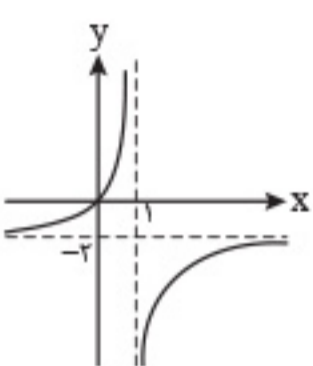
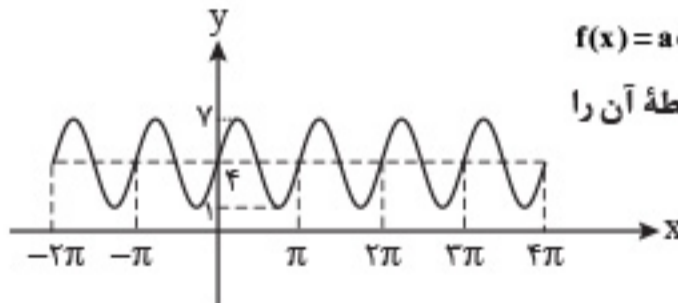


رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی: شیمی (۳)
نام و نام خانوادگی: .....	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
تاریخ امتحان: .....	سؤالات شبیه‌ساز نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۹
تعداد صفحه: ۵	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	سؤالات	نمره
------	--------	------

۸	<p>با توجه به شکل زیر که مربوط به برقکافت سدیم کلرید مذاب است به پرسش‌ها پاسخ دهید.</p>  <p>آ) در این نوع سلول انرژی الکتریکی تولید می‌شود یا مصرف؟ چرا؟          ب) برای کاهش نقطه ذوب سدیم کلرید چه پیشنهادی دارید؟          پ) نیم‌واکنش آندی را بنویسید.</p>	۱/۲۵												
۹	<p>با توجه به ثابت یونش اسیدهای موجود در جدول زیر به پرسش‌ها پاسخ دهید.</p> <table border="1" data-bbox="294 1484 1155 1691"> <thead> <tr> <th>ردیف</th> <th>نام اسید</th> <th>فرمول شیمیایی</th> <th><math>K_a</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۱</td> <td>فورمیک اسید</td> <td>HCOOH(aq)</td> <td><math>1/8 \times 10^{-4}</math></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>هیدروسیانیک اسید</td> <td>HCN(aq)</td> <td><math>4/9 \times 10^{-10}</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>آ) کدام اسید ضعیف‌تر است؟          ب) توضیح دهید در دمای ۲۵ درجه سلسیوس، pH محلول ۰/۱ مولار کدام اسید (HCOOH یا HCN) کمتر است؟ چرا؟          (محاسبه لازم نیست)</p>	ردیف	نام اسید	فرمول شیمیایی	$K_a$	۱	فورمیک اسید	HCOOH(aq)	$1/8 \times 10^{-4}$	۲	هیدروسیانیک اسید	HCN(aq)	$4/9 \times 10^{-10}$	۱
ردیف	نام اسید	فرمول شیمیایی	$K_a$											
۱	فورمیک اسید	HCOOH(aq)	$1/8 \times 10^{-4}$											
۲	هیدروسیانیک اسید	HCN(aq)	$4/9 \times 10^{-10}$											
۱۰	<p>دلیل هریک از عبارتهای زیر را بنویسید.</p> <p>آ) آهن فلزی با فعالیت کم است که در هوا اکسید شده، خورده می‌شود و استحکام خود را حفظ نمی‌کند.          ب) آنتالپی فروپاشی شبکه پتاسیم برمید KBr(s) کمتر از آنتالپی فروپاشی شبکه پتاسیم کلرید KCl(s) است.          پ) برای افزایش قدرت پاک‌کنندگی مواد شوینده به آن‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند.          ت) می‌توان با محلول غلیظ سدیم هیدروکسید برخی لوله‌ها و مجاری جرم گرفته با اسیدهای چرب را باز کرد.</p>	۲												
۱۱	<p>در واکنش زیر با محاسبه تغییر عدد اکسایش، تعیین کنید کدام گونه کاهش و کدام اکسایش یافته است.</p> $2Al(s) + 3CuSO_4(aq) \rightarrow Al_2(SO_4)_3(aq) + 3Cu(s)$	۱/۲۵												
	«ادامه سؤالات در صفحه چهارم»													

رشته: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی: حسابان (۲)
نام و نام خانوادگی: .....	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
تاریخ امتحان: .....	سؤالات شبیه ساز نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰
تعداد صفحه: ۲	مدت امتحان: ۸۰ دقیقه

ردیف	سؤالات	نمره
۱	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>الف) تابع ..... در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود.</p> <p>ب) دامنه تابع تنازانت برابر ..... است.</p> <p>پ) با توجه به نمودار تابع روبه‌رو، <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots\dots\dots</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots\dots\dots</math> می باشند.</p> 	۱
۲	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) شرط لازم و کافی برای آن که تابع <math>f</math> در <math>x=a</math> مشتق پذیر باشد، آن است که در این نقطه پیوسته باشد.</p> <p>ب) هر نقطه اکسترمم مطلق تابع <math>f</math> که این تابع در همسایگی اش تعریف شده باشد، اکسترمم نسبی هم می باشد.</p> <p>پ) اگر <math>x=a</math> طول نقطه اکسترمم نسبی تابع <math>f</math> باشد، آن گاه <math>f'(a) = 0</math> است.</p> <p>ت) تابع <math>f(x) = \sqrt[3]{x}</math> در نقطه به طول <math>x=0</math> دارای نقطه عطف مشتق ناپذیر می باشد.</p>	۱
۳	نمودار تابع $y = 2 \cos(\frac{x}{4})$ را به کمک نمودار $y = \cos x$ در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ رسم کنید.	۰/۷۵
۴	با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 & ; x < -2 \\ 2 & ; -2 \leq x < 1 \\ 2x-1 & ; x \geq 1 \end{cases}$ تعیین کنید تابع به ترتیب در چه بازه‌هایی صعودی، اکیدا صعودی، نزولی و اکیدا نزولی است؟	۱/۵
۵	اگر باقی مانده تقسیم عبارت $P(x) = ax^3 + 2x^2 - bx + 1$ بر $x+2$ ، دو برابر باقی مانده تقسیم عبارت $q(x) = 2x^2 + ax + 3b$ بر $x+2$ باشد و عبارت $q(x)$ بر $x-1$ بخش پذیر باشد، مقادیر $a$ و $b$ را به دست آورید.	۱
۶	<p>نمودار مقابل مربوط به تابعی با ضابطه <math>f(x) = a \sin(bx) + c</math> یا <math>f(x) = a \cos(bx) + c</math> است. با تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید.</p> 	۱
۷	معادله مثلثاتی $\cos 2x - 2 \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۱
۸	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -} \frac{x-1}{\sin x}</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+x-1}-x}{5x+3}</math></p>	۰/۷۵
۹	مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{ x -2}$ را در صورت وجود بیابید.	۱
	«ادامه سؤالات در صفحه دوم»	

سؤالات امتحان نهایی: فیزیک (۳)	رشته: ریاضی فیزیک	مهروماه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی: .....	تاریخ امتحان: .....
سؤالات شبیه‌ساز نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۳

ردیف	سؤالات	نمره
	توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.	
۱	در هر یک از جمله‌های زیر، عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. الف) در حرکت بر خط راست، مسافت پیموده شده (بزرگ‌تر یا مساوی - کوچک‌تر یا مساوی) اندازه جابه‌جایی است. ب) در حرکت با (سرعت - شتاب) ثابت روی خط راست، تغییرات مکان نسبت به زمان به صورت یک تابع خطی است. پ) سرعت (لحظه‌ای - متوسط) برابر شیب خطی است که دو نقطه از نمودار مکان - زمان را به هم متصل می‌کند. ت) در حرکت بر خط راست، بردار سرعت متوسط با بردار تغییر (سرعت - مکان) هم‌جهت است.	۱
۲	نمودار سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور $x$ حرکت می‌کند، مطابق شکل است. الف) در بازه زمانی $t_1$ تا $t_2$ ، متحرک در جهت محور $x$ حرکت می‌کند یا در خلاف جهت محور $x$ ؟ ب) متحرک در چه لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد؟ پ) سرعت متوسط متحرک در کل زمان حرکت مثبت، منفی یا صفر است؟ ت) شتاب متوسط متحرک در کل زمان حرکت مثبت، منفی یا صفر است؟ ث) در بازه زمانی $t_2$ تا $t_3$ حرکت متحرک کندشونده است یا تندشونده؟	۱/۲۵
۳	نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور $x$ حرکت می‌کند و در لحظه $t = ۳s$ از مبدأ مکان می‌گذرد، مطابق شکل است. الف) شتاب متحرک را محاسبه کنید. ب) سرعت متحرک در لحظه $t = ۲s$ چقدر است؟	۱ -۱/۵
۴	جاهای خالی را در جمله‌های زیر، با کلمه‌های مناسب پر کنید. الف) نیروهای کنش و واکنش هم‌نوع، هم‌اندازه، هم‌راستا و ..... هستند. ب) وقتی جسمی در یک شاره، نسبت به شاره حرکت کند، از طرف شاره، نیرویی در ..... حرکت جسم به آن وارد می‌شود که به آن نیروی ..... می‌گویند. پ) نیروی عمودی سطح ناشی از ..... سطح تماس دو جسم است. ت) در حالت کلی، نیروی اصطکاک ایستایی، کوچک‌تر یا مساوی ..... است.	۱/۲۵
۵	الف) در شکل مقابل اگر کاغذ را با سرعت و به‌طور افقی بکشیم، برای سکه روی کاغذ چه رخ می‌دهد؟ توضیح دهید. ب) فتری به طول ۱۲cm به سقف یک آسانسور آویزان شده و سر دیگر آن به وزنه $۰/۳kg$ متصل شده است. هنگامی که آسانسور با شتاب $۲m/s^2$ به‌طور تندشونده بالا می‌رود، طول فتر به ۱۴cm می‌رسد و وزنه نسبت به آسانسور ساکن می‌ماند. ثابت فتر چند نیوتون بر متر است؟ ( $g = ۱۰m/s^2$ )	۰/۱۵ ۰/۷۵
	«ادامه سؤالات در صفحه دوم»	



