

پیشگفتار



دبیران گرامی، دانش آموزان عزیز:

این کتاب شامل یازده بخش است که در هر بخش یکی از کتاب‌های درسی پایه هفتم مورد بررسی قرار گرفته است. ویژگی‌های این بخش‌ها به شرح زیر است:

ریاضی
پاسخ کاملاً تشریحی به «فعالیت»ها، «کار در کلاس»ها، «تمرین»ها و... کتاب درسی
ارائه نکات کاربردی در حل مسائل و تمرینات

علوم تجربی
پوشش کامل مطالب کتاب درسی در قالب پرسش و پاسخ‌های تألیفی
پاسخ کاملاً تشریحی به «فعالیت»ها، «گفت‌وگو کنید»ها، «آزمایش کنید»ها و... کتاب درسی

فارسی و نگارش
معنی واژه‌های سطر به سطر کتاب درسی
ارائه لغات مهم املائی در هر درس
معنی کامل ابیات و متن‌های کهن
پاسخ کامل به تمرین‌های کتاب درسی

انگلیسی
ترجمه و راهنمای تلفظ متن کتاب‌های درسی (Student book - Workbook)
پاسخ کاملاً تشریحی به تمرین‌های کتاب Workbook

عربی
ترجمه تمام متن‌ها و تمرین‌های کتاب درسی
پاسخ کاملاً تشریحی به تمرین‌های کتاب درسی

مطالعات اجتماعی
پوشش کامل مطالب کتاب درسی در قالب پرسش و پاسخ‌های تألیفی
پاسخ «فعالیت»ها و «کاربرگه»های کتاب درسی

پیام‌های آسمان
پوشش کامل مطالب هر درس در قالب پرسش و پاسخ‌های تألیفی
پاسخ به «خودت را امتحان کن»ها، «فعالیت کلاسی»ها و... کتاب درسی

آموزش قرآن
پاسخ به تمرین‌های کتاب درسی

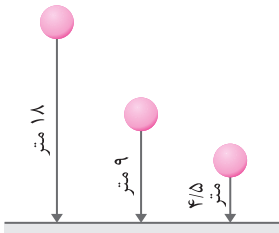
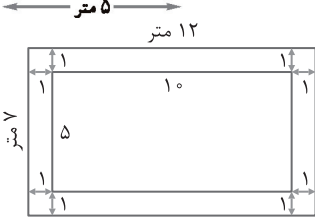
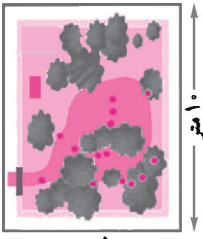
کار و فناوری
پاسخ به تمرین‌های کتاب درسی

تفکر و پژوهش
پوشش مطالب مهم هر درس در قالب پرسش و پاسخ‌های تألیفی
پاسخ به تمرین‌های کتاب درسی

از کلیه عزیزانی که این کتاب را انتخاب نموده‌اند تقاضا داریم انتقادات و پیشنهادات خود را از طریق صندوق پستی ۳۷۷-۱۳۱۴۵ یا تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰۰۰۰ با ما در میان بگذارند. از تمامی دبیران و کارشناسان محترمی که با راهنمایی‌های خود ما را در تألیف این کتاب یاری کردند، سپاس‌گزاریم. گروه مؤلفان

صفحة ۲ کتاب درسی

راهبرد رسم شکل



۱ یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر است. اگر به فاصله یک متر از ضلع های باغچه، دور تا دور آن را نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟ ابتدا یک مستطیل رسم کنید.

دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟

متر ۷ = عرض مستطیل جدید ، طول مستطیل جدید = ۱۲ متر

بنابراین: $2 \times (12 + 7) = 2 \times 19 = 38$ متر محیط مستطیل جدید

۲ تویی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند متر حرکت کرده است؟

با توجه به شکل روبه رو، خواهیم داشت: $18 + 9 + 9 + 4.5 + 4.5 = 45$ متر حرکت بنابراین توپ، پس از رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد، ۴۵ متر حرکت کرده است.

