد. به هر ضلع آن <math>10\%</math> اضافه می‌کنیم، به مساحت زمین چند متر مربع اضافه می‌شود؟</p>
<p>(ملک‌شاهی-دبیرستان-عفت-۹۳-۹۳) ملک‌شاهی-دبیرستان-عفت-۹۳-۹۳</p>	<p>۴- یک کوه نورد هر روز <math>300m</math> صعود می‌کند، اما در هنگام شب به علت باد شدید <math>100m</math> به پائین برمی‌گردد. او برای صعود به قله‌ی <math>700</math> متری به چند روز و شب حرکت نیاز دارد؟</p>
<p>(شهرستان قدس-ابوریحان-۹۳-۹۳) شهرستان قدس-ابوریحان-۹۳-۹۳</p>	<p>۵- حاصل جمع دو عدد طبیعی که یکی از آن‌ها زوج می‌باشد، برابر <math>13</math> است. در صورتی که حاصل ضرب آن‌ها بیشترین مقدار باشد، آن دو عدد را پیدا کنید؟ (جدول نظام‌دار)</p>
<p>(فروین-فروغی-۹۱-۹۱) فروین-فروغی-۹۱-۹۱</p>	<p>۶- <math>5</math> گوی به نام‌های <math>1, 2, 3, 4</math> و <math>5</math> داریم. به چند روش مختلف می‌توانیم <math>2</math> تا از آن‌ها را انتخاب کنیم؟</p>
<p>(اهواز-حجاب-۹۰-۹۰) اهواز-حجاب-۹۰-۹۰</p>	<p>۷- با سه رقم <math>1, 2</math> و <math>0</math> چند عدد سه رقمی مختلف می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)</p>
<p>(کرج-فردوس-۹۰-۹۰) کرج-فردوس-۹۰-۹۰</p>	<p>۸- به چند حالت جمع دو عدد طبیعی <math>10</math> می‌شود؟</p>
<p>(ساری-فرزادگان-۹۳-۹۳) ساری-فرزادگان-۹۳-۹۳</p>	<p>۹- مریم تعدادی سکه‌ی <math>50</math> تومانی و <math>100</math> تومانی دارد. او سوار تاکسی شده و می‌خواهد کرایه‌ی خود را که <math>500</math> تومان شده است، حساب کند. او به چند حالت می‌تواند این کار را انجام دهد؟ (همه‌ی حالت‌ها را بنویسید)</p>
<p>(جهرم-فرهنگ-۹۱-۹۱) جهرم-فرهنگ-۹۱-۹۱</p>	<p>۱۰- سه نفر به نام‌های <math>A, B, C</math> می‌خواهند به مهمانی بروند. دو نفر از آن‌ها به چند روش مختلف می‌توانند باهم به مهمانی بروند؟</p>



## راهبرد الگو سازی

کله این راهبرد برای مسائلی است که نیاز است همه‌ی حالت‌ها را بنویسیم. برای نوشتن تمامی حالات و اطمینان از اینکه چیزی از قلم نیفتد باید از الگو و نظم خاصی پیروی کنیم. الگوسازی یا نظم‌دهی روشی است برای نوشتن تمامی حالت‌ها با نظم مشخص. از این راهبرد در مسائلی استفاده کنید که همه‌ی جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را می‌خواهید و لازم است بنویسید.

### بدون پاسخ تشریحی



۱- یک باغچه‌ی دایره‌ای شکل به شعاع ۳ متر است. اگر به فاصله‌ی یک متر از لبه‌ی باغچه دورتا دور آن را نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟ (رسم شکل)

(شاهرود-ارشد-۹۳-۵۵بار)



۲- توپی را از ارتفاع ۲۴ متری سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. این توپ پس از برخورد با زمین هر بار به اندازه‌ی نصف ارتفاع قبلی بالا می‌آید. پس از ۳ بار زمین خوردن، توپ چه مسافتی را می‌پیماید؟ (با راهبرد رسم کل شکل)

(تهران-حضرت مریم-۹۳-۳بار)



۳- اگر از طول ضلع مربعی ۳۰ درصد کم شود، از مساحت آن چند درصد کم می‌شود؟

(۴۴)



۴- یک قورباغه هر روز ۵ m از دیواری بالا می‌رود و در هنگام شب ۱ m پایین می‌آید. او برای رسیدن به بالای دیوار ۲۵ متری به چند روز و شب نیاز دارد؟

(شاهرود-حافظ-۹۳-۵۵بار)