مهروماه

ویژه امتحانات  
نهایی و ترمیم  
و ارتقای معدل

دوازدهم ریاضی

# امتحانات یوم

بسته شبیه ساز امتحانات نهایی

پاسخنامه تشریحی

همراه با برنامه پیشنهادی  
مطالعاتی شب امتحان



# فهرست

برنامه پیشنهادی مطالعاتی شب امتحان

## امتحانات شبیه‌ساز

۷	برنامه پیشنهادی مطالعاتی شب امتحان
۹	۱ امتحان ۱ - تعلیمات دینی (۳) - خرداد ۱۳۹۸
۹	۲ امتحان ۲ - تعلیمات دینی (۳) - خرداد ۱۳۹۹
۱۰	۳ امتحان ۳ - تعلیمات دینی (۳) - خرداد ۱۴۰۰
۱۱	۴ امتحان ۴ - هندسه (۲) - خرداد ۱۳۹۸
۱۲	۵ امتحان ۵ - هندسه (۲) - خرداد ۱۳۹۹
۱۲	۶ امتحان ۶ - هندسه (۲) - خرداد ۱۴۰۰
۱۴	۷ امتحان ۷ - شیمی (۳) - خرداد ۱۳۹۸
۱۵	۸ امتحان ۸ - شیمی (۳) - خرداد ۱۳۹۹
۱۵	۹ امتحان ۹ - شیمی (۳) - خرداد ۱۴۰۰
۱۶	۱۰ امتحان ۱۰ - سلامت و بهداشت - خرداد ۱۳۹۸
۱۷	۱۱ امتحان ۱۱ - سلامت و بهداشت - خرداد ۱۳۹۹
۱۷	۱۲ امتحان ۱۲ - سلامت و بهداشت - خرداد ۱۴۰۰
۱۸	۱۳ امتحان ۱۳ - حسابان (۲) - خرداد ۱۳۹۸
۱۹	۱۴ امتحان ۱۴ - حسابان (۲) - خرداد ۱۳۹۹
۲۱	۱۵ امتحان ۱۵ - حسابان (۲) - خرداد ۱۴۰۰
۲۳	۱۶ امتحان ۱۶ - فیزیک (۳) - خرداد ۱۳۹۸
۲۳	۱۷ امتحان ۱۷ - فیزیک (۳) - خرداد ۱۳۹۹
۲۴	۱۸ امتحان ۱۸ - فیزیک (۳) - خرداد ۱۴۰۰
۲۵	۱۹ امتحان ۱۹ - عربی (۳) - خرداد ۱۳۹۸
۲۶	۲۰ امتحان ۲۰ - عربی (۳) - خرداد ۱۳۹۹
۲۶	۲۱ امتحان ۲۱ - عربی (۳) - خرداد ۱۴۰۰
۲۶	۲۲ امتحان ۲۲ - علوم اجتماعی - خرداد ۱۳۹۸
۲۷	۲۳ امتحان ۲۳ - علوم اجتماعی - خرداد ۱۳۹۹
۲۷	۲۴ امتحان ۲۴ - علوم اجتماعی - خرداد ۱۴۰۰
۲۸	۲۵ امتحان ۲۵ - فارسی (۳) - خرداد ۱۳۹۸
۲۹	۲۶ امتحان ۲۶ - فارسی (۳) - خرداد ۱۳۹۹
۲۹	۲۷ امتحان ۲۷ - فارسی (۳) - خرداد ۱۴۰۰

۲۰	۲۸ امتحان ۲۸ - زبان انگلیسی (۳) - خرداد ۱۳۹۸
۲۲	۲۹ امتحان ۲۹ - زبان انگلیسی (۳) - خرداد ۱۳۹۹
۲۲	۳۰ امتحان ۳۰ - زبان انگلیسی (۳) - خرداد ۱۴۰۰
۲۵	۳۱ امتحان ۳۱ - ریاضیات گسسته - خرداد ۱۳۹۸
۲۶	۳۲ امتحان ۳۲ - ریاضیات گسسته - خرداد ۱۳۹۹
۲۷	۳۳ امتحان ۳۳ - ریاضیات گسسته - خرداد ۱۴۰۰

## امتحانات نهایی ۱۴۰۱

۲۹	۳۴ امتحان ۳۴ - تعلیمات دینی (۳)
۲۹	۳۵ امتحان ۳۵ - هندسه (۳)
۴۰	۳۶ امتحان ۳۶ - شیمی (۳)
۴۱	۳۷ امتحان ۳۷ - سلامت و بهداشت
۴۲	۳۸ امتحان ۳۸ - حسابان (۲)
۴۲	۳۹ امتحان ۳۹ - فیزیک (۳)
۴۲	۴۰ امتحان ۴۰ - عربی (۳)
۴۴	۴۱ امتحان ۴۱ - علوم اجتماعی
۴۴	۴۲ امتحان ۴۲ - فارسی (۳)
۴۵	۴۳ امتحان ۴۳ - زبان انگلیسی (۳)
۴۸	۴۴ امتحان ۴۴ - ریاضیات گسسته

امتحان ۵ - هندسه (۳) - خرداد ۱۳۹۹



- ۱ الف) نیمسازهای زاویای متقابل به رأس (۰/۲۵) / ب) بیضی (۰/۲۵) / ج) عمودمنصف AB - دایره‌ای به مرکز C و شعاع R (۰/۵)  
 ۲ درست (۰/۲۵) / نادرست (۰/۲۵) / نادرست (۰/۲۵) / درست (۰/۲۵)

۸

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+4+4 & 2+2+4 & 2+4+2 \\ 2+2+4 & 4+1+4 & 4+2+2 \\ 2+4+2 & 4+2+2 & 4+4+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$$

۹

$$A^T - 4A = \begin{bmatrix} 9 & 8 & 8 \\ 8 & 9 & 8 \\ 8 & 8 & 9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 8 & 8 \\ 8 & 4 & 8 \\ 8 & 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$$

۴

$$A + B = \begin{bmatrix} a-2 & 4b-2 \\ c+4 & 4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{ماتریس اسکالر}} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$$

$$\begin{cases} a-2=4 \\ 4b-2=0 \\ c+4=0 \end{cases} \xrightarrow{(۰/۲۵)} \begin{cases} a=6 \\ b=\frac{1}{2} \\ c=-4 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$$

۵

$$\begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2+10 \\ x-5x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^2+10 \\ -4x \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2+10 \\ -4x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x^2-10-8x \\ -4x+2x^2+8x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x + 10 = 0 \Rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = 10 \quad (۰/۲۵)$$

۶

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow |A| = (0+4-1) - (0+1+6) = 3-7 = -4 \quad (۰/۲۵)$$

$$|2B^T| = 2^3 |B|^T \quad (۰/۲۵)$$

چون ماتریس مثلثی است، پس مقدار دترمینان برابر حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی است. (۰/۲۵)

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 2 \times 1 \times 3 = 6$$

$$|2B^T| = 2^3 (6)^T = 8 \times 36 = 288 \quad (۰/۲۵)$$

$$|A| + |2B^T| = -4 + 288 = 284 \quad (۰/۲۵)$$

۱۲

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow X = A^{-1} \times B \quad (۰/۲۵)$$

۷

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times A^* = \frac{1}{-1-6} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow X = -\frac{1}{7} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow X = -\frac{1}{7} \begin{bmatrix} -7 \\ -7 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$$

$$\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x-2y=2 \end{cases} \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=-1 \quad (۰/۵)$$

$$R = \frac{|2(1)+4(-1)-4|}{\sqrt{9+16}} = 1 \quad (۰/۲۵)$$

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \quad (۰/۲۵)$$

$$\text{مرکز } O' \begin{cases} \frac{-a}{2} = -2 \\ \frac{-b}{2} = 1 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \quad (۰/۲۵)$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{16+4-12} = \frac{1}{2} \sqrt{8} = \sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$$

$$\Rightarrow h = R \quad (۰/۲۵)$$

$$h = \frac{|-4+1+1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$$

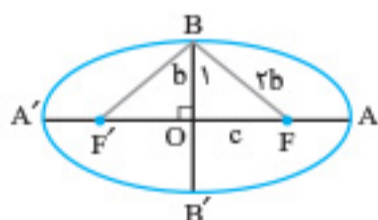
دایره و خط برهم مماس‌اند.

$$AA' = 2BB' \Rightarrow a = 2b \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \xrightarrow{(۱)} 4b^2 = b^2 + c^2$$

$$\xrightarrow{(۰/۲۵)} c^2 = 3b^2 \Rightarrow c = \sqrt{3}b \quad (۰/۲۵)$$

$$\tan \hat{B}_1 = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{3}b}{b} \Rightarrow \tan \hat{B}_1 = \sqrt{3} \quad (۰/۲۵)$$



$$\Rightarrow \hat{B}_1 = 60^\circ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \hat{F'BF} = 120^\circ \quad (۰/۲۵)$$

$$\begin{cases} x_{O'} = x_B \\ y_{O'} = y_A \end{cases} \Rightarrow O' \begin{cases} 2 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} O'B = b = 2 \\ OA' = a = 4 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2\sqrt{3} \quad (۰/۵)$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (۰/۵)$$

$$y^2 = 4(x-1) \Rightarrow a = 1 \quad (۰/۲۵)$$

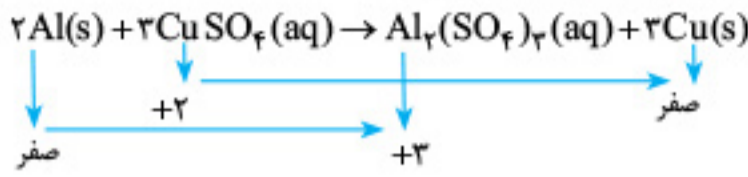


## امتحان ۸ - شیمی (۳) - خرداد ۱۳۹۹



۱۱ اعداد اکسایش Cu و Al (هر مورد ۰/۲۵)

اکسایش: Al و کاهش: Cu<sup>۲+</sup> (۰/۲۵)



۱۲  $SiO_2$  (۰/۲۵) زیرا تفاوت نقطه ذوب و نقطه جوش آن بیشتر است. (۰/۲۵)

۱۳ واکنش (۲) (۰/۲۵) زیرا گرماگیر است. (ب) واکنش (۲) (۰/۲۵) زیرا هرچه انرژی فعالساز واکنش بیشتر باشد، سرعت واکنش کمتر است. (۰/۲۵)

۱۴  $H_3O^+$  (۰/۲۵)

$$\alpha = \frac{\text{شمار مول‌های یونیده شده}}{\text{شمار کل مول‌های حل شده}} = \frac{4}{6} = 0.67$$

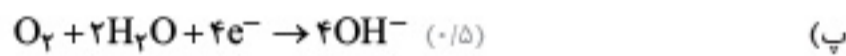
(۰/۲۵) (۰/۲۵)

اسید ضعیف: زیرا  $\alpha < 1$  (۰/۲۵)

۱۵ در جهت رفت (سمت راست) (۰/۲۵) زیرا با کاهش حجم در دمای ثابت فشار زیاد می‌شود (۰/۲۵) با افزایش فشار، تعادل در جهت تعداد مول‌های گازی کمتر جابه‌جا می‌شود. (ب) کم می‌شود. (۰/۲۵)

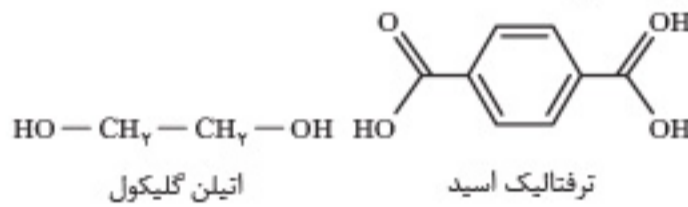
۱۶ خیر، آهن گالوانیزه یا آهن سفید (۰/۲۵)