۳ قورباغه ای می خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می رود و هر بار ۲ متر سُر می خورد و پایین می آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می رسد؟ اگر جهش قورباغه را با \uparrow و سُر خوردن آن را با \downarrow نمایش دهیم، با توجه به شکل روبه رو، کافی است تعداد \uparrow را بشماریم. بنابراین قورباغه با ۷ بار جهش به بالای دیوار می رسد. توجه کنید که وقتی قورباغه به بالای دیوار می رسد، دیگر سُر نمی خورد.

صفحة ۳ کتاب درسی

راهبرد الگو سازی

اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	$1 + 24 = 25$
۲	۱۲	$2 + 12 = 14$
۳	۸	$3 + 8 = 11$
۴	۶	$4 + 6 = 10$

۱ دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد. جدول را با یک نظم و ترتیب کامل کنید.

کوچک ترین عدد طبیعی چیست؟ ۱

حاصل ضرب آن در چه عددی ۲۴ می شود؟ ۲۴

کمترین مقدار ←



اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب، عددها را پیدا کنید. دقت کنید که برای نوشتن همه حالت‌ها، ابتدا اولین عدد را انتخاب می‌کنیم (چون اعداد باید طبیعی باشند، از عدد ۱ شروع کردیم) و در هر مرحله، دومین عدد را طوری انتخاب می‌کنیم که حاصل ضرب آن در اولین عدد، برابر ۲۴ شود. توجه کنید که در جدول، اگر اعداد بزرگ‌تر از ۴ را برای اولین عدد در نظر می‌گرفتیم، حالت‌های تکراری به وجود می‌آمد که قبلاً آنها را بررسی کرده‌ایم. بنابراین دو عدد طبیعی مورد نظر ۴ و ۶ هستند.

نکته

به اعداد ۱، ۲، ۳ ... اعداد طبیعی گفته می‌شود.

۲ با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟

برای نشان دادن عدد ۲ به وسیله انگشتان یک دست، به ۲ انگشت احتیاج داریم. اگر انگشتان دست را شماره‌گذاری کنیم، کافی است تعداد حالت‌هایی را که می‌توان دو شماره غیر تکراری را کنار هم قرار داد، بشماریم.



۴ حالت → (۱, ۲) ، (۱, ۳) ، (۱, ۴) ، (۱, ۵)

۳ حالت → (۲, ۳) ، (۲, ۴) ، (۲, ۵)

۲ حالت → (۳, ۴) ، (۳, ۵)

۱ حالت → (۴, ۵)

دقت کنید که حالت‌های (۱, ۲) و (۲, ۱) یکسان هستند، بنابراین یکی از آنها را می‌نویسیم. این کار را برای دیگر حالت‌ها نیز انجام می‌دهیم. بنابراین به وسیله انگشتان یک دست به $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ حالت می‌توان عدد ۲ را نشان داد.

۳ با رقم‌های ۷، ۲ و ۵ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید (در عددهای شما می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشد).

چون عدد مورد نظر، سه رقمی است، جدول ارزش مکانی را با ۳ ستون به صورت زیر در نظر می‌گیریم و تمام اعداد ممکن را می‌نویسیم.

صدگان	دهگان	یکان
۲	۲	۲
۲	۲	۵
۲	۲	۷
۲	۵	۲
۲	۵	۵
۲	۵	۷
۲	۷	۲
۲	۷	۵
۲	۷	۷

صدگان	دهگان	یکان
۵	۲	۲
۵	۲	۵
۵	۲	۷
۵	۵	۲
۵	۵	۵
۵	۵	۷
۵	۷	۲
۵	۷	۵
۵	۷	۷

صدگان	دهگان	یکان
۷	۲	۲
۷	۲	۵
۷	۲	۷
۷	۵	۲
۷	۵	۵
۷	۵	۷
۷	۷	۲
۷	۷	۵
۷	۷	۷

در نتیجه با سه رقم ۷، ۲ و ۵ می‌توان ۲۷ عدد سه رقمی نوشت.

۴ تعداد زیادی سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان کرایه ۵۰۰ تومانی تاکسی را پرداخت کرد؟



توجه کنید که تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی باید حتماً عددی زوج باشد. زیرا اگر تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی عددی فرد باشد، نمی‌توان با سکه‌های ۱۰۰ تومانی بقیه پول را تهیه کرد. بنابراین با توجه به جدول زیر، به ۶ حالت می‌توان با سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی، ۵۰۰ تومان درست کرد.