۵- دو عدد صحیح که حاصل ضرب آن‌ها ۲۴ و حاصل جمع آن‌ها کم‌ترین مقدار ممکن باشد، کدام‌اند؟

(خوبیار-نمونه‌دولتی حاج مسعود نولبی-۹۳-۴بار)



۶- ۵ نفر در یک تیم حضور دارند. به چند طریق می‌توانیم دو تا از آن‌ها را برای پست‌های دروازبانان و دفاع انتخاب کنیم؟

(تهران-مطهری-۹۱-۱۱بار)



۷- با چهار رقم ۷ و ۵ و ۲ و ۰ چند عدد سه رقمی مختلف می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)

(کرگان-رشد-۹۳-۱۲بار)



۸- به چند حالت جمع سه عدد طبیعی ۵ می‌شود؟

(کرج-ارمغان تربیت-۹۰-۱۴بار)



۹- با سکه‌های ۵۰ و ۵۰۰ تومانی به چند حالت می‌توان ۵۰۰۰ تومان درست کرد؟ (با استفاده از راهبرد الگوسازی)

(خوی-علامه‌حلی-۹۳-۳بار)



۱۰- از بین ۷ نفر به چند طریق مختلف می‌توان ۶ نفر را انتخاب کرد؟

(یزد-دکترحسابی-۹۱-۹بار)



## راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

کدر مسائلی که حالت‌های مختلفی وجود دارد با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله بعضی از حالت‌هایی که نامطلوب هستند را حذف می‌کنیم.  
با حذف حالت‌های نامطلوب به جواب‌های مسئله یا حالات مطلوب می‌رسیم.  
برای یافتن همه‌ی حالت‌ها از راهبرد الگو سازی استفاده می‌کنیم.  
در این راهبرد ابتدا فهرستی از تمامی حالات تهیه می‌کنیم و سپس حالات نامطلوب را حذف می‌کنیم.

### دارای پاسخ تشریحی



۱۱- مجموع سه عدد طبیعی مختلف ۱۳ می‌باشد و حاصل ضرب آن‌ها ۶۰ می‌باشد. آن سه عدد را بیابید.

(قزوین-دهخدا-۹۱-۸۰ بار)



۱۲- با ارقام ۲ و ۱ و ۰ چند عدد سه رقمی زوج می‌توان ساخت؟ (بدون تکرار ارقام)

(قزوین-علوی-۹۰-۹۰ بار)



۱۳- چند عدد دو رقمی زوج و مضرب ۵ داریم که اختلاف دهگان و یکان دو واحد باشد؟

(تنگابن-شهرود-۹۲-۷۰ بار)



۱۴- با حروف A, B, C چند کلمه‌ی سه حرفی می‌توان ساخت که A حتماً در آن باشد و B حتماً در جایگاه اول کلمه باشد؟ (تکرار مجاز است).

(شاهرود-حافظ-۹۳-۵۰ بار)



۱۵- در هر مورد، ۳ عدد بعدی را بنویسید.

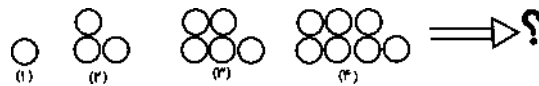
۱, ۳, ۵, ۷, .....

(ملایر-ابن سینا-۹۰-۱۰ بار)

۱, ۵, ۹, ۱۳, ...

۱۰۲۴, ۲۵۶, ۶۴, ....

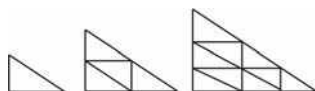
۱۶- اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند در شکل دهم از چند استفاده می‌شود؟



(سنندج-شهبید بیشتی-۹۰-۱۲ بار)



۱۷- در شکل زیر، شکل دهم چند مثلث کوچک دارد؟



(شیراز-فرزادگان-۹۰-۱۲ بار)





## راهبرد الگویی

کج در ریاضی دو نوع الگو به نام‌های هندسی و عددی وجود دارد. الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی یا هندسی است. الگویی، کشف این نظم بین دنباله‌های عددی و هندسی است. راهبرد الگویی در مسائلی استفاده می‌شود که بین شکل‌ها و یا عددها، رابطه‌ی خاصی برقرار باشد.