(ب) زیرا فلز روی هنگام اکسید شدن یک لایه محافظ (ZnO) تشکیل می‌دهد که از ادامه خوردگی جلوگیری می‌کند. (۰/۲۵)



۱۷ خیر (۰/۲۵) زیرا در فرایند تولید آن، آب نیز تولید می‌شود. (۰/۲۵)

(هر مورد ۰/۲۵) (ب)



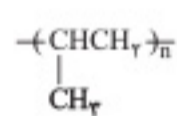
۱۸ شکل (۲) (۰/۲۵) (ب) شکل (۱) (۰/۲۵) (پ) شکل (۱) (۰/۲۵) زیرا با جابه‌جایی لایه‌ها، کاتیون‌ها در دریای الکترونی جابه‌جا شده و دافعه‌ای ایجاد نمی‌شود که سبب در هم ریختن شبکه بلور شود. (۰/۲۵)

۱۹ ۱- پروپانول ( $C_3H_7OH$ )

۲- پروپان ( $C_3H_8$ )

۳-  $C_3H_7Cl$

۴ پلی پروپن (هر مورد ۰/۲۵)



۲۰

$$25 \text{ mL HCl(aq)} \times \frac{0.2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl(aq)}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol HCl}} \times \frac{22.4 \text{ L CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 11.2 \text{ mL CO}_2$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

## امتحان ۹ - شیمی (۳) - خرداد ۱۴۰۰



۱ کاهش - ثابت می‌ماند (هر مورد ۰/۲۵) (ب) مولکولی (پ) فلز (۰/۲۵) (ت) برخلاف - نمی‌کنند (هر مورد ۰/۲۵)

۲ نادرست (۰/۲۵) نور را پخش می‌کنند (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (پ) نادرست (۰/۲۵) Mn کاهنده است. (۰/۲۵) (ت) نادرست (۰/۲۵) عدد اکسایش کربن در کلروفرم ( $CHCl_3$ ) برابر (+۲) است. (۰/۲۵)

۱ (آ) هوشمند (۰/۲۵) (ب) گالوانی (۰/۲۵) (پ) پارچه مقدر صابون (هر مورد ۰/۲۵) (ت) اسیدی (۰/۲۵)

۲ (آ) نادرست (۰/۲۵) با توجه به قوی بودن HCl و بیشتر بودن غلظت یون‌های محلول آن، رسانایی بهتری است. (ب) نادرست (۰/۲۵) با افزایش یا کاهش غلظت‌های تعادلی مواد شرکت‌کننده در یک واکنش ثابت تعادل تغییر نمی‌کند. (پ) درست (۰/۲۵) (ت) نادرست (۰/۲۵) در محیط اسیدی به میزان بیشتری رخ می‌دهد (۰/۲۵) (ث) درست (۰/۲۵)

۳ ترکیب (۳) و ترکیب (۲) (۰/۲۵) (ب) ترکیب (۳) (۰/۲۵) (پ) واندروالسی (۰/۲۵) زیرا بخش بزرگی از مولکول را بخش ناقطبی (زنجر بلند کربنی) تشکیل داده است. (ت) ترکیب ۱ و ۲ (۰/۲۵)

۴ ظرف (۲) (۰/۲۵) (ب) ذرات محلول بسیار ریز هستند به همین دلیل نور را از بین خود عبور می‌دهند (۰/۲۵) (پ) ظرف (۱) (۰/۲۵) (ت) ظرف (۲) (۰/۲۵) (آ) ۵

$$pH = -\log[H^+] = -\log(1 \times 10^{-4}) = 4$$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

$$[H^+] = [A^-] = 0.0001 \text{ mol.L}^{-1}$$

(۰/۲۵)

$$K = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \quad \text{یا} \quad \frac{(0.0001)^2}{[HA]} = 10^{-7}$$

(۰/۲۵)

$$\Rightarrow [HA] = 0.027 \text{ mol.L}^{-1} \quad (0.25)$$

۶ (آ) Mg (۰/۲۵)

(ب) انتخاب درست آند و کاتد (۰/۲۵)

$$emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}}$$

(۰/۲۵)

$$emf = E^{\circ}_{Cu} - E^{\circ}_{Mg} = (+0.34) - (-2.37) = +2.71 \text{ V} \quad (0.25)$$

(پ) سلول منیزیم - نقره (۰/۲۵) چون بیشترین اختلاف پتانسیل را دارند. (۰/۲۵) (آ) قطبی (۰/۲۵) زیرا بار الکتریکی در پیرامون اتم مرکزی توزیع متقارن ندارد. (۰/۵)

(ب) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی رنگ قرمز تراکم بیشتر بار الکتریکی را نشان می‌دهد (۰/۲۵) پس اتم S با ( $\delta^-$ ) نشان‌دار می‌شود. (۰/۲۵)

۸ (آ) مصرف (۰/۲۵) زیرا برای انجام برقفکافت نیاز به استفاده از باتری است. (ب) چون این واکنش به صورت طبیعی انجام نمی‌شود. (۰/۲۵) (پ) برای پایین آوردن نقطه ذوب، به آن  $CaCl_2$  می‌افزایند. (۰/۲۵)

(ب) نیم‌واکنش آندی:

نوشتن درست نیم‌واکنش (۰/۲۵) تشخیص تولید کلر در آند (۰/۲۵) ۹ (آ) هیدروسیانیک اسید (۰/۲۵) (ب) فورمیک اسید (۰/۲۵) زیرا ثابت یونش آن بزرگتر است پس اسید قوی‌تری است و میزان یونش آن در آب بیشتر است (۰/۲۵). از این رو غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۱ مولار آن بیشتر و pH کمتر می‌باشد. (۰/۲۵)

۱۰ (آ) این فلز آهسته، اکسید می‌شود ولی با اکسید شدن لایه‌های ترد به وجود می‌آورد و با فروریختن آن‌ها باعث می‌شود که لایه‌های زیرین در معرض اکسیژن قرار گیرد و استحکام خود را حفظ نکند. (ب) زیرا شعاع یون برمد بیشتر از یون کلرید است. (ب) بنابراین چگالی بار یون کلرید بیشتر از یون برمید است. (پ) زیرا این نمک‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم موجود در آب‌های سخت واکنش می‌دهند (۰/۲۵) و از تشکیل رسوب و ایجاد لکه جلوگیری می‌کنند. (ت) زیرا موادی که سبب گرفتگی این لوله‌ها و مجاری می‌شوند، خاصیت اسیدی دارند. (پ) سدیم هیدروکسید در واکنش با این مواد، فرآورده‌های محلول در آب یا گاز تولید می‌کند و لوله‌ها و مجاری باز می‌شوند. (۰/۲۵)



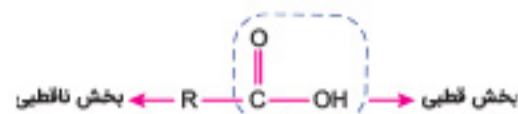
رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	مهروماه	سوالات امتحان نهایی: تعلیمات دینی (۳)
نام و نام خانوادگی: .....	تاریخ امتحان: .....	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
مدت امتحان: ۹۰ دقیقه	تعداد صفحه: ۲	سوالات شبیه‌ساز نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۸

ردیف	سوالات	نمره
	<b>(و) کشف ارتباط:</b>	
۶	هر یک از موارد سمت راست با کدام یک از موارد سمت چپ ارتباط دارد؟ (در سمت چپ یک مورد اضافی است) الف) یاری جستن از خداوند برای رسیدن به اخلاص ب) تفکر در آیات و نشانه‌های الهی ج) دیدار محبوب حقیقی ۱) افزایش معرفت و شناخت نسبت به خداوند ۲) رازونیز با خدا و کمک خواستن از او ۳) دستیابی به درجاتی از حکمت ۴) دریافت پاداش‌های وصفناشدنی	۱/۵
	<b>(ز) اصطلاحات زیر را تعریف کنید:</b>	
۷	الف) پیرایش یا تخلیه: ب) سنت املاء و استدراج:	۰/۵ ۱
	<b>(ح) احکام:</b>	
۸	حکم هر یک از موارد زیر را بنویسید: واجب - جایز - واجب کفایی - حرام - مستحب (یک مورد اضافی است) ۱) ورزش کردن به قصد آمادگی برای انجام وظایف الهی ۲) تولید فیلم‌های تلویزیونی جهت گسترش فرهنگ اسلامی ۳) هر نوع تجارت به نفع رژیم صهیونیستی و ترویج کالای آن‌ها ۴) شرکت در مجالس شادی مانند جشن‌های ملی با رعایت احکام دین	۲
	<b>(ط) به پرسش‌های زیر پاسخ کامل دهید:</b>	
۹	الف) یکی از مراحل توبه «جبران حقوق مردم» یا «حق الناس» است با ذکر مثال توضیح دهید. ب) موقعیت و جایگاه زن در دوره تمدن اسلامی را شرح دهید. ج) درباره نیازمندی جهان به خدا در پیدایش استدلال بنویسید. د) از آثار مثبت تمدن جدید در حوزه عدل و قسط «مشارکت مردم در تشکیل حکومت» را توضیح دهید. هـ) در چه صورت اعتقاد به توانایی پیامبر (ص) در برآوردن حاجات موجب شرک می‌گردد؟	۵
۲۰	جمع نمره	«موفق باشید»

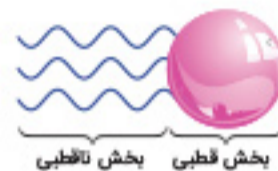


## فصل اول

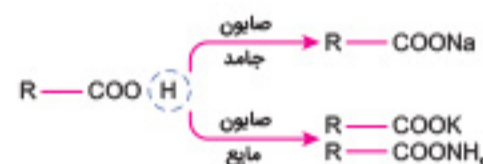
- آلاینده‌ها: موادی هستند که بیش از مقدار طبیعی در یک محیط، ماده یا یک جسم وجود دارند.
- چربی: مخلوطی از اسیدهای چرب (همان کربوکسیلیک اسیدهای با زنجیر بلند هیدرو کربنی) و استرهای بلند زنجیر.
- اسید چرب:



• استر سنگین:

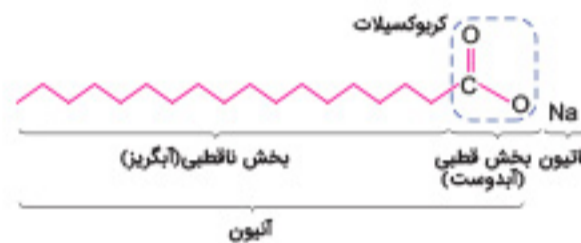


- مواد محلول در آب: نمک خوراکی (NaCl) - عسل - اوره (CO(NH<sub>2</sub>)<sub>2</sub>) و اتیلن گلیکول (CH<sub>2</sub>OH-CH<sub>2</sub>OH)
- مواد محلول در هگزان: بنزین (C<sub>6</sub>H<sub>6</sub>) - وازلین (C<sub>18</sub>H<sub>36</sub>) - گریس (C<sub>12</sub>H<sub>24</sub>)
- صابون: اگر در ساختار اسیدهای چرب (R-COOH) به جای H، سدیم، پتاسیم یا آمونیوم قرار دهیم صابون حاصل می‌شود.