تعداد سکه‌های ۵۰ تومانی	تعداد سکه‌های ۱۰۰ تومانی	مجموع
۰	۵	$0 \times 50 + 5 \times 100 = 500$
۲	۴	$2 \times 50 + 4 \times 100 = 500$
۴	۳	$4 \times 50 + 3 \times 100 = 500$
۶	۲	$6 \times 50 + 2 \times 100 = 500$
۸	۱	$8 \times 50 + 1 \times 100 = 500$
۱۰	۰	$10 \times 50 + 0 \times 100 = 500$

صفحه ۴ کتاب درسی

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب

۱ مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟ ابتدا با راهبرد الگوسازی

نفر اول	نفر دوم	نفر سوم	حاصل جمع
۱	۱	۷۰	$1+1+70=72$
۱	۲	۳۵	$1+2+35=38$
۱	۵	۱۴	$1+5+14=20$
۱	۷	۱۰	$1+7+10=18$
۲	۵	۷	$2+5+7=14$

همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید. به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟ ستون حاصل جمع

حالت مطلوب ←

توجه کنید که حاصل ضرب اعداد نوشته‌شده در هر ردیف، برابر ۷۰ است. حال از این حالت‌ها، باید حالتی را انتخاب کنیم که عدد مربوط به ستون حاصل جمع آن برابر ۱۴ باشد. با توجه به جدول، اعداد طبیعی ۲، ۵ و ۷ حالت مطلوب هستند، بنابراین سن بزرگ‌ترین نفر، ۷ سال است.

۲ دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال، عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟

در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی عددها نامطلوب‌اند. با این توضیح، کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟ توجه کنید سؤالی مناسب‌تر است که با طرح آن، بتوانیم تعداد بیشتری از حالت‌های

نامطلوب را حذف کنیم. حال سؤال‌های مطرح‌شده را مورد بررسی قرار می‌دهیم.



- آیا عدد مورد نظر شما ۲۷ است؟ در صورتی که جواب خیر باشد، از میان اعداد ۰ تا ۹۹، فقط عدد ۲۷ حذف می‌شود. (یک حالت نامطلوب حذف شده است).
- آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟ در صورتی که جواب خیر باشد، از میان اعداد ۰ تا ۹۹، عددهای زوج حذف می‌شوند. (۵۰ حالت نامطلوب حذف شده است).
- آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟ در صورتی که جواب خیر باشد، از میان اعداد ۰ تا ۹۹، فقط اعداد ۰ تا ۹ حذف می‌شوند (۱۰ حالت نامطلوب حذف شده است).
- آیا عدد مورد نظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟ در صورتی که جواب خیر باشد، از میان اعداد ۰ تا ۹۹، عددهای ۵۱ تا ۹۹ حذف می‌شوند. (۴۹ حالت نامطلوب حذف شده است).

با توجه به پاسخی که به سؤال بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آنها، به عدد مورد نظر رسید.

سؤال	پاسخ	نتیجه‌گیری
بزرگ‌تر از ۵۰ است؟	خیر	بین ۰ تا ۵۰ است.
بزرگ‌تر از ۲۵ است؟	بله	بین ۲۶ تا ۵۰ است.
بزرگ‌تر از ۳۸ است؟	خیر	بین ۲۶ تا ۳۸ است.
بزرگ‌تر از ۳۲ است؟	خیر	بین ۲۶ تا ۳۲ است.
بزرگ‌تر از ۲۹ است؟	بله	بین ۳۰ تا ۳۲ است.
بزرگ‌تر از ۳۱ است؟	خیر	عدد مورد نظر ۳۰ یا ۳۱ است.
عدد مورد نظر، ۳۰ است؟	خیر	عدد مورد نظر ۳۱ است.

بنظر می‌رسد در پرسش اول مربوط به طرح سؤال‌ها، سؤال‌های دوم و چهارم داده‌شده در صورت مسئله، برای حذف حالت‌های نامطلوب مناسب‌تر هستند. بنابراین برای رسیدن به عدد مورد نظر، جدول مقابل را تشکیل می‌دهیم. با توجه به جدول، با طرح سؤال‌ات هدف‌دار و نتیجه‌گیری درست از پاسخ سؤال‌ات مطرح‌شده، می‌توان به عدد مورد نظر رسید. دقت کنید که در هر بار، تقریباً نصف حالت‌ها که نامطلوب هستند، حذف می‌شوند. زیرا هر بار عدد وسط را در اعداد حذف نشده در نظر می‌گیریم و بزرگ‌تر بودن از آن را مورد سؤال قرار می‌دهیم.