### بدون پاسخ تشریحی

مرجع

۱۱- علی آقا دو فرزند دارد که حاصل ضرب سن این دو فرزند ۳۶ و حاصل جمع سن آن‌ها ۱۳ می‌باشد. فرزند بزرگ‌تر علی آقا چند سال دارد؟ (با استفاده از راهبردها)

(آران و بیدگل - شهیدان - هندقان - ۹۳-۹۲-۹۱)



۱۲- با ارقام ۳ و ۲ و ۱ و ۰ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهار رقمی زوج می‌توان ساخت؟

(اردبیل - نخچیان - ۹۱-۹۰-۸۹)



۱۳- چند عدد دو رقمی زوج و مضرب ۳ داریم که اختلاف دهگان و صدگان آن دو واحد باشد؟

(بندر لنگه - فاطمیه - ۹۰-۸۹-۸۸)  
(بار ۶)



۱۴- با حروف A, B, C, D چند کلمه‌ی سه حرفی می‌توان ساخت که شامل A باشند و B حرف دوم آن‌ها باشد؟

(تالش - آسپه - ۹۰-۸۹-۸۸)



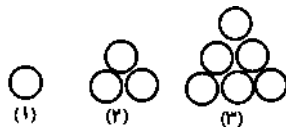
۱۵- عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید.

۱, ۳, ۷, ۱۰, ۱۴, ...  
۱, ۴, ۹, ۱۶, ...

(شاهرود - ارشاد - ۹۳-۹۲-۹۱)



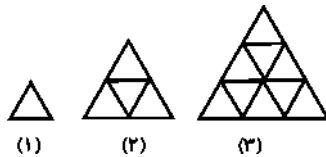
۱۶- با توجه به الگوی داده شده شکل دهم با چند دایره ساخته می‌شود؟



(سمنان - اخلاص - ۹۳-۹۲-۹۱)



۱۷- شکل هشتم الگوی زیر از چند مثلث کوچک تشکیل می‌شود؟



(تأییدی)



## راهبرد حدس و آزمایش

این راهبرد در مسائلی استفاده می‌شود که مسئله روش مستقیمی ندارد یا رسیدن به جواب بسیار طولانی است. در این راهبرد حدس منطقی زده و جواب را پیش‌گویی می‌کنیم و با توجه به شرایط مسئله حدس خود را بررسی می‌کنیم. در این راهبرد حدس خود را پس از بررسی در هر مرحله، بهبود می‌بخشیم تا کم کم به جواب مسئله نزدیک شویم. حدس و آزمایش را باید در جدول یا به روشی مشخص در قسمت پاسخ سؤال نمایش دهیم.

### دارای پاسخ تشریحی

مرجع

(آران و بیدگل -  
پسرانه ۱۵ خرداد -  
۹۳-۹۵ یار)

۱۸- ۱۸ دستگاه اتومبیل و موتور سیکلت در یک نمایشگاه قرار دارند. اگر تعداد کل چرخ‌های آن‌ها ۵۸ عدد باشد، چند موتور سیکلت و چند عدد اتومبیل در نمایشگاه وجود دارد؟ (راهبرد حدس و آزمایش)



(اهواز -حجاب -۹۰-۹۶ یار)

۱۹- دو زاویه متمم یک‌دیگر هستند. اگر یکی از دو برابر دیگری ۳۰ درجه بیش‌تر باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی کوچک‌تر را بیابید.



(سمنان -حضرت زینب -  
۹۳-۹۳ یار)

۲۰- در رابطه‌ی زیر به جای  $\square$  چه عددی می‌توان قرار داد؟  
$$-2 \times \square + 3 = 1$$

(شاهرود -غیردولتی  
فرشته -۹۳-۹۳ یار)

۲۱- در یک مدرسه ۱۶۰ دانش‌آموز تحصیل می‌کنند. اگر ۴۰٪ از آن‌ها به اردو رفته باشند و ۵٪ از آن‌ها غایب باشند، چند نفر از دانش‌آموزان در کلاس درس حاضر هستند؟



(آمل - دبیرستان طالب  
آملی -۹۳-۹۳ یار)

۲۲-  $\frac{3}{5}$  مزرعه‌ای را گندم کاشته‌ایم و  $\frac{3}{4}$  بقیه‌ی مزرعه را برنج کاشته‌ایم. اگر قسمت باقی‌مانده زمین ۱۲۰ متر مربع باشد، مساحت کل زمین چند متر مربع است؟ (با استفاده از راهبرد رسم شکل)



(آران و بیدگل -امام  
زمان -۹۳-۹۳ یار)

۲۳-  $\frac{3}{5}$  گنجایش ظرفی آب دارد. اگر ۴۰ سی‌سی دیگر آب در داخل ظرف بریزیم، ظرف پر می‌شود. گنجایش ظرف چه قدر است؟ (با استفاده از راهبرد رسم شکل)





## راهبرد زیر مسئله

ک راهبرد زیر مسئله برای مسائلی که پیچیده و چند مرحله‌ای هستند به کار می‌روند.