- صابون: مایع ← نمک پتاسیم یا آمونیوم اسیدهای چرب
- جامد ← نمک سدیم اسیدهای چرب

• ساختار صابون سدیم:



- مراحل پاک‌شدن یک لکه چربی یا روغن با صابون:

- 1 حل شدن صابون در آب با ایجاد نیروی جاذبه بین بخش باردار صابون با آب (جاذبه یون - دو قطبی) برقراری جاذبه بین بخش ناقطبی صابون و چربی (با ایجاد نیروی جاذبه وان دروالسی) پخش شدن لکه چربی در آب به کمک صابون
- عوامل مؤثر بر قدرت پاک‌کنندگی صابون:
- 1 نوع پارچه 2 دمای آب 3 نوع آب 4 مقدار صابون 5 وجود آنزیم
- انواع مخلوط‌ها: 1 محلول‌ها: مخلوط‌های همگن و پایدار که نور را پخش نمی‌کنند. 2 کلوئیدها: ناهمگن و پایدار که نور را پخش می‌کنند. 3 سوسپانسیون‌ها: ناهمگن و ناپایدار که نور را پخش می‌کنند.
- پاک‌کننده غیرصابونی:



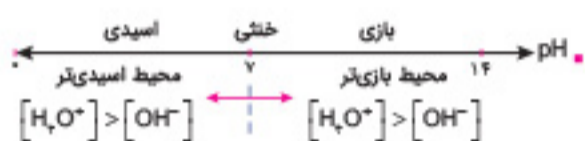
- پاک‌کننده‌های غیرصابونی برخلاف پاک‌کننده‌های صابونی در آب‌های سخت (آب‌های دارای Mg<sup>2+</sup> و Ca<sup>2+</sup> قابل توجه) کف نموده و دارای خاصیت پاک‌کنندگی هستند.
- پاک‌کننده‌خورنده: 1 سدیم هیدروکسید (NaOH) 2 هیدروکلریک اسید (HCl) 3 سفیدکننده‌ها
- اکسیدهای فلزی مانند CaO و K<sub>2</sub>O در آب خاصیت بازی و اکسیدهای ناقلی مانند SO<sub>2</sub>، CO<sub>2</sub> و N<sub>2</sub>O<sub>5</sub> در آب خاصیت اسیدی دارند.
- اسید آرنیوس: ماده‌ای است که در آب حل می‌شود و میزان یون هیدرونیوم (H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>) را افزایش می‌دهد و باز آرنیوس: ماده‌ای است که در آب حل می‌شود و میزان یون هیدروکسید (OH<sup>-</sup>) را افزایش می‌دهد.

- هرچه غلظت یون هیدرونیوم در محلولی بیشتر باشد محلولی اسیدی‌تر و هرچه یون هیدروکسید در محلولی بیشتر باشد آن محلول بازی‌تر است.
- اسیدهای قوی: اسیدهایی هستند که می‌توان یونش آن‌ها را در آب کامل در نظر گرفت (الکترولیت قوی هستند) HCl، HBr، HI، HNO<sub>3</sub> و H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>
- اسیدهای ضعیف: اسیدهایی هستند که یونش مولکول‌های آن‌ها در آب جزئی است. (الکترولیت ضعیف هستند) مانند HF و CH<sub>3</sub>COOH
- درجه یونش (α) و درصد یونش (α%):

$$\alpha = \frac{\text{تعداد مول‌های یونیده شده}}{\text{تعداد کل مول‌های حل شده}} \Rightarrow \alpha(\%) = \alpha \times 100$$

هر چه درجه یا درصد یونش اسیدها یا بازها بزرگتر باشد، شمار زیادتری از مولکول‌های آن‌ها یونیده می‌شوند و الکترولیت قوی‌تری خواهند بود. در نتیجه اسید و باز قوی‌تری هم خواهند بود.

- هرچه ثابت یونش اسیدی (K<sub>a</sub>) بزرگتر باشد، درجه یونش اسید (α) بزرگتر (به 1 نزدیکتر) و اسید قوی‌تر و رسانایی الکتریکی آن بیشتر است.
- قدرت اسیدی به ثابت یونش اسیدی (K<sub>a</sub>) ولی خاصیت اسیدی یک محلول به غلظت یون هیدرونیوم (H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>) و در نتیجه به pH محلول وابسته است.



- هر چه خاصیت اسیدی یک محلول بیشتر باشد pH آن پایین‌تر و هرچه خاصیت بازی یک محلول بیشتر باشد pH آن بالاتر است.
- انحلال اسیدها و بازهای ضعیف در آب عمدتاً به صورت مولکولی است و به طور جزئی یونیده می‌شوند.



- ضد اسیدها: ترکیباتی هستند که با یون H<sup>+</sup> وارد واکنش می‌شوند و محلول را خنثی می‌کنند مثل جوش شیرین (NaHCO<sub>3</sub>) یا آلومینیم هیدروکسید و جوش شیرین (NaHCO<sub>3</sub>، Al(OH)<sub>3</sub>، Mg(OH)<sub>2</sub>) یا مخلوط.

## فصل دوم

- اکسایش: از دست دادن الکترون (e<sup>-</sup>)
- کاهش: گرفتن الکترون (e<sup>-</sup>)
- اکسنده: ماده‌ای است که الکترون می‌گیرد و ضمن کاهش یافتن، موجب اکسایش ماده دیگر می‌شود.
- کاهشده: ماده‌ای است که الکترون می‌دهد و ضمن اکسایش یافتن، موجب کاهش ماده دیگر می‌شود. مثلاً



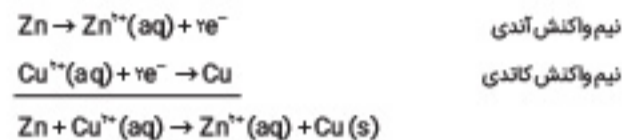
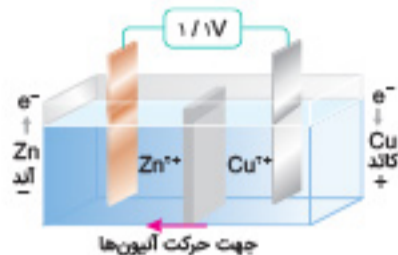
سری الکتروشیمیایی فلزها

Au
Pt
Ag
Cu
H <sub>2</sub>
Sn
Fe
Zn
Mn
Al
Mg

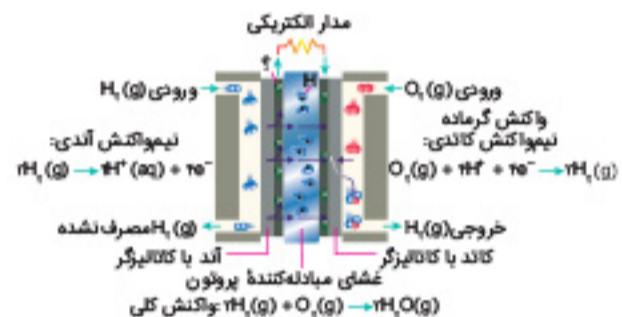
↑ تعامل به اکسید شدن

در سلول گالوانی: 1 آند: قطب منفی بوده و الکترون از آن خارج می‌شود و عمل اکسایش در نیم سلول آندی انجام می‌گیرد.

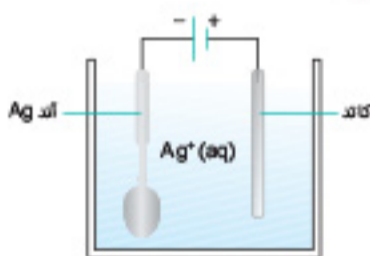
- 1 کاتد: قطب مثبت بوده و الکترون وارد آن می‌شود و عمل کاهش در نیم سلول کاتدی انجام می‌گیرد.
- 2 جرم تیغه آندی کم می‌شود ولی جرم تیغه کاتدی افزایش می‌یابد.
- 3 جهت جریان الکترون‌ها از آند به کاتد است.
- 4 جهت حرکت آنبون‌ها از نیم سلول کاتدی به سمت نیم سلول آندی است.
- 5 نیروی الکتروموتوری:  $emf = E^{\text{کاتد}} - E^{\text{آند}}$



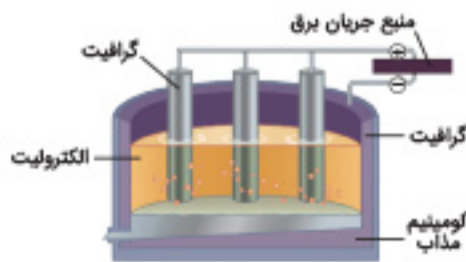
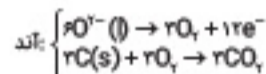
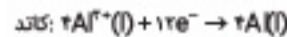
- سلول سوختی: 1 جزو سلول‌های گالوانی است. 2 در این سلول در بخش آندی گاز H<sub>2</sub> وارد شده و عمل اکسایش انجام می‌شود. 3 در بخش کاتدی گاز O<sub>2</sub> وارد شده و عمل کاهش انجام می‌شود. 4 بین آند و کاتد، غشای سلول وجود دارد. 5 سلول‌های سوختی برخلاف باتری‌ها، انرژی شیمیایی را ذخیره نمی‌کنند.



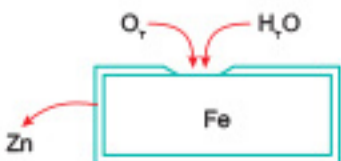
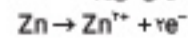
- سلول برقکافت سدیم کلرید مذاب: 1 نوعی سلول الکترولیتی است که برای تهیه فلز سدیم استفاده می‌شود. 2 الکتروود آند قطب مثبت است و در سطح آن Cl<sup>-</sup> نمک خوراکی اکسید می‌شود. 3 الکتروود کاتد قطب منفی است و در سطح آن Na<sup>+</sup> کاهش می‌یابد.
- آبکاری قاشق فولادی با نقره:
- 1 قاشق در کاتد (قطب منفی) قرار می‌گیرد. 2 فلز نقره در آند (قطب مثبت) قرار می‌گیرد. 3 محلول آبکاری دارای یون‌های نقره (Ag<sup>+</sup>) می‌باشد.



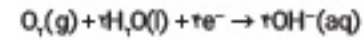
فرایند استخراج آلومینیم (یا فرایند هال):



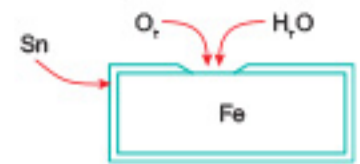
- آهن گالوتیزه: 1 فلز روی (Zn) نقش آند را دارد و اکسایش می‌یابد.