دقت کنید که از هریک از سؤال‌های داده‌شده در صورت مسئله، ممکن است در جای مناسب خود استفاده شود.

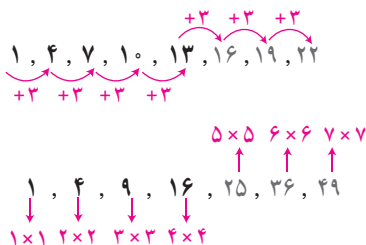
نکته

به اعداد ۰، ۱، ۲، ۳... اعداد حسابی گفته می‌شود.

صفحة ۵ کتاب درسی

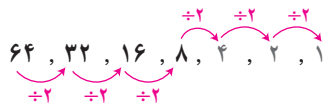
راهنمای گویایی

- ۱ سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید. عددها سه‌تا سه‌تا اضافه می‌شوند.

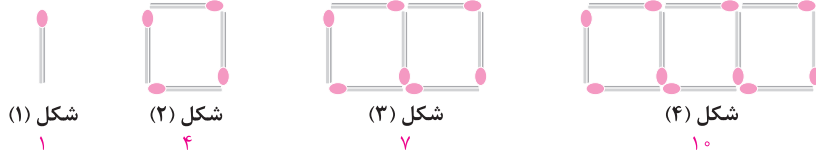


عددها از حاصل ضرب اعداد طبیعی در خودشان (با شروع از عدد ۱) به‌دست آمده‌اند.

هر عدد، نصف عدد قبلی است. (هر عدد از تقسیم عدد قبلی بر عدد ۲ به دست می آید.)



۲ شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می شود؟ چرا؟ ابتدا تعداد چوب کبریت های هر شکل را می شماریم و زیر آن می نویسیم.



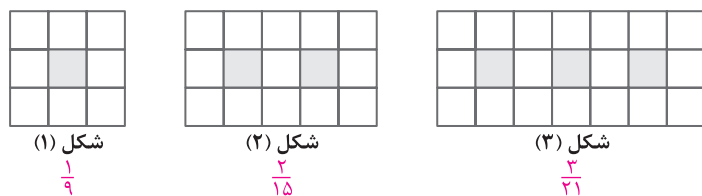
با توجه به اعداد به دست آمده در بالا، الگوی روبه رو را خواهیم داشت:

در این الگوی عددها هر عدد از اضافه کردن ۳ واحد به عدد قبلی به دست می آید.

بنابراین کافی است در الگوی به دست آمده، با توجه به رابطه بین اعداد، عدد دهم را به دست آوریم. داریم:

شکل دهم با ۲۸ چوب کبریت ساخته می شود. $\rightarrow (28)$ ۲۵, ۲۲, ۱۹, ۱۶, ۱۳, ۱۰, ۷, ۴, ۱

۳ اگر شکل ها به همین ترتیب ادامه پیدا کنند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی است؟ ابتدا کسر مربوط به قسمت رنگی هر شکل را زیر آن می نویسیم.



با توجه به کسره های به دست آمده در بالا، الگوی روبه رو را خواهیم داشت:

$$\frac{1}{9}, \frac{2}{15}, \frac{3}{21}, \dots$$

بنابراین کافی است الگوی به دست آمده را تا جمله ششم ادامه دهیم. داریم:

$$\frac{1}{3 \times 3}, \frac{2}{3 \times 5}, \frac{3}{3 \times 7}, \dots$$

$$\frac{1}{3 \times 3}, \frac{2}{3 \times 5}, \frac{3}{3 \times 7}, \frac{4}{3 \times 9}, \frac{5}{3 \times 11}, \frac{6}{3 \times 13} \rightarrow$$

صفحه ۶ کتاب درسی

راهبرد حدس و آزمایش

۱ ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه چرخه در یک توقفگاه (مصوب فرهنگستان Parking) وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ های آنها ۴۵ عدد باشد،