ابتدا باید فهرستی از زیر مسئله‌ها تهیه کرد و سپس به آن‌ها پاسخ داد.

فهرست زیر مسئله‌ها باید به گونه‌ای باشند که هر زیر مسئله به حل زیر مسئله‌ی بعدی کمک کند تا در نهایت به جواب برسید.

### بدون پاسخ تشریحی



۱۸- ۱۲ گوسفند و مرغ در یک مزرعه وجود دارد. اگر تعداد کل پاها ۳۰ باشد. تعداد گوسفندان و مرغ‌ها در این مزرعه چقدر است؟

(علامه جعفری-مزند-۹۳-  
بار ۳)



۱۹- دو زاویه متمم یک‌دیگرند و اندازه‌ی یکی دو برابر دیگری است. هر کدام چند درجه‌اند؟ (روش نمادین)

(شاهرود-ارشاد-۹۳-۹۳-  
بار ۵)



۲۰- در رابطه‌ی زیر به جای  $\square$  چه عددی را می‌توان قرار داد؟

(تجابت-سمان-۹۳-۹۳-  
بار ۴)

$$-2 \times \square + 5 = -5$$

۲۱- نازنین  $\frac{1}{p}$  پولش را به برادرش داد و با بقیه پول خود ۲ کتاب خرید. اگر قیمت هر کتاب ۱۵۰۰ تومان باشد کل پول نازنین چقدر بوده است؟

(شیراز-دکتر حسینی-  
۹۳-۹۳-بار ۳)



۲۲- کشاورزی  $\frac{1}{p}$  زمین خود را گوجه فرنگی و  $\frac{1}{p}$  بقیه‌ی زمین را سیب‌زمینی کاشته است و بقیه‌ی زمین را که ۱۲ هکتار است پیاز کاشته است. حساب کنید کل زمین این کشاورز چند هکتار است؟

(آران و بیدگل-شید  
جندقان-۹۳-۹۳-بار ۷)



۲۳- در یک کارگاه تولید اسباب بازی ۸۵۰ توپ بازی تولید شده است. اگر  $\frac{2}{5}$  توپ‌ها به رنگ آبی و  $\frac{1}{5}$  توپ‌ها به رنگ قرمز و بقیه به رنگ زرد باشد، تعداد توپ‌های آبی و توپ‌های قرمز و توپ‌های زرد را به دست آورید.

(شاهرود-۱۳۰۲-آبان-۹۳-  
بار ۷)





## راهبرد حل مسئله ساده‌تر

برای مسئله‌های پیچیده می‌توانیم از این راهبرد استفاده کنیم. این راهبرد، مسئله را کمی ساده‌تر در نظر می‌گیرد و در حالتی خاص و تقریباً نزدیک به سؤال آن را حل می‌کند. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و یافتن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم. الگویابی به ما کمک می‌کند تا از روی مسئله‌ی ساده به جواب مسئله‌ی اصلی برسیم.

### دارای پاسخ تشریحی

۲۴- سن یک دانش‌آموز ۱۳ ساله تقریباً چند ثانیه است؟

مرجع

(لهواز-حجاب-۹۰-۹۱بار)



۲۵- حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \dots \times \frac{99}{100} = ?$$

(سمنان - حضرت زینب -  
۹۳-۹۴بار)

۲۶- حاصل عبارت زیر را با استفاده از راهبرد حل مسئله ساده‌تر به دست آورید.

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{3}{4}\right) + \left(1 - \frac{5}{8}\right) + \dots + \left(1 - \frac{511}{512}\right) = ?$$

(خوی - علامه حلی - ۹۳-  
۹۴بار)

۲۷- صحرا ۲۰۰۰۰۰ تومان پول داشت و با آن ۲۰ دفتر خرید و برای او ۱۰۰۰۰۰ تومان باقی ماند، قیمت دفترهایی که او خریده چه قدر بوده است؟

(اردبیل - غیر دولتی پویا -  
۹۳-۹۴بار)

۲۸- ژیل در طی یک سال ۹۰۰۰۰۰۰ تومان پول پس انداز کرد. البته هنوز ۳۰۰۰۰۰۰ تومان برای خرید خود پول کم دارد. او چند ماه دیگر کار کند تا پول مورد نیاز خود را تهیه کند؟