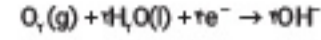
۲  $O_2$  هوا در سطح آهن (Fe) کاهش می‌یابد.



• حلی: ۱) فلز آهن نقش آند را دارد و اکسایش می‌یابد.



۲  $O_2$  هوا در سطح قلع (Sn) کاهش می‌یابد.



۳ از آهن گالوانیزه نمی‌توان برای ساخت قوطی کنسرو استفاده کرد.

## فصل سوم

• جامد کووالانسی: ۱) نارسانای برق‌راند و نقطه ذوب و جوش بلایی دارند. ۲) شبکه بلوری غول‌آسا دارند. ۳) شامل: Si، الماس، گرافیت (رسانای برق)،  $SiC$ ،  $SiO_2$ .

•  $SiO_2$  (سیلیس): ۱) در ساختار آن هر اتم Si به ۴ اتم O متصل است. ۲) فراوان‌ترین اکسید در پوسته زمین است. ۳) کوآرتز از نمونه‌های خاص و ماسه از نمونه‌های ناخالص سیلیس است.

• الماس و گرافیت: ۱) هر اتم کربن در الماس به ۴ اتم کربن دیگر ولی در گرافیت هر اتم کربن با ۳ پیوند به ۳ اتم کربن متصل است. ۲) الماس جامد کووالانسی سه‌بعدی ولی گرافیت جامد کووالانسی دو بعدی با ساختار لایه لایه است. ۳) هر لایه از گرافیت، گرافن نامیده می‌شود. ۴) چگالی الماس بیشتر از گرافیت است.

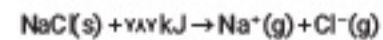
• نکته: ۱) آنتالپی پیوند  $C-C$  در الماس بیشتر از آنتالپی پیوند  $Si-Si$  در سیلیسیم است. ۲) گرافن تک لایه‌ای از گرافیت و مقاومت کششی آن حدود ۱۰۰ برابر فولاد است. ۳) مولکول‌های دو اتمی جوهرسته ناقطبی ( $\mu = 0$ ) هستند.

• جامدهای یونی: ۱) ذرات تشکیل دهنده بلور آنها یون‌ها هستند. ۲) در حالت مذاب و محلول در آب رسانای برق هستند. ۳) هر چه تفاوت بین نقطه ذوب و جوش یک ماده خالص بیشتر باشد آن ماده در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع خواهد بود. ۴) نیروهای جاذبه میان یون‌های ناهمنام بر نیروهای دافعه میان یون‌های همنام غالب است و می‌تواند بلورهای جامدهای یونی تشکیل شود. ۵) شعاع اتمی عنصرها در هر دوره از جدول دوره‌ای از چپ به راست کمتر می‌شود و در هر گروه از بالا به پایین شعاع افزایش می‌یابد. ۶) در یون‌های با تعداد الکترون مساوی، هر چه عدد اتمی کوچک‌تر باشد شعاع یون بزرگ‌تر خواهد بود.

۷ چگالی بار =  $\frac{\text{بار الکتریکی}}{\text{شعاع}}$

هرچه چگالی بار یون‌های سازنده یک ترکیب یونی بیشتر باشد  $\epsilon$  جاذبه یونی قوی‌تر  $\epsilon$  استحکام و پایداری بیشتر و در نتیجه آنتالپی فروپاشی شبکه بلور یونی بیشتر خواهد بود.

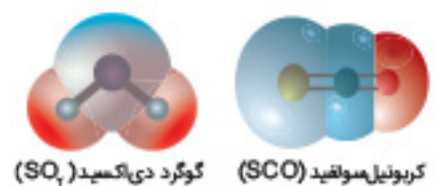
• انرژی فروپاشی شبکه بلور یونی: ۱) به انرژی لازم برای فروپاشی یک مول بلور یونی در فشار ثابت و تبدیل آن به یون‌های گازی جدا از هم گفته می‌شود.



•  $\Delta H$  همواره مقداری مثبت می‌باشد زیرا این فرایند، گرماگیر است. ۲) هر چه مقدار انرژی فروپاشی یک ترکیب بیشتر باشد دمای ذوب و استحکام ترکیب یونی نیز بیشتر خواهد بود. ۳) مقایسه انرژی فروپاشی:  $Al_2O_3 > AlF_3 > MgO > MgF_2 > Na_2O > NaF$

• عدد کوآوردیناسیون: به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام موجود در پیرامون هر یون در شبکه بلور گفته می‌شود. عدد کوآوردیناسیون یون‌های  $Na^+$  و  $Cl^-$  در بلور سدیم کلرید با هم مساوی و برابر ۶ است.

• جامد مولکولی: ۱) ذرات تشکیل‌دهنده مولکول‌ها هستند. ۲) نقطه ذوب و جوش پایین دارند. ۳) استحکام کم و فاقد رسانایی الکتریکی هستند. ۴) در نقشه پتانسیل الکتروستاتیکی قطب منفی را در یک پیوند با رنگ قرمز و قطب مثبت را با آبی نشان می‌دهند.



• جامد فلزی: ۱) مطابق مدل دریای الکترونی، ساختار یک عنصر فلزی شامل کاتیون‌های آن عنصر که با آرایش منظمی در سه بعد چیده شده‌اند و لایه‌ای این کاتیون‌ها را دریایی از الکترون‌های لایه ظرفیت فرا گرفته است. ۲) الکترون‌های لایه ظرفیت، دریای الکترونی را تشکیل می‌دهند.

۳ چکش خوار بودن فلزها و عبور جریان برق در حالت جامد به وسیله مدل دریای الکترونی توجیه می‌شوند.

• رنگ اجسام: ۱) اگر جسمی همه طول موج‌های نور مرئی را بازتاب کند، به رنگ سفید دیده می‌شود. ۲) اگر جسمی همه طول موج‌های نور مرئی را جذب کند و هیچ بازتاب نور نداشته باشد سیاه دیده می‌شود.

۳ اگر جسمی فقط بخشی از طول موج‌های نور مرئی را جذب و بخش دیگر را بازتاب کند به رنگ نور بازتاب شده دیده می‌شود.

۴ تیتانیوم IV اکسید ( $TiO_2$ ) رنگ سفید، آهن (II) اکسید ( $Fe_2O_3$ ) رنگ قرمز و دوده رنگ مشکی ایجاد می‌کنند.

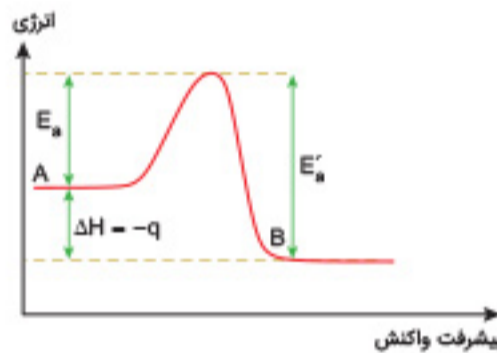
• تیتانیم: ۱) نقطه ذوب تیتانیم بیشتر از نقطه ذوب فولاد ولی چگالی فولاد بیشتر از تیتانیم است. ۲) به دلیل مقاومت عالی در برابر خوردگی تیتانیم، از آن در ساخت پروانه کشتی‌های بزرگ استفاده می‌کنند.

۳ نیتیلول آلیاژ تیتانیم و نیکل است و این آلیاژ هوشمند می‌باشد. ۴ از نیتیلول در ساخت سازه‌های فلزی ارتودنسی، استنت رگ و قاب عینک استفاده می‌شود.

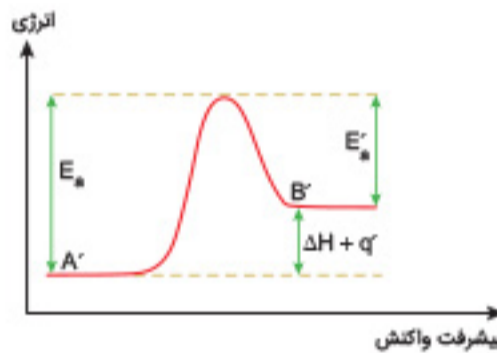
## فصل چهارم

• گازهای آلاینده هوا: از مهم‌ترین آلاینده‌های شهرهای صنعتی عبارت‌اند از  $SO_2$ ،  $NO_x$  و  $C_xH_y$  (هیدروکربن‌های نسوخته)

• انرژی فعال‌سازی: به حداقل انرژی لازم برای شروع یک واکنش شیمیایی می‌گویند و آن را با  $E_a$  نشان می‌دهند.



۱ آنتالپی واکنش منفی است ( $\Delta H < 0$ )  $E_a < E'_a$  است. ۲ فرآورده (B) پایدارتر از واکنش‌دهنده (A) است. ۳ سرعت واکنش رفت بیشتر از سرعت واکنش برگشت است. (زیرا  $E_a < E'_a$  است) ۴ واکنش گرماگیر:  $A' \rightarrow B', \Delta H = +q$

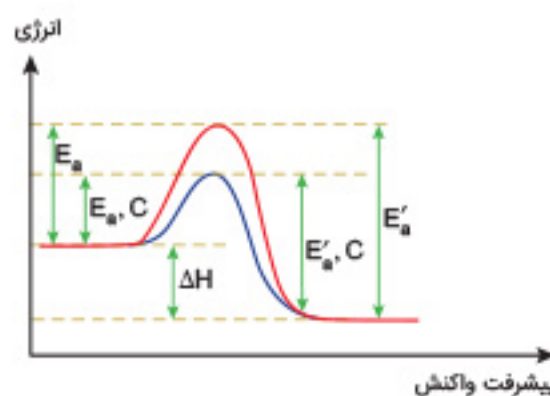


۱ آنتالپی واکنش مثبت است ( $\Delta H > 0$ ) ۲  $E'_a < E_a$  و واکنش‌دهنده (A') پایدارتر از فرآورده (B') است. ۳ سرعت واکنش برگشت بیشتر از رفت است (زیرا انرژی فعال‌سازی برگشت ( $E'_a$ ) کوچکتر از انرژی فعال‌سازی رفت ( $E_a$ ) است).

• کاتالیزگر: ۱) ماده‌ای است که سرعت واکنش شیمیایی را افزایش می‌دهد در حالی که خودش در پایان واکنش دست نخورده باقی می‌ماند.

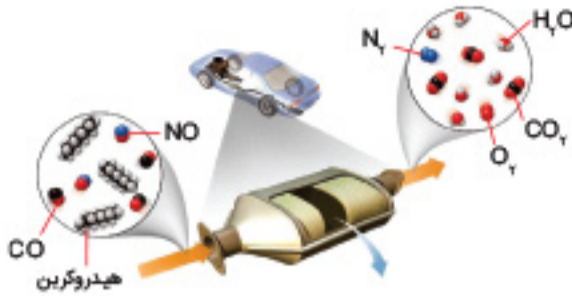
۲ کاتالیزگرها با کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش، سرعت واکنش را افزایش می‌دهند. ۳ کاتالیزگر بر روی آنتالپی واکنش بی‌تأثیر است.