چند دوچرخه و چند سه چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

تعداد دوچرخه	تعداد سه چرخه	بررسی و آزمایش
۱۰	۱۰	(تعداد دوچرخه ها را زیاد می کنیم.) $10 \times 2 + 10 \times 3 = 50$
۱۱	۹	(تعداد دوچرخه ها را زیاد می کنیم.) $11 \times 2 + 9 \times 3 = 49$
۱۲	۸	(تعداد دوچرخه ها را زیاد می کنیم.) $12 \times 2 + 8 \times 3 = 48$
۱۳	۷	(تعداد دوچرخه ها را زیاد می کنیم.) $13 \times 2 + 7 \times 3 = 47$
۱۴	۶	(تعداد دوچرخه ها را زیاد می کنیم.) $14 \times 2 + 6 \times 3 = 46$
۱۵	۵	(حدس درست است.) $15 \times 2 + 5 \times 3 = 45$



در حدس اول، تعداد دوچرخه‌ها را 10° و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم 10° عدد در نظر بگیرید. حدس خود را از تعداد دوچرخه‌ها شروع می‌کنیم. توجه کنید که ما فقط تعداد دوچرخه‌ها را حدس می‌زنیم و تعداد سه‌چرخه‌ها را باید طوری انتخاب کنیم که مجموع دوچرخه‌ها و سه‌چرخه‌ها برابر 20° تا شود.

با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کنید. دقت کنید در حالتی که تعداد دوچرخه‌ها و سه‌چرخه‌ها هر کدام 10° عدد بود، مجموع کل چرخ‌ها برابر 50° عدد شد. چون 50° بزرگ‌تر از 45° است، باید کاری کنیم که تعداد کل چرخ‌ها کمتر شود تا به 45° برسد. برای این منظور، تعداد دوچرخه‌ها را زیاد می‌کنیم.

با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟ چرا؟

باید تعداد دوچرخه‌ها را بیشتر کنیم، چون تعداد چرخ‌های آن کمتر از تعداد چرخ‌های سه‌چرخه است. با توجه به جدول، تعداد دوچرخه‌ها 15 و تعداد سه‌چرخه‌ها 5 است.

توجه

در روش حدس و آزمایش، حدس اولیه ما، هر چیزی می‌تواند انتخاب شود، فقط ممکن است با حدس‌های مختلف، تعداد مراحل که قرار است طی شود تا به جواب برسیم، متفاوت باشد. مثلاً در حل این تمرین، با حدس اولیه 10° برای تعداد دوچرخه‌ها، طی 6 مرحله به جواب رسیدیم.

۲ دو زاویه متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها 3 برابر زاویه دیگر است. اندازه هر زاویه را پیدا کنید.

زاویه اول	زاویه دوم	بررسی و آزمایش
1°	$3 \times 1^\circ = 3^\circ$	$1^\circ + 3^\circ = 4^\circ$
15°	$3 \times 15^\circ = 45^\circ$	$15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$
2°	$3 \times 2^\circ = 6^\circ$	$2^\circ + 6^\circ = 8^\circ$
$22/5^\circ$	$3 \times 22/5^\circ = 67/5^\circ$	$22/5^\circ + 67/5^\circ = 90^\circ$

می‌دانیم وقتی دو زاویه، متمم یکدیگر هستند که مجموعشان 90° باشد. حال حدس خود را از زاویه اول شروع می‌کنیم. توجه می‌کنیم که در این حالت، زاویه دوم باید طوری انتخاب شود که سه برابر زاویه اول باشد. با توجه به جدول روبه‌رو، زاویه‌های مورد نظر $22/5^\circ$ و $67/5^\circ$ هستند.

توجه

در روش حدس و آزمایش، لزومی ندارد حدس‌های خود را یک واحد یک واحد افزایش یا کاهش دهیم، ممکن است این افزایش یا کاهش، نظم و ترتیب خاصی نداشته باشد.



بررسی و آزمایش	$3 \times \square + 10$	\square
\square را کاهش می‌دهیم.	$3 \times 10 + 10 = 40$	۱۰
\square را کاهش می‌دهیم.	$3 \times 9 + 10 = 37$	۹
\square را کاهش می‌دهیم.	$3 \times 8 + 10 = 34$	۸
حدس درست است.	$3 \times 7 + 10 = 31$	۷

۳ به جای \square چه عددی می‌توان قرار داد؟ $3 \times \square + 10 = 31$

به جای \square عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱۰ شروع کنید.

$$3 \times 10 + 10 = 40$$

با توجه به جدول روبه‌رو، مقدار \square برابر با عدد ۷ است. توجه کنید که در

حدس اولیه، چون حاصل برابر ۴۰ شد، باید مقدار \square را کاهش می‌دادیم

تا حاصل عبارت از ۴۰ به ۳۱ برسد.