(آیت اله کاشانی - آران و  
بیدگل - ۹۳-۹۴بار)

۲۹- علی یک کتاب را در ۹ ساعت مطالعه کرد و ۲۰ صفحه باقی ماند. اگر کتاب ۲۰۰ صفحه داشته باشد، او در هر ساعت چند صفحه مطالعه کرده است؟

(شاهرود -  
شهیدهاشمی نژاد - ۹۳-  
۹۴بار)



## راهبرد روش‌های نمادین

حل مسائل بسیاری با استفاده از نمادهای جبری بسیار ساده‌تر می‌شود.

حل معادله روشی برای کامل کردن راهبرد روش‌های نمادین است که پس از نمادگذاری جبری مسئله و تشکیل معادله به حل آن کمک می‌کند.

می‌توان برای حل مسئله از مدل‌سازی هندسی هم استفاده کرد.

تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی می‌باشد.

### بدون پاسخ تشریحی

۲۵- سن یک دانش‌آموز ۱۷ ساله تقریباً چند ثانیه است؟

(بهبهان-آزادگان-۹۰-  
بیار)



۲۶- حاصل عبارت زیر را بیابید.

(شاهرود-۱۳۲۱-۹۳-  
بیار)

$$\frac{1}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \dots \times \frac{1}{10} = ?$$



۲۷- حاصل عبارت زیر را بیابید.

(رفسنجان-نمونه‌دولتی  
شهید اسدی-۹۳-۹۴-بیار)

$$\frac{1}{8} \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{32} \times \dots \times \frac{1}{1024} = ?$$



۲۸- برای خرید ۲ خودکار ۸۰۰ تومان داده‌ایم و ۸۰ تومان پس گرفتیم، قیمت یک خودکار چند تومان است؟

(تنگابن-شاهد-۹۳-۹۳-بیار)



۲۹- ژاله در طی یک سال ۲۷ میلیون برای خرید یک خودرو جمع کرد. البته او هنوز ۳ میلیون پول کم دارد. او چند ماه دیگر باید کار کند تا پول مورد نیاز خود را تهیه کند؟

(اهواز-حجاب-۹۰-۸۰-بیار)



۳۰- مریم کتاب درسی‌اش را در ۸ ساعت مطالعه کرد و ۱۵ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۲۱۵ صفحه داشته باشد او به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه مطالعه کرده‌است؟

(آبیک-حضرت زینب-۹۳-  
بیار)







## عددهای صحیح

مجموعه‌ی اعداد صحیح که شامل کلیه‌ی اعداد صحیح مثبت و منفی و عدد صفر است به صورت زیر معرفی می‌شود:  
 $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$   
 عدد صفر بدون علامت است؛ نه منفی است و نه مثبت. قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد برابر با خود عدد است.

$$-(-a) = a$$

قرینه‌ی صفر، خود صفر است.

برای نوشتن جمع و تفریق متناظر با یک بردار از رابطه‌های زیر استفاده می‌شود:

انتهای بردار = عدد بردار + ابتدای بردار : جمع

ابتدای بردار = عدد بردار - انتهای بردار : تفریق

## دارای پاسخ تشریحی

مرجع

۱- دور اعداد صحیح، مربع بکشید.

(بهبان - بیشکامان - ۹۳ - ۹۴ بار)

$$+4 \text{ و } -6 \text{ و } 9 \text{ و } -1 \frac{3}{4} \text{ و } 0 \text{ و } -7/5$$



۲- الف) علامت < = > قرار دهید.

(بندر لنگه - یوسفی - ۹۰ - ۹۱ بار)

$$-(+2) \square - 2 \qquad -13 \square - 18$$

ب) حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$(+35) - (-7) = \qquad (-16) + (-9) =$$



۳- الف) قرینه‌ی قرینه‌ی هر عدد برابر با ..... است.

ب) علامت‌های پشت هر عدد را خلاصه کنید.

(آران و بیدگل - آیتاله کاشانی - ۹۳ - ۹۲ بار)

$$-(-(-11)) = \qquad -(+9) =$$



۴- الف) اعداد زیر را به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$-17, -18, -2, 5, 0, -1, 4$$

(اردبیل - شاهد - ۹۱ - ۹۰ بار)



۵- برای هر حرکت روی محور یک عدد علامت‌دار بنویسید.

(قزوین - فروغی - ۹۱ - ۸۸ بار)