۴ کاتالیزگر  $E_a$  و  $E'_a$  را به یک میزان کاهش می‌دهد.

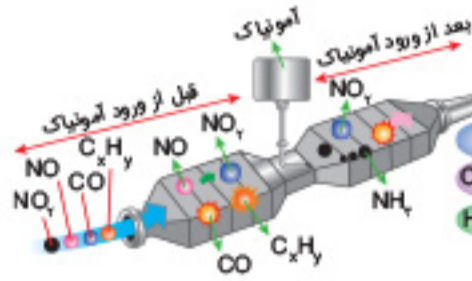
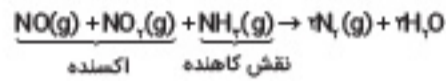


• مبدل کاتالیستی: ۱) در مسیر گازهای خروجی در خودروها قطعه‌ای قرار می‌دهند که می‌تواند باعث حذف یا کاهش آلاینده‌ها شود.

۲ بر روی سطح این قطعه سرامیکی که به شکل توری به کار می‌رود، فلزهای رودیم (Rh)، پالادیم (Pd) و پلاتین (Pt) نشانده شده است.



• مبدل کاتالیستی در خودروهای دیزلی: ۱) در این مبدل با ورود آمونیاک و انجام واکنش داده شده، گازهای  $NO$  و  $NO_2$  به گاز  $N_2$  تبدیل شده و تا حدود زیادی از ورود گازهای  $NO$  و  $NO_2$  به هواکره جلوگیری می‌شود.



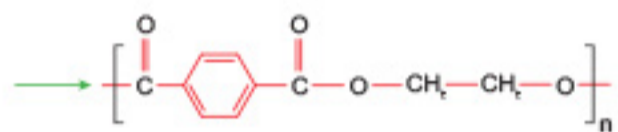
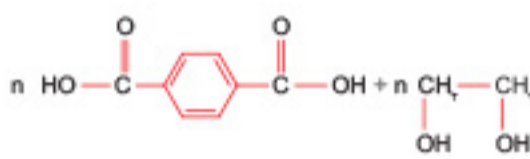
• اصل لوشاتلیه: اگر تغییری سبب به هم خوردن یک سامانه تعادلی شود، تعادل در جهتی جابه‌جا می‌شود که تا حد ممکن اثر آن تغییر را جبران کند. ۲ اثر تغییر غلظت: اگر غلظت یک واکنش‌دهنده را افزایش دهیم، تعادل به سمت رفت جابه‌جا می‌شود. اگر غلظت یک فرآورده را افزایش دهیم، تعادل به سمت برگشت جابه‌جا می‌شود.

• اثر تغییر دما: افزایش دما در یک سامانه تعادلی گرماگیر، تعادل را در جهت رفت و کاهش دما تعادل را در جهت برگشت پیش می‌برد و افزایش دما در یک سامانه تعادلی گرماگیر، تعادل را در جهت برگشت و کاهش دما تعادل را در جهت رفت پیش می‌برد.

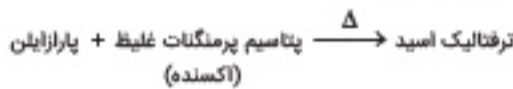
• اثر تغییر فشار: افزایش فشار تعادل را در جهت تعداد مول گازی کمتر و کاهش فشار تعادل را در جهت تعداد مول گازی بیشتر جابه‌جا می‌کند.

• پلی اتیلن ترفتالات (PET): پلیمری است که از مونومرهای زیر به دست می‌آید.

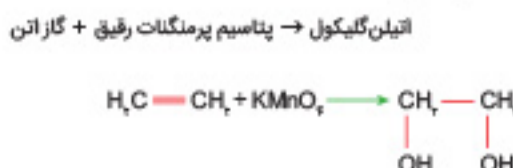
پلی‌اتیلن ترفتالات  $\rightarrow$  اتیلن گلیکول + ترفتالیک اسید



• واکنش تولید ترفتالیک اسید:



• واکنش تولید اتیلن گلیکول:



## فصل اول: آشنایی با نظریه اعداد

درس ۱: استدلال ریاضی

- به مثالی که نشان دهد یک نتیجه گیری کلی نادرست است، مثال نقض می‌گویند.
- اثبات درستی یک مطلب بر اساس تعاریف، اصول و قضایایی که درستی آن‌ها را قبلاً پذیرفته‌ایم اثبات مستقیم نامیده می‌شود.
- گاهی اوقات برای اثبات درستی یک گزاره لازم است تمام موارد و حالات ممکن در مورد مسئله را در نظر بگیریم.

**نکته** حاصل ضرب هر دو عدد صحیح متوالی، مضرب ۲ است.

$n(n+1) = 2k$

برهان خلف: در این روش فرض می‌کنیم که حکم نادرست باشد. به این فرض، فرض خلف می‌گویند؛ سپس با استفاده از قوانین منطق گزاره‌ها و دنباله‌ای از استدلال‌های درست و مبتنی بر فرض به یک نتیجه غیرممکن یا نتیجه متضاد با فرض می‌رسیم و از آنجا معلوم می‌شود که فرض خلف باطل است و درستی حکم ثابت می‌گردد.

**اثبات بازگشتی:** برای اثبات درستی  $p$  اگر گزاره‌های دوشروطی  $q \Rightarrow r, r \Rightarrow s, \dots, r_n \Rightarrow p$  درست باشند، آن‌گاه از درستی  $q$  می‌توان نتیجه گرفت که  $p$  نیز درست است؛ یعنی برای اثبات درستی  $p$ ، توسط گزاره‌های دوشروطی درست، به یک گزاره بدیهی  $q$  می‌رسیم چون  $q$  درست است؛ پس  $p$  هم درست است.

درس ۲: بخش پذیری در اعداد صحیح

**تعریف** اعداد صحیح  $a$  و  $b$  را که  $a \neq 0$  در نظر بگیرید، اگر عددی صحیح مانند  $q$  وجود داشته باشد که  $b = a \cdot q$  در این صورت می‌گوییم  $b$  بر  $a$  بخش پذیر است و می‌نویسیم  $a | b$ .

ویژگی‌های بخش پذیری:

- $\forall a \in \mathbb{Z} : \pm 1 | a$
- $a | \pm a$
- $a | b \Rightarrow a | mb$
- $a | b \Rightarrow a | b \pm a$
- $m, n \in \mathbb{N}, m \leq n \Rightarrow a^m | a^n$
- $a | b \Rightarrow ma | mb$
- $a | b, b | c \Rightarrow a | c$
- $a | b \xrightarrow{ne \in \mathbb{N}} a | b^n$
- $a | b, a | c \Rightarrow a | mb \pm nc$
- $a | b, b \neq 0 \Rightarrow |a| \leq |b|$
- $a | b, b | a \Rightarrow a = \pm b$
- $a | b \xrightarrow{ne \in \mathbb{N}} a^n | b^n$

**نکته** اگر  $p$  عددی اول باشد و  $a$  عدد طبیعی و  $a | p$ ، آن‌گاه  $a = 1$  یا  $a = p$ .

ب.م.م: عدد طبیعی  $d$  بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عدد صحیح نا صفر است، هرگاه دو شرط زیر برقرار باشد:

$d = (a, b) \Rightarrow \begin{cases} d | a, d | b \\ \forall m > 0; m | a, m | b \Rightarrow m \leq d \end{cases}$

$d$  بزرگ‌ترین عدد صحیح مثبتی است که هر دو عدد  $a$  و  $b$  بر آن بخش پذیر هستند.

- اگر  $(a, b) = 1$ ، آن‌گاه می‌گوییم  $a$  و  $b$  نسبت به هم اول هستند.
- اگر  $a | b$ ، آن‌گاه  $(a, b) = |a|$ .

ک.م.م: عدد طبیعی  $c$  کوچکترین مضرب مشترک دو عدد صحیح و نا صفر  $a$  و  $b$  است، هرگاه دو شرط زیر برقرار باشد:

$c = [a, b] \Rightarrow \begin{cases} a | c, b | c \\ \forall m > 0, a | m, b | m \Rightarrow c \leq m \end{cases}$

$c$  کوچکترین عدد صحیح مثبتی است که بر هر دو عدد  $a$  و  $b$  بخش پذیر است.

- اگر  $a | b$ ، آن‌گاه  $[a, b] = |b|$ .
- اگر  $p$  عددی اول باشد و  $a \nmid p$ ، آن‌گاه  $(p, a) = 1$ .

قضیه تقسیم: اگر  $a$  عددی صحیح و  $b$  عددی طبیعی باشد، در این صورت با تقسیم  $a$  بر  $b$  اعدادی صحیح و منحصربه‌فرد مانند  $q$  و  $r$  یافت می‌شوند که:

$a = bq + r, 0 \leq r < b$

$a$  را مقسوم،  $b$  را مقسوم علیه،  $q$  را خارج قسمت و  $r$  را باقی‌مانده می‌گویند.

**نکته** با تقسیم هر عدد صحیح مانند  $a$  بر عدد طبیعی  $b$ ، مجموعه اعداد صحیح به  $b$  زیرمجموعه زیر، افراز می‌شوند:

$a = bq + r, 0 \leq r < b$

$r = 0 \Rightarrow a = bq \Rightarrow A_r = \{a | a = bq, q \in \mathbb{Z}\}$

$r = 1 \Rightarrow a = bq + 1 \Rightarrow A_1 = \{a | a = bq + 1, q \in \mathbb{Z}\}$

$\vdots$

$r = b - 1 \Rightarrow a = bq + b - 1 \Rightarrow A_{b-1} = \{a | a = bq + b - 1, q \in \mathbb{Z}\}$

**نکته** هر عدد صحیح به یکی از سه صورت  $2k + 1$ ،  $2k$  یا  $2k + 2$  نوشته می‌شود.

**نکته** هر عدد صحیح فرد مانند  $a$  به یکی از دو صورت  $4k + 1$  یا  $4k + 3$  نوشته می‌شود.

**نکته** اگر  $a$  عددی صحیح و فرد باشد، آن‌گاه  $a^2$  به صورت  $4k + 1$  می‌باشد. به زبان دیگر باقی‌مانده مربع هر عدد فرد بر ۸ برابر با ۱ است.

درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح و کاربردها:

برای هر عدد طبیعی مانند  $m$  و هر دو عدد صحیح  $a$  و  $b$  اگر  $a - b$  بر  $m$  بخش پذیر باشد یعنی  $m | a - b$ ، آن‌گاه می‌گوییم  $a$  هم‌نهشت با  $b$  به پیمانه  $m$  است و می‌نویسیم:

$m | a - b \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{m}$

قرارداد: مجموعه تمام اعداد صحیح که باقی‌مانده تقسیم آن‌ها بر عدد طبیعی  $m$  برابر با  $r$  می‌باشد را کلاس یا دسته هم‌نهشتی  $r$  به پیمانه  $m$  می‌گویند.