صفحه ۷ کتاب درسی

راهبردهای حل مسئله

۱ پس‌انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰ تومان است. او حساب کرد ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

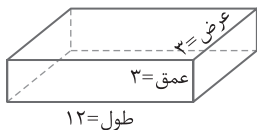
$$5 \times 3000 = 15000 \text{ تومان}$$

(الف) پس‌انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

$$2 \times 15000 = 30000 \text{ تومان}$$

(ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

۲ طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر مترمربع ۰/۳ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر، چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



$$\text{مترمربع } 72 = 12 \times 6 = \text{عرض} \times \text{طول}$$

(الف) مساحت کف استخر چقدر است؟

(ب) مساحت دیوارهای این استخر چقدر است؟ دقت کنید که دیوارهای روبه‌روی هم، دارای

مساحت برابر هستند. بنابراین باید مساحت هر دیوار را ۲ برابر کنیم.

$$\left. \begin{aligned} 72 \times 2 = 144 & \Rightarrow \text{مترمربع } 36 = 12 \times 3 = \text{عمق} \times \text{طول} \\ 36 \times 2 = 72 & \Rightarrow \text{مترمربع } 18 = 6 \times 3 = \text{عمق} \times \text{عرض} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 72 + 36 = 108 \text{ مترمربع}$$

$$\text{مترمربع } 108 + 72 = 180$$

(ج) کل مساحتی که باید رنگ شود، چقدر است؟

(د) مقدار رنگ مورد نیاز، چقدر است؟

کیلوگرم	۰/۳	?
مترمربع	۱	۱۸۰

$$\Rightarrow ? = \frac{0/3 \times 180}{1} \Rightarrow ? = 54 \text{ کیلوگرم}$$

۳ میوه‌فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این میوه‌فروش، از

این کار خود چقدر سود برده است؟

(الف) مقدار پولی که برای خرید ۴۰ کیلوگرم سیب و ۸۰ کیلوگرم پرتقال، پرداخت شده است، چقدر است؟

$$\text{تومان } 220000 = 40 \times 2500 + 80 \times 1500 = 100000 + 120000$$



ب) مقدار پولی که از فروش 4° کیلوگرم سیب و 8° کیلوگرم پرتقال به دست آمده، چقدر است؟

$$40 \times 3000 + 80 \times 2000 = 120000 + 160000 = 280000 \text{ تومان}$$

ج) سود حاصل از فروش میوه‌ها، چقدر است؟

$$280000 - 220000 = 60000 \text{ تومان}$$

صفحه ۸ کتاب درسی

راهبرد حل مسئله ساده‌تر

ریاضی

فصل ۱

۱ قطر خورشید 139253° کیلومتر و قطر کره زمین $12756/6$ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید.

$$139253^{\circ} \approx 1000000$$

خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید.

$$12756/6 \approx 10000$$

برای ساده تر شدن مسئله، قطر خورشید را به صورت تقریبی برابر با 1000000 کیلومتر

در نظر می‌گیریم. در این حالت جواب تقریبی به صورت روبه‌رو به دست می‌آید:

$$1000000 \div 10000 = 100$$

توجه کنید که جواب تقریبی مسئله اصلی به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$\begin{array}{r}
 139253^{\circ} \left| \begin{array}{l} 12756/6 \\ \times 10 \\ \hline 127566 \\ - 127566 \\ \hline 1168700 \\ - 1148094 \\ \hline 20606 \end{array} \right. \\
 \text{جواب تقریبی} \rightarrow 109
 \end{array}$$

بنابراین قطر خورشید، به صورت تقریبی 109 برابر قطر کره زمین است.

۲ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

به جای حل کردن عبارت بالا، ابتدا ساده شده این مسئله را حل کنید.