$[r]_m = \{x = mk + r | k \in \mathbb{Z}\} = \{x \equiv r \pmod{m}\}$

خواص هم‌نهشتی:

- $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm c \pmod{m}$
- $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a \cdot c \equiv b \cdot c \pmod{m}$
- $a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow a^n \equiv b^n \pmod{m}$
- $\left. \begin{matrix} a \equiv b \pmod{m} \\ c \equiv d \pmod{m} \end{matrix} \right\} \Rightarrow a \pm c \equiv b \pm d \pmod{m}, ac \equiv bd \pmod{m}$

**نکته** اگر باقی‌مانده تقسیم  $a$  بر  $m$  برابر با  $r$  باشد، آن‌گاه  $a \equiv r \pmod{m}$ .

**نکته** اگر دو عدد صحیح  $a$  و  $b$  در تقسیم بر عدد طبیعی  $m$  هم باقی‌مانده باشند، در این صورت  $a$  و  $b$  به پیمانه  $m$  هم‌نهشت هستند و بالعکس.

$\left. \begin{matrix} a = mq + r \\ b = mq' + r \end{matrix} \right\} \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{m}$

**نکته** می‌توان به دو طرف یا یک طرف رابطه هم‌نهشتی هر مضرب صحیحی از پیمانه را اضافه یا کم کرد.

**نکته** اگر بخواهیم دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را بر عددی تقسیم کنیم، باید پیمانه را بر ب.م.م آن عدد و پیمانه تقسیم کنیم.

$\frac{ac}{d} \equiv \frac{bc}{d} \pmod{m}, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$

$\frac{ac}{d} \equiv \frac{bc}{d} \pmod{m}, (c, m) = 1 \Rightarrow a \equiv b \pmod{m}$

محاسبه باقی‌مانده:

۱) باقی‌مانده تقسیم هر عدد بر ۹ یا ۳ برابر است با باقی‌مانده تقسیم مجموع ارقام آن عدد بر ۹ یا ۳ یعنی:

$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_2a_1 = a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_2 + a_1$

۲) باقی‌مانده تقسیم هر عدد بر ۵ یا ۱۰ برابر است با باقی‌مانده تقسیم یکان آن عدد بر ۵ یا ۱۰ یعنی:

$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_2a_1 = a_1$

**نکته** اگر روز مشخصی از سال به لحاظ روزهای هفته معلوم باشد، برای یافتن این که روز دیگری از سال چه روزی از روزهای هفته است، فاصله آن دو روز را یافته و باقی‌مانده این عدد به پیمانه ۷ را می‌یابیم. سپس از روز مشخص شده به اندازه این عدد جلو می‌رویم.

**تذکره** برای یافتن رقم یکان هر عدد کافی است ببینیم آن عدد به پیمانه ۱۰ با چه عددی هم‌نهشت است.

۳) برای یافتن باقی‌مانده تقسیم بر ۱۱ داریم:

$a_{n-1}a_{n-2}\dots a_2a_1 = a_n - a_{n-1} + a_{n-2} - a_{n-3} + \dots + (-1)^{n-1}a_1$

معادله هم‌نهشتی:

$ax \equiv b \pmod{m}$  را یک معادله هم‌نهشتی می‌نامیم. منظور از حل این معادله یافتن تمام اعداد صحیح  $x \in \mathbb{Z}$  است که در این رابطه صدق می‌کنند.

**قضیه** معادله  $ax \equiv b \pmod{m}$  دارای جواب است اگر و تنها اگر  $b$  بر ب.م.م  $a$  و  $m$  بخش پذیر باشد؛ یعنی:  $(a, m) | b$ .

• اگر  $(a, m) = 1$ ، آن‌گاه معادله  $ax \equiv b \pmod{m}$  همواره دارای جواب است.

• معادله سیاله: معادله  $ax + by = c$  که  $a$  و  $b$  و  $c$  اعداد صحیح هستند را معادله سیاله می‌گویند. هدف از حل معادله سیاله یافتن  $x$  و  $y$  های صحیحی هستند که در معادله صدق می‌کنند.

**نکته** معادله سیاله  $ax + by = c$  زمانی جواب دارد که:  $(a, b) | c$

**نکته** برای حل معادله سیاله  $ax + by = c$ ، آن را به یک معادله هم‌نهشتی تبدیل کرده و پس از حل آن، جواب را در معادله قرار داده تا متغیر دیگر به دست آید.

$ax + by = c \Leftrightarrow ax - c = -by \Leftrightarrow bx(-y) \Leftrightarrow ax = c$

یا  $ax + by = c \Leftrightarrow by - c = -ax \Leftrightarrow a(-x) \Leftrightarrow by = c$

## فصل دوم: گراف و مدل‌سازی

درس ۱: معرفی گراف

گراف: ساختاری است متشکل از مجموعه‌ای از نقاط و مجموعه‌ای از پاره‌خط‌ها که به هر یک از نقاط رأس و به هر یک از پاره‌خط‌ها یال می‌گویند. در هر دو سر یال باید یک رأس قرار داشته باشد.

مجموعه رئوس گراف  $G$  را با  $V(G)$  و مجموعه یال‌های گراف  $G$  را با  $E(G)$  نشان می‌دهند.

گراف جهت‌دار: گرافی که برای یال‌های آن جهت تعیین شده باشد را گراف جهت‌دار می‌گویند.

یالی که جهت آن از  $a$  به سمت  $b$  باشد را زوج مرتب  $(a, b)$  نشان می‌دهند.

مرتبه و اندازه گراف: تعداد رئوس گراف  $G$  را مرتبه گراف می‌گویند و با  $p$  نشان می‌دهند.

و همچنین تعداد یال‌های گراف  $G$  را اندازه گراف  $G$  می‌گویند و با نماد  $q$  نشان می‌دهند.

درجه یک رأس: تعداد یال‌هایی است که به آن رأس متصل هستند. درجه رأس  $a$  را با  $\deg(a)$  نمایش می‌دهند.

اگر درجه یک رأس فرد باشد آن را رأس فرد و اگر زوج باشد آن را رأس زوج می‌گویند.

گراف  $k$ -منتظم: گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد  $k$  باشد، گراف  $k$ -منتظم می‌گویند.

رأس تنها: رأسی که هیچ یالی به آن متصل نباشد را رأس تنها می‌گویند. درجه رأس تنها برابر صفر است.

گراف تهی: گرافی که هیچ یالی نداشته باشد را گراف تهی می‌گویند. گرافی که تمام رئوس آن تنهاست.

اگر بین دو رأس بیش از یک یال باشد، به آن‌ها یال‌های موازی می‌گویند. اگر یالی یک رأس را به خود آن رأس وصل کند، به آن طوقه می‌گویند.

گراف ساده: گرافی که نه یال‌های موازی و نه طوقه داشته باشد را گراف ساده می‌گویند.

دور رأس مجاور: دو رأسی که بین آن‌ها یک یال وجود داشته باشد.

مجموعه همسایه‌های یک رأس: اگر  $a$  رأسی از گراف  $G$  باشد، به مجموعه رأس‌هایی از گراف  $G$  که به رأس  $a$  متصل هستند، را همسایگی باز رأس  $a$  می‌گوییم و با نماد  $N_G(a)$  نمایش می‌دهیم. اضافه کردن خود رأس  $a$  به  $N_G(a)$  همسایگی بسته رأس  $a$  را ایجاد می‌کند که با نماد  $N_G[a]$  نشان می‌دهیم.

دو یال مجاور: دو یال را مجاور می‌گوییم هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها به آن متصل باشند.

بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین درجه یک گراف:

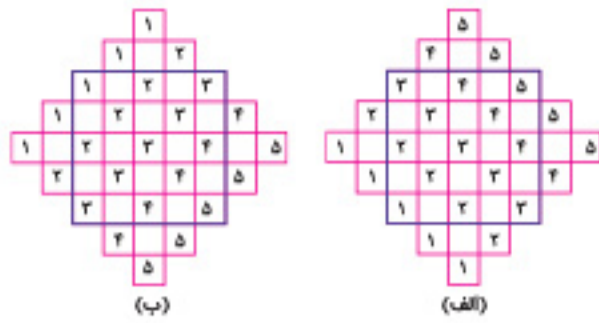
بزرگ‌ترین عدد در بین درجات رئوس گراف  $G$  را با  $\Delta$  و کوچک‌ترین آن‌ها را با  $\delta$  نمایش می‌دهیم و به ترتیب آن‌ها را ماکزیمم و مینیمم درجه گراف می‌نامیم.

زیرگراف: یک زیرگراف از گراف  $G$ ، گرافی است که مجموعه رئوس آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس گراف  $G$  و مجموعه یال‌های آن زیرمجموعه‌ای از مجموعه یال‌های گراف  $G$  باشد.

مکمل یک گراف: مکمل گراف  $G$  که با نماد  $\bar{G}$  نمایش می‌دهیم گرافی است که مجموعه رئوس آن همان مجموعه رئوس گراف  $G$  است و بین دو رأس از  $\bar{G}$  یک یال است اگر و فقط اگر بین همان دو رأس در  $G$  یالی وجود نداشته باشد.

در گراف  $G$  با  $p$  رأس اگر  $a$  یک رأس دلخواه باشد:

$\deg_G(a) + \deg_{\bar{G}}(a) = p - 1$



• اگر بتوانیم برای گراف  $G$  یک مجموعه احاطه‌گر با  $m$  عضو بنویسیم، می‌توان نتیجه گرفت:  $\tau \leq m$

### فصل سوم: ترکیبیات (شمارش)

• درس ۱: مباحثی در ترکیبیات

• جایگشت: جایگشت  $n$  شیء، یعنی تعداد حالات قرار گرفتن  $n$  شیء در یک ردیف کنار هم برابر  $n!$  است.  
 • در بعضی از جایگشت‌ها که می‌خواهیم بعضی از اشیاء کنار هم باشند، آنها را به صورت یک بسته در نظر می‌گیریم، البته باید جایگشت اشیاء داخل بسته را هم در محاسبات لحاظ کنیم.  
 • جایگشت با تکرار:

اگر  $n$  شیء مفروض باشند به طوری که  $n_1$  تای آنها از نوع اول و یکسان،  $n_2$  تای آنها از نوع دوم و یکسان، ... و  $n_k$  تای آنها از نوع  $k$  ام و یکسان باشند، در این صورت تعداد کل جایگشت‌های این اشیاء برابر است با:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

• مسائل دسته گل: اگر بخواهیم از بین  $k$  نوع گل متفاوت، یک دسته گل شامل  $n$  شاخه انتخاب کنیم، به طوری که ممکن است از بعضی از انواع گل‌ها هیچ شاخه‌ای انتخاب نشود، تعداد حالات این کار برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

• تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

• تعداد جواب‌های صحیح و مثبت (طبیعی) معادله  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  برابر است با:

$$\binom{n-1}{k-1}$$

• مربع لاتین: یک جدول مربعی از اعداد  $1, 2, \dots, n$  به شکل  $n \times n$  را که سطرها و ستون‌های آن با اعداد  $1, 2, \dots, n$  پر شده باشند و در هیچ سطر آن و نیز در هیچ ستون آن عدد تکراری وجود نداشته باشد، مربع لاتین نامیده می‌شود. هر یک از اعداد درون مربع لاتین را یک درایه می‌گویند.

۳	۲	۱
۱	۳	۲
۲	۱	۳

• اگر جای دو سطر (دو ستون) را در یک مربع لاتین عوض کنیم، مربع حاصل نیز مربع لاتین است.  
 • مربع لاتین زیر را یک مربع لاتین چرخشی می‌گویند.

۱	۲	۳	...	$n$
$n$	۱	۲	...	$n-1$
$n-1$	$n$	۱	...	$n-2$
...	...	...	...	...
۲	۳	۴	...	۱

• در یک مربع لاتین اگر با اعمال یک جایگشت بر روی  $1, 2, \dots, n$  یک مربع جدید به وجود آید، این مربع جدید هم مربع لاتین است.

• دو مربع لاتین متعامد:

فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مربع لاتین هم‌مرتبه باشند به طوری که از کنار هم قراردادن درایه‌های نظیر این دو مربع، مربع جدیدی از همان مرتبه حاصل شود که هر خانه آن حاوی یک عدد دورقمی است که تمام رقم‌های سمت چپ مربوط به مربع  $A$  و تمام رقم‌های سمت راست مربوط به مربع  $B$  (و یا برعکس) می‌باشد. در این صورت گوییم دو مربع لاتین  $A$  و  $B$  متعامد هستند. هرگاه هیچ‌یک از اعداد دورقمی موجود در خانه‌های مربع جدید تکرار نشده باشند.

• اگر  $n \neq 1, 2, 6$ ، دو مربع لاتین متعامد از مرتبه  $n$  وجود دارد و برای  $n = 1, 2, 6$  دو مربع لاتین متعامد از مرتبه  $n$  وجود ندارد.

• اگر دو مربع لاتین متعامد باشند، مربع لاتینی که با اعمال جایگشت بر روی اعضای یکی از آنها به دست می‌آید نیز با مربع لاتین دیگر متعامد است.

• روش ساختن دو مربع لاتین متعامد مرتبه فرد:

این روش را برای ساختن دو مربع لاتین متعامد مرتبه  $\Delta$  توضیح می‌دهیم.

• اعداد  $1, 2, \dots, \Delta$  را با نظم خاص به صورت زیر در دو شکل (الف) و (ب) قرار می‌دهیم.

• حداکثر تعداد یال‌ها در یک گراف  $p$  رأسی به صورت زیر است:

$$q_{\max} = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

• در گراف  $p$  رأسی  $G$  داریم:

$$q(G) + q(\bar{G}) = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

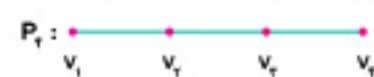
• گراف کامل: گرافی را که هر دو رأس آن با هم مجاور باشند گراف کامل می‌گویند. گراف کامل مرتبه  $p$  را با  $K_p$  نشان می‌دهیم.

• در گراف  $K_p$ ، درجه تمام رئوس  $p-1$  است.

$$q(K_p) = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}$$

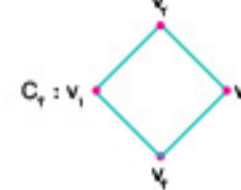
• مکمل گراف کامل: گراف تهی است.

• مسیر: یک مسیر از رأس  $a$  به رأس  $b$  دنباله‌ای از رئوس دوبه‌دو متمایز است که از  $a$  شروع و به  $b$  ختم می‌شود، به طوری که هر دو رأس متوالی این دنباله، مجاور هم هستند. تعداد یال‌های یک مسیر را طول مسیر می‌گویند. گرافی را که فقط از یک مسیر  $n$  رأسی تشکیل شده باشد با  $P_n$  نشان می‌دهند.



• دور: دنباله  $v_1, v_2, \dots, v_{n-1}, v_n, v_1$  ( $n \geq 3$ ) از رئوس دوبه‌دو متمایز که در آن هر رأس با رأس بعدی مجاور است را یک دور به طول  $n$  می‌نامیم. در واقع دور، مسیری است که ابتدا و انتهای آن بر هم منطبق هستند.

• گرافی را که تنها از یک دور  $n$  رأسی تشکیل شده باشد گراف دور می‌گویند و با  $C_n$  نشان می‌دهند.



• گراف همبند و ناهمبند: گراف  $G$  را همبند می‌نامیم، هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. در غیر این صورت آن را ناهمبند می‌نامیم. **نکته** مجموع درجات تمام رئوس گراف  $G$  دو برابر تعداد یال‌های آن است.

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\} \Rightarrow \deg(v_1) + \deg(v_2) + \dots + \deg(v_p) = 2q$$

• در هر گرافی تعداد رئوس درجه فرد، همواره عددی زوج است.  
 • در گراف  $k$ -منظم مرتبه  $p$  داریم:  $kp = 2q$ ، توجه کنید که  $k$  و  $p$  هر دو نمی‌توانند فرد باشند.

• در گراف  $G$  اگر  $\delta \geq k$ ، آن‌گاه حتماً مسیری به طول حداقل  $k$  وجود دارد.

• درس دوم: مدل‌سازی با گراف

• مجموعه احاطه‌گر: زیرمجموعه  $D$  از مجموعه رئوس گراف  $G$  را مجموعه احاطه‌گر می‌نامیم، هرگاه هر رأس گراف  $G$  یا در  $D$  باشد و یا حداقل با یکی از رئوس  $D$  مجاور باشد.

• مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کمترین تعداد عضو را دارند، مجموعه احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف می‌نامیم و با  $\tau$  نشان می‌دهیم.

• یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم گراف  $G$  را یک  $\tau$ -مجموعه گراف  $G$  می‌گوییم.

• مجموعه احاطه‌گر مینیمال: یک مجموعه احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد، مجموعه احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم.

**نکته** اگر  $X$  عددی حقیقی باشد، برای نمایش عدد صحیح بعد از  $X$  از  $\lceil X \rceil$  استفاده می‌کنیم و آن را سقف  $X$  می‌خوانیم:

$$\lceil x \rceil = \begin{cases} x & ; x \in \mathbb{Z} \\ \text{کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از } x & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

• در هر گراف، هر رأس خودش و تمام رئوس مجاورش را احاطه می‌کند.  
 • اگر در گرافی ماکزیم درجه  $\Delta$  باشد، هر رأس در بیشترین حالت می‌تواند  $\Delta+1$  رأس را احاطه کند.

• در گراف  $G$  با  $n$  رأس و ماکزیم درجه  $\Delta$ ، داریم:

$$\tau \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$$

عدد  $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$  یک کران پایین برای  $\tau$  است، یعنی  $\tau$  نمی‌تواند از آن کمتر باشد.

• در بعضی گراف‌ها عدد احاطه‌گری با  $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$  برابر است و چون در این گراف‌ها  $\Delta = 2$  است، داریم:

$$\tau = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$$

• در گراف‌های  $P_n$  و  $C_n$  عدد احاطه‌گری با  $\left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$  برابر است و چون در این گراف‌ها  $\Delta = 2$  است، داریم:

$$\tau = \left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$$

• حال هر کدام از مربع‌های مشخص شده  $5 \times 5$  وسط را در نظر گرفته و هر کدام از درایه‌های خارج این مربع را در خلاف جهت به اندازه ۵ واحد به داخل مربع وسط منتقل می‌کنیم تا دو مربع لاتین متعامد مرتبه ۵ به دست آید.

۱	۴	۲	۵	۳
۴	۲	۵	۳	۱
۲	۵	۳	۱	۴
۵	۳	۱	۴	۲
۳	۱	۴	۲	۵

۳	۱	۴	۲	۵
۵	۳	۱	۴	۲
۲	۵	۳	۱	۴
۴	۲	۵	۳	۱
۱	۴	۲	۵	۳

۱۳	۴۱	۲۴	۵۲	۳۵
۳۵	۲۲	۵۱	۳۴	۱۲
۲۲	۵۵	۳۳	۱۱	۴۴
۵۴	۳۲	۱۵	۴۳	۲۱
۳۱	۱۴	۴۲	۳۵	۵۲

• درس ۲: روش‌هایی برای شمارش

• اصل شمول و عدم شمول:

برای محاسبه تعداد اعضای  $A \cup B$  داریم:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

تساوی فوق را اصل شمول و عدم شمول می‌گویند.

$$|A - B| = |A| - |A \cap B|$$

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B|$$

•  $\bar{A} \cap \bar{B}$  مجموعه اعضای  $S$  هستند که در هیچ‌یک از مجموعه‌های  $A$  و  $B$  قرار ندارند.

• برای سه مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  داریم:

$$|A \cup B \cup C|$$

$$= |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$|\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}| = |\overline{A \cup B \cup C}| = |S| - |A \cup B \cup C|$$

**نکته** تعداد توابع از مجموعه  $m$  عضوی  $A$  به مجموعه  $n$  عضوی  $B$  برابر است با:  $n^m$

• تابع پوشا: تابع  $f$  از  $A$  به  $B$  را تابع پوشا می‌گویند، هرگاه روی تمام اعضای  $B$  پیکانی رسم شده باشد، یعنی:  $R_f = B$ .

**نکته** تعداد تابع‌های پوشا از مجموعه  $m$  عضوی  $A$  به روی مجموعه  $\tau$  یا  $\tau$  عضوی  $B$  به صورت زیر است:

$$|B| = \tau \Rightarrow \text{تعداد تابع پوشا} = \tau^m - \tau$$

$$|B| = \tau \Rightarrow \text{تعداد تابع پوشا} = \tau^m - (\tau \times \tau^m - \tau)$$

**نکته** اگر  $|A| = m$  و  $|B| = k$ ، در این صورت با شرط  $m \leq k$  تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه  $A$  به روی مجموعه  $B$  برابر است با:

$$(k)_m = \frac{k!}{(k-m)!}$$

• تعداد حالات توزیع  $m$  شیء متفاوت بین  $n$  نفر به طوری که به هر نفر حداقل یک شیء برسد، برابر با تعداد توابع پوشا از مجموعه  $m$  عضوی به روی مجموعه  $n$  عضوی است.

• تعداد حالات توزیع  $m$  شیء متفاوت بین  $n$  نفر به طوری که هیچ‌کس بیشتر از یک شیء نداشته باشد، یعنی به هر نفر حداکثر یک شیء رسیده باشد، برابر با تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه  $m$  عضوی به روی مجموعه  $n$  عضوی است.

• اصل لانه کبوتری: اگر  $m$  کبوتر و  $n$  لانه داشته باشیم و  $m > n$  و همه کبوترها درون لانه‌ها قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل ۲ کبوتر در آن قرار گرفته است.

• تعمیم اصل لانه کبوتری: هرگاه  $k$  کبوتر یا بیشتر در  $n$  لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه‌ای وجود دارد که حداقل  $k+1$  کبوتر در آن قرار گرفته است.