در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

با توجه به صورت مسئله، برای به دست آوردن جواب باید همه کسرها را هم‌مخرج کنیم، سپس حاصل جمع را محاسبه کنیم که این کار بسیار

وقت گیر و دشوار است. برای به دست آوردن جواب، چند مسئله با تعداد کسرها کمتر در نظر می‌گیریم و جواب آنها را پیدا می‌کنیم، سپس از

طریق الگویابی به جواب مسئله اصلی می‌رسیم.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

با توجه به جواب‌های به دست آمده برای مسئله‌های ساده تر بالا، الگوی زیر به دست می‌آید:

$$\underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}_{\frac{3}{4}}, \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}}_{\frac{7}{8}}, \underbrace{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}}_{\frac{15}{16}}, \dots$$

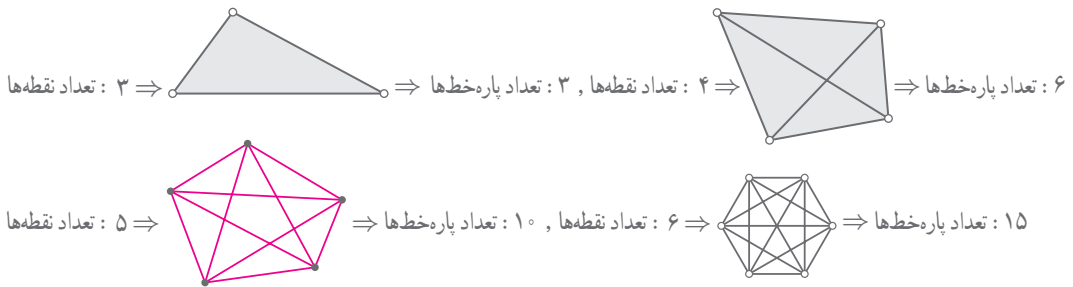


به نظر می‌آید که حاصل جمع هر مرحله، برابر است با کسری که صورتش از مخرجش یک واحد کمتر و مخرجش برابر مخرج کسر آخر در جمع داده شده است. بنابراین با توجه به الگوی به‌دست آمده، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} = \frac{1023}{1024} - 1$$

مخرج کسر آخر

۳ اگر ۱۰ نقطه را که هیچ سه‌تای آنها روی یک خط نیستند، دوبه‌دو به هم وصل کنیم؛ چند پاره‌خط به‌وجود می‌آید؟ تعداد پاره‌خط‌ها در واقع، مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر‌هاست. یک الگو پیدا کنید و برای ۱۰ نقطه نتیجه‌گیری کنید. برای حل این مسئله، باید ۱۰ نقطه را که هیچ ۳ تایی از آنها روی یک خط قرار ندارند، در نظر بگیریم. سپس آنها را دوبه‌دو به یکدیگر وصل کنیم و در نهایت تعداد پاره‌خط‌ها را در شکل به‌دست آمده بشماریم. این کار بسیار دشوار است. برای رسیدن به جواب، چند مسئله ساده‌تر را در نظر می‌گیریم و در هر یک، پاسخ را به‌دست می‌آوریم، سپس با یافتن یک الگو بین پاسخ‌ها، پاسخ مسئله اصلی را می‌یابیم. داریم:



$$3, 6, 10, 15, \dots$$

$$3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45$$

حال برای جواب‌های مسئله‌های ساده‌تر بالا، الگوی روبه‌رو به‌دست می‌آید:

و با ادامه دادن الگوی به‌دست آمده، داریم:

با توجه به‌صورت مسئله، فقط مجموع تعداد قطر‌ها و ضلع‌های شکل حاصل را محاسبه کردیم و پاره‌خط‌هایی که از برخورد قطر‌ها با یکدیگر به‌وجود می‌آیند را در نظر نگرفتیم.

نکته

در یک چندضلعی، مجموع تعداد قطر‌ها و تعداد اضلاع برابر $\frac{(1 - \text{تعداد نقطه‌ها}) \times \text{تعداد نقطه‌ها}}{2}$ است.

با استفاده از نکته فوق، جواب مسئله برای ۱۰ نقطه، برابر با $\frac{10 \times (10 - 1)}{2} = 45$ است.

راهبرد روش‌های نمادین

۱ احمد ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

$$4 \times \square + 2000 = 30000$$

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

مربع نشان‌دهنده چه چیزی است؟ قیمت هر دفتر